

UNA EQUAZIONE RAPPRESENTATRICE DELLA CURVA DI SOPRAVVIVENZA

ROBERTO PERRONE

1. — L'equazione di MAKEHAM, come è noto, è atta a rappresentare una curva di sopravvivenza limitatamente al campo da 20 a 70 anni di età.

Le formule di GOMPERTZ-MAKEHAM, la cui applicazione nella tecnica attuariale è di singolare vantaggio per la semplificazione che ne deriva nei calcoli di annualità vitalizie su gruppi di due o più teste, sono state opportunamente estese non soltanto allo scopo di ampliarne il campo di validità, ma bensì nell'intento di ricondurre la determinazione delle probabilità di vita di un gruppo a funzioni dipendenti da un numero di parametri essenziali inferiore a quello delle teste componenti il gruppo stesso.

Sotto quest'ultimo profilo, meritano speciale rilievo le eleganti ricerche del QUIQUET ⁽¹⁾, il quale ha posto in luce, come è noto, l'esistenza di una estesa classe di funzioni di sopravvivenza (dette di ordine n), che, per un gruppo di teste, consentono di esprimere la probabilità di vita, al termine di un numero qualunque di anni, mediante n funzioni al più delle età considerate, anche se queste risultano superiori ad n .

Indipendentemente da siffatte generalizzazioni, che prendono lo spunto da una comoda ipotesi di lavoro, mi è sembrato interessante tentare la ricerca di una funzione atta a rappresentare la curva di sopravvivenza in un campo più ampio di quello nel quale è ritenuta soddisfacente l'equazione del MAKEHAM.

⁽¹⁾ A. QUIQUET, *Représentation algébrique des tables de survie*. « Bulletin de l'Institut des Actulaires français », 1893, n. 14, pagg. 97-186.

2. — Pertanto se con l_x e μ_x si denotano rispettivamente la legge di sopravvivenza ed il tasso istantaneo di mortalità all'età x , l'espressione

$$l_x \mu_x dx$$

rappresenta i morti tra le età x e $x + dx$.

La curva di equazione

$$(1) \quad y(x) = l_x \mu_x$$

definisce la cosiddetta curva dei morti.

Siffatta curva può essere ricondotta ad una curva gaussiana, mercè un'opportuna trasformazione di variabile ⁽¹⁾

$$(2) \quad z = f(x)$$

tale che

$$\int_0^x y(x) dx = \frac{l_0}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-z^2} dz,$$

ossia

$$(3) \quad \int_0^x y(x) dx = \frac{l_0}{2} [1 + \Theta(z)]$$

essendo $\Theta(z)$ il noto integrale di LAPLACE.

Ora, poichè

$$\int_0^x y(x) dx = l_0 - l_x$$

dalla (3) si trae infine

$$(4) \quad l_x = \frac{1}{2} l_0 [1 - \Theta(z)],$$

mediante la quale si può esprimere la legge di sopravvivenza, ove risulti precisata la funzione trasformatrice $z = f(x)$.

Per le tavole di mortalità della popolazione italiana maschile 1901 e 1931, della popolazione maschile francese 1921 e della popolazione maschile belga (1928-32), abbiamo sperimentalmente

⁽¹⁾ R. D'ADDARIO, *Le trasformate Euleriane*. Ed. Dr. Luigi Macri, Bari, 1936.

accertato che può porsi, con buona approssimazione, e limitatamente al campo dall'età 0 all'età 80,

$$(5) \quad z = a + \frac{b}{x} + \frac{c}{\omega - x},$$

dove con ω si denota l'età estrema, stabilita ad anni 101 per la tav. ital. 1901, ad anni 102 per la tav. ital. 1931, ad anni 110 per la tav. franc. 1921 e ad anni 106 per la tav. belga (1928-32).

I parametri a , b , c , che figurano linearmente nella (5) si possono determinare con uno dei consueti metodi d'interpolazione. Nel nostro caso la determinazione è stata effettuata vincolando la curva a passare per tre punti scelti tra i valori osservati della z e si è trovato in tal guisa:

	Tav. ital. 1901	Tav. ital. 1931	Tav. franc. 1921	Tav. belga 1928-32
a	— 0,7126	— 1,034	— 1,335	— 1,3008
b	— 0,295	— 0,190	— 0,13556	— 0,101
c	34,734	38,00	65,025	52,3488

Uno sguardo alla tavola allegata, ove sono messi a fronte i valori osservati con i valori calcolati di l_x , ci persuade immediatamente della buona approssimazione della funzione prescelta.

3. — L'equazione della curva dei morti

$$M(x) = y(x) = -l'_x = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-z^2} \frac{dz}{dx}$$

per $z = a + \frac{b}{x} + \frac{c}{\omega - x}$, diviene

$$(6) \quad M(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\left(a + \frac{b}{x} + \frac{c}{\omega - x}\right)^2} \left[-\frac{b}{x^2} + \frac{c}{(\omega - x)^2} \right].$$

Per la determinazione dei punti di massimo e di minimo, uguagliando a zero la derivata prima della (6), si ha

$$(7) \quad M'(x) = \frac{2e^{-z^2}}{\sqrt{\pi}} \left\{ \left(\frac{b}{x^3} + \frac{c}{(\omega - x)^3} \right) - \left(a + \frac{b}{x} + \frac{c}{\omega - x} \right) \left(-\frac{b}{x^2} + \frac{c}{(\omega - x)^2} \right)^2 \right\} = 0$$

ossia

$$(8) \quad \frac{b}{x^3} + \frac{c}{(\omega - x)^3} = \left(a + \frac{b}{x} + \frac{c}{(\omega + x)} \right) \left(-\frac{b}{x^2} + \frac{c}{(\omega - x)^2} \right)^2.$$

In particolare, riferendoci alla tav. ital. 1901, sostituendo nella (8) i valori dei parametri a , b , c e ω , precedentemente determinati per questa tavola, si ottiene l'equazione

$$x^7 - 229,513 x^6 + 12.353,203 x^5 - 94.488,09 x^4 + 4.611.610 x^3 - 85.872.550 x^2 + 9.245.764 x + 7.702.715 = 0$$

le cui radici reali nell'intervallo $0, \omega$ sono:

$$x_1 \cong 0,36 ; \quad x_2 \cong 15,87 ; \quad x_3 \cong 76,62 ;$$

essendo sede di minimo il valore x_2 e di massimo i valori x_1 e x_3 .

Età	Tavola Italiana 1901			Tavola Italiana 1931			Tavola Francese 1921			Tavola Belga (1928-32)		
	Valori di I_x		Scarti (1) - (2)	Valori di I_x		Scarti (1) - (2)	Valori di I_x		Scarti (1) - (2)	Valori di I_x		Scarti (1) - (2)
	Osserv. (1)	Calcol. (2)		Osserv. (1)	Calcol. (2)		Osserv. (1)	Calcol. (2)		Osserv. (1)	Calcol. (2)	
0	100.000	100.000	—	100.000	100.000	—	100.000	100.000	100.000	100.000	—	
1	82.481	82.478	+ 3	88.468	88.472	- 4	80.177	80.178	89.925	89.928	- 3	
2	76.321	76.429	- 108	85.020	85.526	- 506	87.321	87.126	+ 205	88.386	88.477	- 91
3	73.574	74.072	- 498	83.895	84.352	- 457	86.535	86.269	+ 266	87.819	87.809	+ 10
4	72.152	72.763	- 605	82.272	83.073	- 801	86.049	85.733	+ 316	87.417	87.483	- 66
5	71.068	71.888	- 660	82.846	83.198	- 352	85.658	85.326	+ 332	87.094	87.185	- 91
6	70.009	70.705	- 697	82.543	82.826	- 283	85.360	84.993	+ 367	86.822	86.920	- 108
7	69.219	70.255	- 536	82.300	82.511	- 211	85.105	84.675	+ 430	86.593	86.698	- 105
8	69.005	69.853	- 448	81.908	81.972	- 64	84.672	84.355	+ 317	86.399	86.478	- 79
9	68.901	69.143	- 252	81.738	81.728	+ 10	84.496	84.105	+ 391	86.235	86.264	- 29
10	68.901	69.143	- 252	81.738	81.692	+ 46	84.335	83.850	+ 485	86.097	86.054	+ 36
11	68.901	69.143	- 252	81.738	81.622	+ 116	84.176	83.590	+ 586	85.957	85.844	+ 113
12	68.777	68.834	- 57	81.263	81.034	+ 229	84.014	83.014	+ 1000	85.830	85.633	+ 197
13	68.477	68.498	- 21	81.105	80.807	+ 298	83.842	82.736	+ 1106	85.704	85.419	+ 285
14	68.054	67.882	+ 172	80.936	80.580	+ 356	83.650	82.453	+ 1197	85.593	85.292	+ 301
15	67.819	67.578	+ 241	80.744	80.351	+ 393	83.442	82.165	+ 1277	85.505	84.981	+ 414
16	67.501	67.275	+ 226	80.522	80.119	+ 403	83.148	81.871	+ 1277	85.199	84.755	+ 444
17	67.254	66.971	+ 283	80.266	79.884	+ 382	82.810	81.570	+ 1240	84.712	84.282	+ 430
18	66.912	66.565	+ 347	79.981	79.644	+ 337	82.397	81.260	+ 1137	84.113	84.042	+ 371
19	66.524	66.356	+ 168	79.669	79.400	+ 269	81.923	80.943	+ 980	83.077	83.533	- 456
20	66.100	66.042	- 58	79.339	79.150	+ 189	81.490	80.617	+ 873	83.112	83.719	- 607
21	65.652	65.724	- 72	79.003	78.895	+ 108	80.846	80.281	+ 565	83.355	83.267	+ 88
22	65.204	65.491	- 197	78.670	78.632	- 38	80.399	79.935	+ 464	83.022	82.993	+ 29
23	64.759	65.070	- 311	78.344	78.363	- 20	79.769	79.579	+ 190	82.702	82.709	- 7
24	64.318	64.733	- 415	78.014	78.037	- 23	79.247	79.215	+ 32	82.378	82.416	- 38
25	63.882	64.389	- 507	77.681	77.892	- 121	78.732	78.841	- 109	82.050	82.114	- 64
26	63.451	64.036	- 585	77.345	77.509	- 164	78.233	78.441	- 208	81.717	81.801	- 84
27	63.025	63.674	- 649	77.008	77.207	- 199	77.722	78.035	- 313	81.378	81.476	- 98
28	62.605	63.303	- 698	76.666	77.007	- 341	77.231	77.616	- 385	81.034	81.151	- 117
29	62.188	62.923	- 735	76.317	76.673	- 356	76.736	77.183	- 447	80.682	80.782	- 100
30	61.778	62.522	- 744	75.961	76.341	- 380	76.280	76.734	- 454	80.324	80.432	- 108
31	61.378	62.130	- 752	75.602	75.997	- 395	75.733	76.275	- 542	79.957	80.057	- 100
32	60.948	61.716	- 768	75.238	75.641	- 403	75.242	75.789	- 547	79.531	79.687	- 86
33	60.535	61.290	- 755	74.887	75.172	- 305	74.730	75.290	- 560	79.105	79.263	- 68
34	60.118	60.851	- 733	74.456	74.709	- 305	74.190	74.772	- 582	78.707	78.843	- 46
35	59.696	60.397	- 701	74.091	74.393	- 302	73.651	74.235	- 604	78.388	78.406	- 18
36	59.294	59.929	- 665	73.686	73.982	- 296	73.091	73.678	- 625	77.998	77.961	+ 15
37	58.819	59.446	- 627	73.272	73.555	- 283	72.474	73.099	- 625	77.528	77.477	+ 51
38	58.355	58.947	- 592	72.844	73.111	- 267	71.870	72.498	- 628	77.075	76.984	+ 91
39	57.874	58.431	- 557	72.396	72.650	- 254	71.248	71.873	- 625	76.604	76.469	+ 135
40	57.377	57.897	- 520	71.936	72.169	- 233	70.608	71.224	- 616	76.114	75.932	+ 182
41	56.865	57.344	- 479	71.465	71.669	- 204	69.951	70.547	- 596	75.602	75.372	+ 230
42	56.338	56.771	- 433	70.989	71.151	- 171	69.232	69.844	- 602	75.083	74.788	+ 295
43	55.790	56.179	- 389	70.474	70.604	- 130	68.593	69.111	- 518	74.508	74.176	+ 332
44	55.230	55.562	- 332	69.944	70.037	- 93	67.852	68.349	- 497	73.929	73.537	+ 383
45	54.654	54.923	- 269	69.389	69.445	- 56	67.120	67.555	- 435	73.303	72.869	+ 434
46	54.068	54.290	- 202	68.807	68.826	- 19	66.354	66.727	- 343	72.652	72.199	+ 453
47	53.441	53.571	- 130	68.198	68.179	+ 19	65.569	65.864	- 295	71.967	71.496	+ 531
48	52.797	52.853	- 56	67.558	67.602	- 44	64.730	64.965	- 233	71.243	70.698	+ 575
49	52.124	52.111	+ 13	66.884	66.793	+ 91	63.839	64.036	- 187	70.477	69.893	+ 614
50	51.429	51.337	+ 83	66.172	66.051	+ 122	62.926	63.047	- 121	69.699	69.018	+ 648
51	50.715	50.531	+ 144	65.427	65.272	+ 155	61.949	62.025	- 77	68.905	68.132	+ 674
52	49.985	49.692	+ 193	64.643	64.455	+ 188	60.905	60.950	- 55	67.994	67.202	+ 692
53	49.249	48.817	+ 272	63.816	63.597	+ 219	59.815	59.848	- 33	66.925	66.233	+ 702
54	48.474	47.908	+ 308	62.942	62.695	+ 247	58.682	58.695	- 4	65.994	65.195	+ 701
55	47.621	46.966	+ 405	62.018	61.747	+ 271	57.505	57.474	+ 31	65.003	64.114	+ 689
56	46.718	45.966	+ 532	61.030	60.749	+ 281	56.263	56.269	+ 64	63.041	62.978	+ 603
57	45.753	44.931	+ 622	59.980	59.699	+ 281	54.943	54.889	+ 54	62.008	61.781	+ 625
58	44.718	43.832	+ 665	58.885	58.593	+ 272	53.595	53.511	+ 45	61.003	60.532	+ 571
59	43.608	42.735	+ 652	57.683	57.427	+ 256	52.122	52.033	+ 89	59.999	59.291	+ 498
60	42.439	41.589	+ 649	56.419	56.197	+ 222	50.665	50.574	+ 72	58.229	57.801	+ 419
61	41.219	40.322	+ 597	55.075	54.800	+ 178	49.114	49.013	+ 101	56.603	56.351	+ 322
62	39.972	39.049	+ 523	53.666	53.331	+ 135	47.409	47.387	+ 103	54.993	54.754	+ 209
63	38.709	37.702	+ 453	52.181	52.059	+ 96	45.746	45.694	+ 52	53.540	53.155	+ 85
64	37.439	36.396	+ 353	50.695	50.559	+ 47	43.985	43.956	+ 29	51.399	51.441	- 41
65	36.169	34.889	+ 310	48.925	48.847	+ 21	42.394	42.109	+ 65	49.444	47.740	+ 196
66	34.878	33.332	+ 241	47.141	47.245	- 104	40.370	40.216	+ 154	47.440	45.746	+ 245
67	33.578	31.732	+ 179	45.386	45.449	- 63	38.353	38.358	- 5	45.465	43.957	+ 492
68	32.261	29.111	+ 27	43.885	43.924	- 39	36.355	36.359	+ 202	43.027	43.070	- 49
69	30.978	28.605	+ 160	41.175	41.157	+ 283	34.355	34.126	+ 223	40.734	41.597	- 777
70	29.722	26.817	+ 150	38.703	38.745	- 42	32.118	32.104	+ 102	38.323	36.290	+ 887
71	28.492	24.917	+ 295	36.700	37.048	- 348	29.970	29.929	+ 41	35.874	36.850	- 976
72	27.314	22.942	+ 426	34.315	34.932	- 617	27.610	27.609	+ 10	33.319	34.390	- 1031
73	26.183	21.015	+ 496	31.843	32.515	- 672	25.318	25.309	+ 21	30.802	31.847	- 1044
74	25.095	19.093	+ 618	29.290	29.997	- 698	23.073	23.080	- 7	28.294	29.292	- 1098
75	24.041	17.093	+ 649	26.727	27.389	- 662	20.921	20.777	+ 174	25.611	26.588	- 917
76	23.011	15.097	+ 396	24.148	24.705	- 557	18.904	18.508	+ 398	23.077	23.843	- 766
77	22.004	13.080	+ 295	21.964	22.521	- 557	16.633	16.273	+ 360	20.555	21.111	- 555
78	21.014	11.128	+ 67	19.115	19.192	- 76	14.232	14.095	+ 136	18.103	18.393	- 290
79	20.041	9.240	+ 101	16.707	16.427	+ 280	11.950	12.091	- 151	15.745	15.721	+ 24



Corporate Heritage & Historical Archive



GENERALI

Corporate Heritage
& Historical Archive

NUOVE RICERCHE INTORNO ALLA DISTRIBUZIONE DELLE MALATTIE PER DURATA

ERNESTO AMOROSO

1. — La conoscenza della equazione rappresentatrice della curva di frequenza delle malattie, distribuite secondo la durata, è necessaria ai fini della determinazione razionale del premio e della risoluzione dei problemi connessi, quando l'assicurazione individuale malattie si risolva nella garanzia di una diaria, contrattualmente fissata nella misura e nel numero massimo di giornate di degenza indennizzate (*massimale di garanzia*).

Si consideri, in un determinato anno, una collettività professionalmente omogenea di assicurati e si ponga:

N = numero degli esposti al rischio;

m = numero delle malattie manifestatesi nell'anno;

T = massimale di garanzia;

$s(T)$ = numero totale di giornate indennizzate, relativo all'intera collettività.

Si indichi poi con t , variabile nel campo (h, ∞) , essendo $h \geq 0$, la durata delle malattie e con $\varphi(t)dt$ il numero delle malattie, di durata compresa fra t e $t + dt$.

Detto $P(T)$ il premio necessario per garantire, in caso di degenza, una lira di diaria, al massimo per T giornate, si avrà, ove si prenda dalla capitalizzazione, in quanto le operazioni si risolvono in brevi intervalli:

$$(1) \quad P(T) = \frac{s(T)}{N} = \frac{1}{N} \left[\int_h^T t\varphi(t)dt + T \int_T^\infty \varphi(t)dt \right];$$

ovvero, ponendo:

$$(2) \quad f(t) = \frac{1}{m} \varphi(t),$$

si avrà ancora:

$$(3) \quad P(T) = \frac{m}{N} \left[\int_h^T t f(t) dt + T \int_T^\infty f(t) dt \right],$$

da cui si deduce che *il tasso del premio è uguale al prodotto del numero medio delle malattie (per esposto al rischio) per il numero medio delle giornate indennizzate.*

La determinazione di $P(T)$ richiede dunque la conoscenza di $f(t)$, la cui equazione non può essere ricavata che sperimentalmente. In una precedente nota ⁽¹⁾ si è proceduto alla ricerca di tale equazione, in base a materiale statistico della « Cassa Nazionale Malattie per gli Addetti al Commercio ». Vennero elaborate, a tale scopo, le distribuzioni, per classi di durata, delle malattie di competenza degli esercizi 1937 e 1938, ossia di quelle malattie, che ebbero inizio rispettivamente nell'uno o nell'altro dei due esercizi considerati, e si utilizzò, per la rappresentazione analitica di tali distribuzioni, il noto *metodo di traslazione di EDGEWORTH*.

Con la presente nota si vuole dimostrare, sulla base di altro materiale statistico, relativo alla « Cassa Provinciale di Malattia di Trieste », l'invarianza dell'equazione precedentemente determinata.

Se con:

$$(4) \quad F(t) = \int_h^t f(t) dt$$

si indica la frequenza delle malattie, la cui durata non supera t , l'applicazione del metodo di EDGEWORTH conduce alla ricerca di una particolare funzione $z = z(t)$ (*equazione trasformatrice*), tale che risulti, per ogni valore di t :

$$(5) \quad F(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-z^2} dz.$$

Rappresentando con $\Theta(z)$ l'integrale di LAPLACE:

$$(6) \quad \Theta(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-z^2} dz,$$

⁽¹⁾ ERNESTO AMOROSO, *Il premio dell'assicurazione individuale malattie*, in « Atti dell'Istituto Nazionale delle Assicurazioni », vol. XIII, Roma, 1941, XIX E. F.

facilmente si ricava dalla (5):

$$(7) \quad F(t) = \frac{1}{2} [1 + \Theta(z)].$$

Determinati empiricamente alcuni valori di $F(t)$, corrispondenti a prefissati valori

$$t_1, t_2, \dots, t_n$$

della variabile, si può calcolare immediatamente, risolvendo con l'aiuto di tavole dell'integrale di LAPLACE l'equazione in z dedotta dalla (7):

$$\Theta(z) = 2F(T) - 1,$$

la serie dei valori

$$z_1, z_2, \dots, z_n.$$

Con un procedimento di interpolazione, si può ricercare una relazione, che rappresenti la corrispondenza biunivoca intercorrente fra i valori di t e i valori di z .

La $f(t)$, la cui espressione si ricava dalla (4) e dalla (5):

$$(8) \quad f(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-z^2} \frac{dz}{dt},$$

è pienamente determinata, quando sia rappresentata la $z = z(t)$, funzione crescente di t , come risulta dalla (8), la quale indica che è positiva la derivata di z rispetto a t , essendo per sua natura positiva la $f(t)$.

Nella nota già citata, trascurando le malattie di durata non superiore a tre giorni, si è trovata per z l'espressione:

$$(9) \quad z = a \log_{10} (t - 3,50) + b,$$

dove, per entrambi gli esercizi, risultano:

$$a = 1,284$$

e

$$b = -1,288.$$

Conseguentemente, in virtù della (8), si è rivata l'espressione della curva di frequenza:

$$(10) \quad f(t) = \frac{a \log_{10} e}{(t - 3,50) \sqrt{\pi}} e^{-[a \log_{10} (t - 3,50) + b]^2}.$$

Si è potuto constatare, utilizzando il menzionato materiale della « Cassa Provinciale di Malattia di Trieste » relativamente al biennio 1937-1938 ⁽¹⁾, che la forma dell'equazione rimane inalterata. I risultati conseguiti sono illustrati nei paragrafi che seguono.

2. — La Cassa Provinciale di Malattia di Trieste svolge la propria attività su tutto il territorio della provincia: provvede all'assistenza medica, ambulatoriale e farmaceutica degli iscritti, elargisce sussidi nei casi di morte, in caso di parto o in altre straordinarie occasioni, liquida indennità giornaliera agli ammalati. Il diritto a percepire l'indennità giornaliera viene riconosciuto, a partire dal sesto giorno, per l'intera durata della malattia, purchè questa non superi i 182 giorni; oltre tale limite, viene sospeso il pagamento della diaria, che, in conseguenza della medesima malattia, può essere percepita per un ulteriore periodo massimo di 182 giornate, solo a condizione che siano trascorse otto settimane dalla cessazione dell'indennità precedente e che, nel frattempo, l'ammalato abbia riacquisito, anche per un limitato periodo di tempo, una parziale capacità al lavoro.

Le aziende che aderiscono alla Cassa provvedono alla iscrizione dei lavoratori dipendenti. All'atto del licenziamento, viene annullata l'iscrizione del lavoratore, che però, in caso di disoccupazione, conserva, per un ulteriore periodo, dopo la risoluzione del contratto di lavoro, il diritto alle prestazioni assicurative.

Il numero medio degli iscritti fu, durante il 1937, di 65.356 lavoratori, ripartiti fra 52.496 maschi e 12.860 femmine; nel 1938 è salito a 67.227, ripartiti fra 53.444 maschi e 13.783 femmine.

Al 31 dicembre 1938, la Cassa contava 66.019 lavoratori iscritti, suddivisi, fra le varie agenzie territoriali dipendenti, secondo il prospetto riportato nella pagina seguente.

La composizione professionale degli iscritti risulta da due tabelle riportate nella citata pubblicazione. Diversi criteri sono stati seguiti nei due esercizi considerati. Per il 1937, la classificazione, effettuata sulla base del numero medio degli iscritti, deriva, nelle sue grandi linee, dall'inquadramento sindacale dei lavoratori. La considerazione che alcuni raggruppamenti di categorie elementari nella più vasta categoria professionale risultavano etero-

⁽¹⁾ CASSA PROVINCIALE DI MALATTIA DI TRIESTE, *Attività del biennio 1937-1938*. Stab. Tipograf. Nazionale, Trieste, 1940-XVIII E. F.

	Lavoratori iscritti	Percentuale
Trieste	48.801	73,92
Monfalcone	12.989	19,67
Postumia	1.460	2,21
Muggia	885	1,34
Sesana	505	0,77
Aurisina	165	0,25
Cervignano	741	1,12
Grado	473	0,72
In complesso	66.019	100,—

genei, agli effetti del rischio in esame, e gli inconvenienti derivanti dallo spostamento di categorie, in seguito a modificazione dell'inquadramento sindacale, hanno indotto la Cassa a seguire, per la definizione delle categorie professionali, la nomenclatura dettata dall'Istituto Centrale di Statistica per il VII Censimento della popolazione. Su questa nuova base è stata compilata la tabella relativa al 1938, nella quale figurano distribuiti non già il numero medio degli iscritti nell'anno, ma bensì il numero dei presenti in assicurazione al 31 dicembre 1938.

I diversi criteri di valutazione adottati rendono difficile, per i due esercizi, la comparazione. Comunque, per grandi categorie professionali, la distribuzione risulta come dal prospetto della pagina seguente.

Si può affermare, grosso modo, che la composizione professionale del gruppo, in cui predominano nettamente gli addetti all'industria, rimane pressochè inalterata per la popolazione maschile, mentre varia per la popolazione femminile, che costituisce circa il 20% della popolazione complessiva. È da rilevare però che, per gli uomini, considerevoli variazioni si verificano nella distribuzione delle singole categorie professionali dell'industria: p. es., gli addetti all'industria meccanica e metallurgica, che formano il gruppo più numeroso, in quanto sono in esso comprese le maestranze dei cantieri navali di Muggia e di Monfalcone, costituiscono nel 1937 il 60% dei lavoratori dell'industria, mentre nel 1938 ne rap-

Grandi categorie professionali	Numero medio dei lavoratori iscritti nel 1937						Lavoratori presenti in assicurazione al 31 dicembre 1938					
	M.		F.		M.-F.		M.		F.		M.-F.	
	cifre assol.	%	cifre assol.	%	cifre assol.	%	cifre assol.	%	cifre assol.	%	cifre assol.	%
Agricoltura	112	0,21	8	0,06	120	0,18	249	0,48	8	0,05	257	0,39
Industria	34.706	66,11	6.300	49,—	41.006	62,74	35.573	69,42	9.158	61,98	44.731	67,75
Trasporti e comunicazioni	5.652	10,77	170	1,32	5.822	8,91	5.944	11,60	288	1,95	6.232	9,44
Commercio	6.103	11,63	2.657	20,66	8.760	13,41	4.910	9,58	2.028	13,73	6.938	10,51
Professioni libere - Amministrazione privata - Credito e assicurazione - Esercizi ed Enti Pubblici	4.633	8,82	3.178	24,71	7.811	11,95	3.842	7,50	2.852	19,30	6.694	10,14
Servizi domestici - Aziende non specificate - Assicurati volontari	1.290	2,46	547	4,25	1.837	2,81	726	1,42	441	2,99	1.167	1,77
In complesso	52.496	100,—	12.860	100,—	65.356	100,—	51.244	100,—	14.775	100,—	66.019	100,—

presentano solamente il 50%. Per la popolazione femminile invece si nota una stabilità nella percentuale delle addette ai lavori meno pesanti. Infatti, le addette all'industria tessile, cartaria e poligrafica, dell'abbigliamento, dell'arredamento, dell'alimentazione, dei tabacchi e chimiche, rappresentano, rispettivamente nel 1937 e 1938, l'83% e l'81% delle addette all'industria; e questo gruppo, unito a quelli del commercio, delle professioni libere, dell'amministrazione privata, del credito e assicurazione, degli esercizi e Enti pubblici, costituisce all'incirca, nei due esercizi, l'85% della intera popolazione femminile.

Sulla collettività assicurata la Cassa Provinciale di Trieste ha rilevato i seguenti casi di malattia:

Esercizio	Casi di malattia rilevati		
	Maschi	Femmine	Maschi e femmine
1937	22.754	6.789	29.543
1938	25.661	7.749	33.410

Fino al 1938 non era mai stata effettuata la precisa determinazione degli *esposti al rischio*. Per la derivazione degli indici di morbilità, la Cassa faceva riferimento alla *consistenza media degli iscritti*, intesa come media aritmetica della situazione mensile dei lavoratori presenti in assicurazione. Nel 1938 il numero degli esposti al rischio è stato più correttamente rilevato in un trecentosessantacinquesimo della somma delle giornate effettive di presenza, nell'anno, di ogni singolo assicurato. Tenendo conto anche delle giornate di presenza dei disoccupati, per il periodo in cui conservano il diritto alle prestazioni, tale numero corrisponde a 71.559 lavoratori assicurati, di cui 56.719 maschi e 14.840 femmine. In relazione, il numero medio delle malattie per cento esposti al rischio risulta pari a 45,24 per la popolazione maschile, a 52,22 per la femminile, a 46,69 per la popolazione complessiva.

3. — La distribuzione delle malattie per durata, nei due esercizi considerati, è riportata nella tabella 1.

Le malattie risultano ripartite in 24 classi. Le prime cinque comprendono, nel complesso, le malattie aventi durata inferiore al periodo minimo previsto per il riconoscimento della indennità giornaliera. I dati ad esse relativi presentano delle irregolarità; soprattutto si nota, sia nel 1937, che nel 1938, per la popolazione maschile, come per la femminile, che il numero dei casi di malattia aventi un giorno di durata risulta esuberante, tenuto presente l'andamento del fenomeno nelle classi successive. L'anomalia riscontrata fa sorgere dubbi sull'attendibilità dei dati relativi alla prima classe; il dubbio è tanto più plausibile, in quanto ci si rende immediato conto delle enormi difficoltà che presenta la rilevazione di malattie di così breve durata.

Altra irregolarità presentano, costantemente, la settima e la quattordicesima classe, che comprendono le malattie aventi rispettivamente da 7 a 14 giorni di durata.

Si ritiene opportuno trascrivere quanto, a proposito delle osservazioni fatte, è segnalato nella già citata pubblicazione della Cassa Provinciale (pag. XVII della Relazione Tecnica):

« Il fenomeno dei casi brevi di malattia ci appare localizzato in quelle zone, nelle quali si verifica forte concentrazione operaia in uno o pochi stabilimenti industriali. Invero il maggior numero dei casi di malattia, che si esauriscono nel periodo di carenza (entro cinque giorni), riferito al totale dei casi denunciati nei singoli uffici amministrativi, è dato dalle agenzie di Muggia e di Monfalcone, sedi di cantieri navali, col 41,06 rispettivamente 39,08 su 100 casi denunciati. Il fenomeno si riscontra anche a Cervignano con 33,93 casi e in minor numero a Trieste con 26,75 casi chiusi in carenza su 100 casi di malattia denunciati.

« La intensità del fenomeno, la regolarità della sua manifestazione nel tempo e la sua presunta localizzazione fanno pensare a cause perturbatrici che operano costantemente in un'unica direzione.

« Il fenomeno merita uno studio più approfondito. Sul suo comportamento, come sulla fluttuazione settimanale delle malattie abbiamo avviato ricerche nelle singole categorie professionali, che la ristrettezza del tempo concessoci per l'apprestamento e l'elaborazione delle tabelle statistiche non ci ha permesso di completare e approfondire. Ci riserviamo perciò di ritornare sull'argomento in altra sede ».

Le irregolarità rilevate non sono tali, ad ogni modo, da compromettere i risultati finali, che formano oggetto della presente nota.

Si ritiene anzi che una maggiore precisione, nella rilevazione dei dati relativi alle classi considerate, dovrebbe agire in modo da avvicinare maggiormente il fenomeno reale alla configurazione teorica, con cui si vuole rappresentarlo.

D'altro canto, se indiscutibili difficoltà di ordine pratico hanno ostacolato la raccolta dei dati per alcune classi particolari, considerato nel suo insieme, il materiale statistico della Cassa Provinciale di Malattia di Trieste si presenta come un materiale ottimo per l'elaborazione. Ne dà garanzia la particolare competenza degli organi tecnici dell'Ente, la cui attrezzatura perfetta è posta in evidenza dalla diligente cura e dalla meticolosità, con cui sono state eseguite le rilevazioni statistiche.

4. — L'impostazione dei calcoli per la determinazione analitica della $f(t)$ è stata effettuata in base ai seguenti criteri:

1. Detto n_r il numero dei casi di malattia, relativo alla classe di durata $t_r - t_{r+s}$, si è supposto che n_r indichi il numero delle malattie di durata compresa fra $t_{r-\frac{1}{2}}$ e $t_{r+s+\frac{1}{2}}$ giornate. Così, poichè, p. es., per l'esercizio 1937, ammonta a 1.174 il numero dei casi di malattia corrispondenti alla classe di durata 8 e a 308 quello corrispondente alla classe di durata 91-120, si è supposto che 1.174 sia il numero delle malattie di durata compresa fra 7,50 e 8,50 giornate e 308 il numero delle malattie di durata compresa fra 90,50 e 120,50 giornate. È ovvio che, in tal modo, le frequenze dei casi di malattia costituiscono, nel loro complesso, un istogramma, in quanto, per ciascuna delle 24 classi, la relativa frequenza non va riferita ad un determinato valore di t , ma deve essere intesa come somma delle frequenze corrispondenti ai valori di t compresi nell'intervallo.

2. Per l'osservazione fatta nel precedente paragrafo, si è ritenuto opportuno di eliminare la prima classe di durata. Ciò equivale supporre che il campo di variabilità di t sia compreso nell'intervallo $(1,50 - \infty)$.

3. L'ultima classe di distribuzione comprende l'intervallo da 151 a 182 giorni. Dato che l'indennità viene liquidata al massimo per 182 giornate, la Cassa comprende, fra le malattie di tale durata, anche quelle aventi una durata superiore. Ai fini della determinazione della curva di frequenza, devono considerarsi effettivamente raggruppate in questa classe le malattie aventi durata compresa nell'intervallo $(150,50 - \infty)$. Si è supposto, per estrapola-

zione, che la espressione analitica trovata per la $f(t)$ valga a rappresentare la curva di frequenza nel detto intervallo, nel quale la distribuzione delle frequenze non è nota.

Determinate le frequenze dei casi di malattia, nel 1937 e nel 1938, per la popolazione maschile e femminile e per la collettività, considerata nel suo complesso, sono stati desunti i valori empirici delle funzioni $F(t)$ e $z(t)$. Posti in relazione i valori di z osservati con i corrispondenti valori di t , si è ricavata, per la funzione z , la seguente espressione analitica:

$$(11) \quad z = a \log_{10} (t - 1,50) + b,$$

dove i parametri a e b assumono, per le varie distribuzioni, i valori seguenti:

	Esercizio	Valore del parametro	
		a	b
Maschi	1937	1,257	— 1,208
»	1938	1,275	— 1,188
Femmine	1937	1,350	— 1,462
»	1938		
Maschi e femmine	1937	1,270	— 1,253
» »	1938	1,293	— 1,250

Nelle tabelle 2, 3 e 4 sono riportate le serie dei valori empirici e dei valori teorici della $F(t)$, nonchè i relativi scarti; una idea della approssimazione conseguita è data dagli scarti medi [rapporti delle somme dei valori assoluti degli scarti ai totali dei valori osservati per la $F(t)$], indicati nel seguente prospetto:

	Esercizio	Scarto medio percentuale
Maschi	1937	1,27
»	1938	1,03
Femmine	1937	2,24
»	1938	1,99
Maschi e femmine	1937	1,04
» »	1938	0,92

Per le tavole della popolazione femminile, la minore approssimazione è probabilmente dovuta alla scarsa entità dei dati a disposizione.

La somma dei valori assoluti degli scarti fra i corrispondenti valori empirici di $F(t)$, osservati nei due esercizi, risulta uguale rispettivamente a 0,304 per la popolazione maschile, a 0,076 per la femminile, a 0,223 per la popolazione complessiva. Per il gruppo delle donne gli scarti fra le due serie di valori osservati sono minimi; tale coincidenza, che ha reso possibile l'adozione degli stessi parametri per entrambi gli esercizi, si ritiene sia da attribuirsi alla maggiore stabilità riscontrata nella distribuzione delle iscritte in alcune determinate categorie professionali.

5. — Per la popolazione maschile e per la intera collettività sono state ricavate due serie di distribuzioni di malattie per durata, sommando, classe per classe, i dati relativi ai due esercizi 1937 e 1938; si sono così costruite due tavole *combinatae*. Alle due distribuzioni è stato applicato il procedimento esposto nel precedente paragrafo. I risultati conseguiti si rilevano dalle tabelle 5 e 6, dove sono riportati gli scarti fra i valori empirici della $F(t)$, osservati nei due esercizi, e i corrispondenti valori calcolati in base alle tavole combinate. I relativi scarti medi, indicati nel prospetto che segue, sono contenuti entro limiti tali, da consentire, tanto per la popolazione maschile, come per la intera collettività, l'adozione dei parametri desunti dalle tavole combinate, per entrambi gli esercizi considerati:

	Esercizio	Scarto medio percentuale
Maschi	1937	1,35
»	1938	1,79
Maschi e femmine	1937	1,20
» »	1938	1,37

Dalla (8) e dalla (11) si ricava per la $f(t)$ l'espressione:

$$(12) \quad f(t) = \frac{a \log_{10} e}{(t - 1,50) \sqrt{\pi}} e^{-[a \log_{10} (t - 1,50) + b]^2},$$

che, sulle rilevazioni della Cassa Provinciale di Malattia di Trieste, può essere assunta a rappresentare analiticamente la curva di frequenza delle malattie, distribuite secondo la durata, quando per i parametri si assumano i seguenti valori:

per la popolazione maschile $a = 1,262$, $b = -1,194$
per la popolazione femminile $a = 1,350$, $b = -1,462$
per la popolazione compless. $a = 1,280$, $b = -1,250$

L'invarianza della espressione analitica e la coincidenza che, per i parametri a e b , si riscontra fra i valori determinati osservando la distribuzione delle malattie sulla intera collettività assicurata presso la Cassa Provinciale di Trieste, nel biennio 1937-1938, e quelli a suo tempo desunti dalle esperienze della Cassa Nazionale Malattie per gli Addetti al Commercio (anch'esse riferite ad una popolazione mista maschile e femminile, per lo stesso biennio), incoraggiano a proseguire nelle indagini intraprese. A più definitive conclusioni si potrà pervenire, se verrà messo a disposizione degli studiosi di questi problemi nuovo materiale statistico, altrettanto pregevole, quanto quello rilevato dai due menzionati Enti.

TABELLA I.

Cassa Provinciale di Malattia di Trieste. — Malattie di competenza degli esercizi 1937 e 1938 distribuite secondo la durata.

Classi di durata in giornate	Casi di malattia osservati					
	1937			1938		
	Maschi	Femm.	Maschi e femm.	Maschi	Femm.	Maschi e femm.
1	975	227	1.202	1.398	251	1.649
2	806	127	933	979	138	1.117
3	1.394	259	1.653	1.708	289	1.997
4	1.494	345	1.839	1.674	426	2.100
5	2.082	603	2.685	2.425	651	3.076
6	1.363	340	1.703	1.448	338	1.786
7	787	249	1.036	936	278	1.214
8	1.174	293	1.467	1.371	355	1.726
9	899	250	1.149	1.088	308	1.396
10	906	186	1.092	970	282	1.252
11	755	210	965	887	226	1.113
12	770	211	981	764	224	988
13	698	201	899	794	230	1.024
14	341	97	438	391	130	521
15	487	163	650	566	171	737
da 16 a 20	1.800	528	2.328	1.967	572	2.539
» 21 » 25	1.054	374	1.428	1.182	452	1.634
» 26 » 30	884	763	1.647	941	868	1.809
» 31 » 40	1.285	461	1.746	1.337	505	1.842
» 41 » 60	1.114	385	1.499	1.286	477	1.763
» 61 » 90	733	216	949	710	269	979
» 91 » 120	308	96	404	273	112	385
» 121 » 150	177	40	217	142	47	189
» 151 » 182	468	165	633	424	150	574
Complessivam.	22.754	6.789	29.543	25.661	7.749	33.410

TABELLA 2.

Distribuzione delle malattie secondo la durata. — Maschi.

<i>t</i> durata	1937			1938		
	<i>F(t)</i>		Scarti	<i>F(t)</i>		Scarti
	Valori osservati	Valori calcolati		Valori osservati	Valori calcolati	
2,5	0,037008	0,043784	— 0,006776	0,040350	0,046471	— 0,006121
3,5	0,101015	0,120238	— 0,019223	0,110745	0,127764	— 0,017019
4,5	0,169613	0,194938	— 0,025325	0,179739	0,206039	— 0,026300
5,5	0,265210	0,261799	+ 0,003411	0,279685	0,276266	+ 0,003419
6,5	0,327793	0,320867	+ 0,006926	0,339364	0,337235	+ 0,002129
7,5	0,363929	0,372489	— 0,008560	0,377941	0,390819	— 0,012878
8,5	0,417834	0,418210	— 0,000376	0,434447	0,437631	— 0,003184
9,5	0,459112	0,458887	+ 0,000225	0,479289	0,479135	+ 0,000154
10,5	0,500712	0,494923	+ 0,005789	0,519268	0,516357	+ 0,002911
11,5	0,535378	0,527623	+ 0,007755	0,555826	0,548961	+ 0,006865
12,5	0,570733	0,556790	+ 0,013943	0,587314	0,578474	+ 0,008840
13,5	0,602782	0,583447	+ 0,019335	0,620039	0,604831	+ 0,015208
14,5	0,618439	0,607008	+ 0,011431	0,636154	0,628581	+ 0,007573
15,5	0,640800	0,629116	+ 0,011684	0,659482	0,650282	+ 0,009200
20,5	0,723449	0,713715	+ 0,009734	0,740552	0,734042	+ 0,006510
25,5	0,771844	0,771952	— 0,000108	0,789268	0,790723	— 0,001455
30,5	0,812434	0,813523	— 0,001089	0,828051	0,830823	— 0,002772
40,5	0,871436	0,868656	+ 0,002780	0,883155	0,882850	+ 0,000305
60,5	0,922586	0,925020	— 0,002434	0,936158	0,934887	+ 0,001271
90,5	0,956242	0,960495	— 0,004253	0,965421	0,966691	— 0,001270
120,5	0,970384	0,976222	— 0,005838	0,976673	0,980393	— 0,003720
150,5	0,978511	0,984430	— 0,005919	0,982525	0,987413	— 0,004888
∞	1,—	1,—		1,—	1,—	
$z = 1,257 \log_{10}(t - 1,50) - 1,208$				$z = 1,275 \log_{10}(t - 1,50) - 1,188$		

TABELLA 3.

Distribuzione delle malattie secondo la durata. — Femmine.

<i>t</i> durata	1937			1938		
	<i>F(t)</i>		Scarti	<i>F(t)</i>		Scarti
	Valori osservati	Valori calcolati		Valori osservati	Valori calcolati	
2,5	0,019354	0,019340	+ 0,000014	0,018405	0,019340	— 0,000935
3,5	0,058824	0,067665	— 0,008841	0,056949	0,067665	— 0,010716
4,5	0,111399	0,123672	— 0,012273	0,113764	0,123672	— 0,009908
5,5	0,203292	0,179356	+ 0,023936	0,200587	0,179356	+ 0,021231
6,5	0,255105	0,231913	+ 0,023192	0,245666	0,231913	+ 0,013753
7,5	0,293051	0,280539	+ 0,012512	0,282743	0,280539	+ 0,002204,
8,5	0,337702	0,324928	+ 0,012774	0,330089	0,324928	+ 0,005161
9,5	0,375800	0,365554	+ 0,010246	0,371167	0,365554	+ 0,005613
10,5	0,404145	0,402813	+ 0,001332	0,408777	0,402813	+ 0,005964
11,5	0,436147	0,437074	— 0,000927	0,438918	0,437074	+ 0,001844
12,5	0,468302	0,468438	— 0,000136	0,468793	0,468438	+ 0,000355
13,5	0,498933	0,497179	+ 0,001754	0,499468	0,497179	+ 0,002289
14,5	0,513715	0,523682	— 0,009967	0,516806	0,523682	— 0,006876
15,5	0,538555	0,547841	— 0,009286	0,539612	0,547841	— 0,008229
20,5	0,619018	0,645557	— 0,026539	0,615899	0,645557	— 0,029658
25,5	0,676013	0,714677	— 0,038664	0,676182	0,714677	— 0,038495
30,5	0,792288	0,765491	+ 0,026797	0,791946	0,765491	+ 0,026455
40,5	0,862541	0,834015	+ 0,028526	0,859297	0,834015	+ 0,025282
60,5	0,921212	0,905544	+ 0,015668	0,922914	0,905544	+ 0,017370
90,5	0,954129	0,951000	+ 0,003129	0,958790	0,951000	+ 0,007790
120,5	0,968759	0,970957	— 0,002198	0,973727	0,970957	+ 0,002770
150,5	0,974855	0,981316	— 0,006461	0,979995	0,981316	— 0,001321
∞	1,—	1,—		1,—	1,—	

$z = 1,350 \log_{10}(t - 1,50) - 1,462$

TABELLA 4.

Distribuzione delle malattie secondo la durata. Maschi e Femmine.

<i>t</i> durata	1937			1938			
	<i>F(t)</i>		Scarti	<i>F(t)</i>		Scarti	
	Valori osservati	Valori calcolati		Valori osservati	Valori calcolati		
2,5	0,032921	0,038197	— 0,005276	0,035169	0,038550	— 0,003381	
3,5	0,091246	0,109016	— 0,017770	0,098045	0,111681	— 0,013636	
4,5	0,156134	0,180097	— 0,023963	0,164164	0,185341	— 0,021177	
5,5	0,250873	0,245055	+ 0,005818	0,261012	0,252224	+ 0,008788	
6,5	0,310963	0,302862	+ 0,008101	0,317244	0,312309	+ 0,004935	
7,5	0,347518	0,353917	— 0,006399	0,355467	0,365022	— 0,009555	
8,5	0,399280	0,399532	— 0,000252	0,409810	0,412145	— 0,002335	
9,5	0,439822	0,440419	— 0,000597	0,453763	0,453840	— 0,000077	
10,5	0,478353	0,476881	+ 0,001472	0,493182	0,490974	+ 0,002208	
11,5	0,512403	0,509591	+ 0,002812	0,528225	0,524245	+ 0,003980	
12,5	0,547017	0,539429	+ 0,007588	0,559332	0,554555	+ 0,004777	
13,5	0,578738	0,566267	+ 0,012471	0,591573	0,581238	+ 0,010335	
14,5	0,594193	0,590606	+ 0,003587	0,607977	0,605920	+ 0,002057	
15,5	0,617128	0,612977	+ 0,004151	0,631182	0,628581	+ 0,002601	
20,5	0,699270	0,700095	— 0,000825	0,711123	0,715637	— 0,004514	
25,5	0,749656	0,760250	— 0,010600	0,762570	0,775357	— 0,012787	
30,5	0,807770	0,803499	+ 0,004271	0,819527	0,817667	+ 0,001860	
40,5	0,869377	0,861286	+ 0,008091	0,877523	0,873122	+ 0,004401	
60,5	0,922268	0,920517	+ 0,001751	0,933031	0,929325	+ 0,003706	
90,5	0,955753	0,958148	— 0,002395	0,963855	0,963869	— 0,000014	
120,5	0,970008	0,974759	— 0,004751	0,975977	0,978719	— 0,002742	
150,5	0,977665	0,983465	— 0,005800	0,981928	0,986314	— 0,004386	
∞	1,—	1,—		1,—	1,—		
			$z = 1,270 \log_{10}(t - 1,50) - 1,253$				$z = 1,293 \log_{10}(t - 1,50) - 1,250$

TABELLA 5.

Distribuzione delle malattie secondo la durata. — Maschi.
Confronto con i valori teorici desunti dalla tavola combinata 1937-1938.

t durata	F(t)			Scarti	
	Valori osservati		Valori calcolati	1937	1938
	1937	1938			
2,5	0,037008	0,040350	0,045651	— 0,008643	— 0,005301
3,5	0,101015	0,110745	0,124831	— 0,023816	— 0,014086
4,5	0,169613	0,179739	0,201236	— 0,031623	— 0,021497
5,5	0,265210	0,279685	0,269684	— 0,004474	+ 0,010001
6,5	0,327793	0,339364	0,329522	— 0,001729	+ 0,009842
7,5	0,363929	0,377941	0,382160	— 0,018231	— 0,004219
8,5	0,417834	0,434447	0,428732	— 0,010898	+ 0,005715
9,5	0,459112	0,479289	0,469564	— 0,010452	+ 0,009725
10,5	0,500712	0,519268	0,505642	— 0,004930	+ 0,013626
11,5	0,535378	0,555826	0,538306	— 0,002928	+ 0,017520
12,5	0,570733	0,587314	0,567379	+ 0,003354	+ 0,019935
13,5	0,602782	0,620039	0,593900	+ 0,008882	+ 0,026139
14,5	0,618439	0,636154	0,617840	+ 0,000599	+ 0,018314
15,5	0,640800	0,659482	0,639223	+ 0,001577	+ 0,020259
20,5	0,723449	0,740552	0,723734	— 0,000285	+ 0,016818
25,5	0,771844	0,789268	0,780827	— 0,008983	+ 0,008441
30,5	0,812434	0,828051	0,821753	— 0,009319	+ 0,006298
40,5	0,871436	0,883155	0,875169	— 0,003733	+ 0,007986
60,5	0,922586	0,936158	0,929516	0,006930	+ 0,006642
90,5	0,956242	0,965421	0,963305	— 0,007063	+ 0,002116
120,5	0,970384	0,976673	0,978061	— 0,007677	— 0,001388
150,5	0,978511	0,982525	0,985760	— 0,007249	— 0,003235
∞	1,—	1,—	1,—		

$z = 1,262 \log_{10}(t - 1,50) - 1,194$

TABELLA 6.

*Distribuzione delle malattie secondo la durata. Maschi e Femmine.
Confronto con i valori teorici desunti dalla tavola combinata 1937-1938.*

<i>t</i> durata	<i>F(t)</i>			Scarti	
	Valori osservati		Valori calcolati	1937	1938
	1937	1938			
2,5	0,032921	0,035169	0,038550	— 0,005629	— 0,003381
3,5	0,091246	0,098045	0,110609	— 0,019363	— 0,012564
4,5	0,156134	0,164164	0,183082	— 0,026948	— 0,018918
5,5	0,250873	0,261012	0,249074	+ 0,001799	+ 0,011938
6,5	0,310963	0,317244	0,307818	+ 0,003145	+ 0,009426
7,5	0,347518	0,355467	0,359719	— 0,012201	— 0,004252
8,5	0,399280	0,409810	0,406101	— 0,006821	+ 0,003709
9,5	0,439822	0,453763	0,447122	— 0,007300	+ 0,006641
10,5	0,478353	0,493182	0,483643	— 0,005290	+ 0,009539
11,5	0,512403	0,528225	0,516921	— 0,004518	+ 0,011304
12,5	0,547017	0,559332	0,546721	+ 0,000296	+ 0,012611
13,5	0,578738	0,591573	0,573488	+ 0,005250	+ 0,018085
14,5	0,594193	0,607977	0,598282	— 0,004089	+ 0,009695
15,5	0,617128	0,631182	0,620535	— 0,003407	+ 0,010647
20,5	0,699270	0,711123	0,707914	— 0,008644	+ 0,003209
25,5	0,749656	0,762570	0,767656	— 0,018006	— 0,005086
30,5	0,807770	0,819527	0,810473	— 0,002703	+ 0,009054
40,5	0,869377	0,877523	0,867143	+ 0,002234	+ 0,010380
60,5	0,922268	0,933031	0,924819	— 0,002551	+ 0,008212
90,5	0,955753	0,963855	0,960855	— 0,005102	+ 0,003000
120,5	0,970008	0,975977	0,976694	— 0,006686	— 0,000717
150,5	0,977665	0,981928	0,984867	— 0,007202	— 0,002939
∞	1,—	1,—	1,—		

$z = 1,280 \log_{10}(t - 1,50) - 1,250$

IL CALCOLO DELLA RISERVA SINISTRI NELL'ASSICURAZIONE INDIVIDUALE MALATTIE

VINCENZO DE NARDO

1. — Nelle assicurazioni individuali malattie la valutazione della riserva sinistri (*presuntiva durata successiva delle malattie in corso alla fine dell'esercizio*) viene solitamente fatta con il *metodo dell'inventario*, che consiste nel valutare, caso per caso, il numero presuntivo delle successive giornate di malattia.

Ciò costituisce un grave inconveniente, non solo in quanto la compagnia dovrà affrontare a chiusura di esercizio un ingente lavoro, ma anche perchè la valutazione viene fatta da medici diversi e quindi con criteri diversi, in dipendenza del particolare temperamento dei preposti all'operazione.

Con questa nota ci proponiamo di mostrare come il metodo introdotto dal D'ADDARIO ⁽¹⁾ per il calcolo della Riserva Sinistri nei rami elementari possa, *mutatis mutandis*, essere vantaggiosamente utilizzato anche nel campo dell'assicurazione in oggetto.

Consideriamo a tal fine, in un certo intervallo di tempo, per esempio l'anno, una collettività di N rischi uguali, omogenei ed indipendenti e poniamo:

m = massimale di garanzia (numero massimo delle giornate indenizzabili per ogni caso di malattia);

n = numero complessivo dei casi di malattia;

$S(m)$ = numero complessivo delle giornate indenizzabili;

$P(m)$ = numero complessivo delle $S(m)$ indenizzate sino alla fine dell'esercizio;

⁽¹⁾ R. D'ADDARIO, *Il calcolo della riserva-sinistri nelle assicurazioni elementari*, in « Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari », anno IV, n. 3, 1933-XI.

R. D'ADDARIO, *Considerazioni intorno alla riserva-sinistri*, in « Assicurazioni », anno I, n. 1, 1934-XII.

$R(m)$ = numero complessivo delle $S(m)$ non ancora indennizzate alla fine dell'esercizio.

La Riserva Sinistri, per definizione, sarà allora

$$(1) \quad R(m) = S(m) - P(m),$$

ovvero, ponendo

$$(2) \quad a(m) = \frac{S(m)}{n},$$

per indicare il numero medio delle giornate indennizzabili, sarà ancora

$$(3) \quad R(m) = na(m) - P(m),$$

da cui segue che, se il valore di $a(m)$ è pressochè stabile nel tempo, la riserva sinistri potrà essere speditamente calcolata, in quanto, alla fine dell'esercizio, n e $P(m)$ sono elementi noti.

Pertanto, indicando con x , variabile nel campo $(0, \infty)$, la durata di ogni malattia; con $f(x)dx$ la frequenza dei casi di malattia la cui durata sia compresa tra x e $x + dx$, sarà:

$$(4) \quad a(m) = \int_0^m xf(x)dx + m \int_m^\infty f(x)dx$$

e quindi:

$$(5) \quad R(m) = n \left\{ \int_0^m xf(x)dx + m \int_m^\infty f(x)dx \right\} - P(m).$$

Nel caso di un portafoglio con più massimali, la riserva complessiva sarà data, evidentemente, dalla somma delle riserve parziali pertinenti ai diversi massimali. Cioè, detti m_1, m_2, \dots, m_s i diversi massimali assicurati, sarà

$$(6) \quad R = R(m_1) + R(m_2) + \dots + R(m_s),$$

ove per la (3)

$$(7) \quad R(m_i) = n_i a(m_i) - P(m_i)$$

e per la (4)

$$(8) \quad a(m_i) = \int_0^{m_i} xf(x)dx + m_i \int_{m_i}^\infty f(x)dx$$

e quindi la riserva sarà

$$(9) \quad R = \sum_1^s n_i \left\{ \int_0^{m_i} x f(x) dx + m_i \int_{m_i}^{\infty} f(x) dx \right\} - P(m).$$

2. — La valutazione della riserva sinistri, come appare dalla (9), presuppone, dunque, la conoscenza della espressione analitica della funzione $f(x)$.

L'Ing. AMOROSO ⁽¹⁾, utilizzando il metodo della trasformazione della variabile ⁽²⁾, ha sperimentalmente accertato, sulla base delle statistiche della Cassa Nazionale Malattie per gli Addetti al Commercio relative al biennio 1937-38, che, trascurando le malattie di durata inferiore ai tre giorni, per le quali, come egli osserva, i dati pubblicati non danno eccessivo affidamento, può porsi con ottima approssimazione

$$(10) \quad f(x) = \frac{\alpha \log e}{(x-h)\sqrt{\pi}} e^{-[\alpha \log(x-h) + b]^2},$$

ove α e b sono due costanti i cui valori si mantengono molto stabili nel tempo, e, quindi, sarà stabile anche il valore di $a(m)$ che analiticamente è dato da

$$(11) \quad a(m) = \frac{h}{2} \left\{ 1 + \Theta[z_m] \right\} + \frac{m}{2} \left\{ 1 - \Theta[z_m] \right\} + \\ + \frac{A}{2} \left\{ 1 + \Theta \left[z_m - \frac{1}{2\alpha \log e} \right] \right\},$$

ove:

$$(12) \quad z_m = \alpha \log(m-h) + b;$$

$$(13) \quad A = h + 10^{\frac{1}{4\alpha^2 \log e} - \frac{b}{\alpha}}$$

⁽¹⁾ E. AMOROSO, *Il premio dell'assicurazione individuale malattie*, in « Atti dell'Istituto Nazionale delle Assicurazioni », vol. XIII, Roma, 1941-XX.

⁽²⁾ R. D'ADDARIO, *Sulla tariffa delle assicurazioni danni*, in « Atti dell'Istituto Nazionale delle Assicurazioni », vol. IX, Roma, 1937-XV.

R. D'ADDARIO, *La riassicurazione dell'eccedente per sinistro: ricerche statistico-attuariali sulle assicurazioni di responsabilità civile* in « Annali dell'Istituto di Statistica della R. Università di Bari », vol. XVII, Bari, 1940-XVIII.

essendo θ il ben noto integrale di LAPLACE ed A la durata media delle malattie denunciate nell'anno, la cui durata non sia inferiore ad h .

Sostituendo nella (12) i valori delle costanti determinati dall'Ing. AMOROSO:

$$a = 1.284$$

$$b = 1.288$$

si ricava, per $h = 3,50$ ed $m = 180$,

$$a(m) = 24,48 ,$$

mentre, il numero medio di giornate indennizzate osservato in base al materiale della Cassa Nazionale Malattie per gli Addetti al Commercio, trascurando le malattie di durata inferiore a tre giorni, per un massimale di 180 giorni è:

esercizi	numero medio osservato
1937	24,27
1938	24,28

per cui gli scarti tra i valori osservati ed il valore calcolato sono i seguenti:

esercizi	scarti assoluti	scarti relativi
1937	— 0,21	0,86 %
1938	— 0,20	0,82 %

L'approssimazione, dunque, è veramente ottima. Successive ricerche dell'AMOROSO hanno confermato la bontà della funzione prescelta.

3. — Il PINGHINI ⁽¹⁾, per calcolare la detta riserva sinistri, espone due procedimenti, uno dei quali è derivato dal metodo proposto dal D'ADDARIO.

⁽¹⁾ C. PINGHINI, *Sul calcolo della riserva sinistri nell'assicurazione di malattia*, in « Assistenza Fascista », 1939, n. 6.

Egli, nell'applicazione di tale metodo, determina la successiva durata media delle malattie in corso alla fine dell'esercizio e pone:

n_1 = numero dei sinistri chiusi nell'esercizio;

n_2 = numero dei sinistri in corso alla fine dell'esercizio;

$a(m) = \frac{R(m)}{n_2}$ = successiva durata media dei sinistri in corso

alla fine dell'esercizio;

per cui, se $a(m)$ è stabile, sarà

$$R(m) = n_2 a(m).$$

Si rileva che il calcolo della riserva effettuato in base alla determinazione di $a(m)$, presenta lo svantaggio di operare su un esiguo numero di casi e quindi aumenta la probabilità di cause accidentali e perturbatrici.

Si ritiene pertanto che sia più corretto calcolare la riserva sinistri in base al valore di $a(m)$.



Corporate Heritage
& Historical Archive

INDAGINI STATISTICHE SULLE ASSICURAZIONI POPOLARI

RODOLFO MASCIOTTI

L'interesse che ha destato in questi ultimi tempi lo sviluppo in Italia dell'assicurazione popolare, sviluppo che, secondato da autorità e aziende, ha assunto la forma di una vera popolarizzazione dell'assicurazione ha condotto eminenti cultori delle scienze assicurative a rivolgere la loro attenzione a queste forme che nel mercato assicurativo italiano hanno raggiunta ormai tanta diffusione.

Vari studi di notevole importanza sono stati sinora pubblicati sull'argomento, anche in Memorie presentate a Congressi nazionali ed internazionali.

Recentemente un vasto e approfondito esame dell'attività assicurativa dell'I. N. A., ha portato il Prof. DE MEO a dedicare, lo scorso anno, su queste stesse pagine, vari e interessanti capitoli all'assicurazione popolare (cfr. DE MEO: *Sulla mortalità dei gruppi di assicurati vita*. « Atti I. N. A. », vol. XIII).

La materia però che sinora è stata oggetto di analisi è stata, in verità, piuttosto scarsa e ciò per la mancanza di dati sufficienti sull'argomento, mancanza dovuta al fatto che sinora erano state fatte, e rese di pubblica ragione, solo un numero esiguo di rilevazioni statistiche sul movimento dei contratti popolari.

Per venire incontro ad un desiderio e ad un bisogno certamente sentito di cultori e di organizzatori di assicurazione, abbiamo preso in esame le risultanze dell'esercizio 1939 dell'I. N. A. e le abbiamo sottoposte ad una lunga e minuziosa indagine; operando sulla porzione dello schedario di portafoglio, soggetta al movimento dell'esercizio.

Per gentile e illuminata concessione dei dirigenti dell'I. N. A., rendiamo di pubblica ragione i principali risultati di questa indagine, che abbraccia i più disparati elementi di portafoglio ed è stata condotta su un numero rilevantissimo di schede, in modo da offrire una base di assoluta attendibilità ai risultati conseguiti.

L'epoca d'altronde, relativamente recente, ai fini statistici, delle rilevazioni e la considerazione che negli anni successivi l'andamento del portafoglio ha mantenuto un ritmo abbastanza uniforme, ci autorizzano a ritenere che le conclusioni di questa indagine abbiano importanza ed efficacia anche per gli anni futuri.

Appunto, anzi, in vista di tale finalità ci siamo accinti alla non lieve fatica di questo esame.

Il piano di lavoro consta essenzialmente di due parti: nella prima abbiamo esaminato il complesso dei contratti di portafoglio dal doppio punto di vista dei suoi ingressi (produzione) e delle sue uscite (eliminazioni); nella seconda, invece, abbiamo avuto di mira la ripartizione del portafoglio nei suoi elementi componenti e cioè nei portafogli delle singole Agenze generali, esaminando le caratteristiche regionali del movimento dei contratti.

1. *La Produzione e il Portafoglio.*

L'intento precipuo delle Assicurazioni Popolari di portare le polizze assicurative alla portata del modesto ceto operaio, in modo da rendere, ad ogni costo, gli operai dei buoni assicurati, facilitandone con ogni mezzo l'adesione e il mantenimento del contratto, trova il suo principale riscontro nella caratteristica del taglio fisso e minimo di premio contenuto in una quota da cinque lire.

Cinque lire costituiscono il superfluo anche per il più modesto operaio ed egli può accantonarle senza sacrificio, per ritirarle più tardi sicuramente raccolte sotto forma di un capitale, il quale deve costituire l'aspirazione e il mezzo con cui l'operaio tenda verso la propria elevazione e il proprio benessere.

Nel vocabolo « sicuramente » sta appunto l'essenza della polizza assicurativa, la quale contro ogni forma di accantonamento di puro e semplice risparmio bancario offre e consente un'infinità di prestazioni sussidiarie che permettono di raggiungere il capitale ad ogni costo, anche e contro ogni avverso destino.

La differenza che passa tra risparmio bancario e risparmio

assicurativo è quella stessa che passa tra « capitale non garantito » e « capitale garantito », fungendo da garante l'Istituto contro le insidie che ne attentino la sua costituzione, quali la morte, l'invalidità, la disoccupazione.

A tale premesse di finalità operaia della polizza espressa nel modesto taglio di quota come hanno risposto le masse operaie, tratte all'assicurazione?

Per rispondere a questa domanda bisogna stabilire quale quota mediamente può, in via teorica, sottoscrivere la massa operaia, e confrontarla con quella effettivamente versata.

Si può dire, seguendo considerazioni abbastanza semplici e intuitive, che, in teoria, la paga media che riscuote, consente all'operaio di considerare come margine assolutamente superfluo e voluttuario, la mezza lira o la lira quotidiana, mentre le sue esigenze e le necessità della vita, esigono, acciocchè un risparmio vincolato per anni abbia senso, di accantonare almeno un migliaio di lire ad ogni quinquennio.

Ora queste due considerazioni si accordano fra loro abbastanza bene nelle polizze popolari, tenuto conto che la durata preferita è quella di quindici anni, poichè infatti queste polizze per un premio di tre quote mensili (0,50 al giorno) danno un capitale prossimo (in tre quinquenni) alle tremila lire.

Si può quindi concludere che il premio mensile tipo che, teoricamente, dovrebbe essere sottoscritto dall'operaio, qualora la sua adesione all'assicurazione risultasse pienamente aderente sia alle sue possibilità che alle sue esigenze, sia quello di tre quote mensili.

La statistica, dataci dalla tabella che segue, indica in realtà, una distribuzione diversa degli assicurati per quote di premio, distribuzione che poggia in gran parte sul versamento di una quota mensile.

Gettito quindi un po' al disotto di quello teorico, ma non per questo insufficiente o quanto meno poco significativo; la cifra imponente degli assicurati procurati costituisce infatti la garanzia migliore che l'assicurazione è penetrata nelle masse e si tratta ora solo di radicarla profondamente!

Ecco qui riportata la tabella delle percentuali di polizze assicurate a seconda dei vari tagli di premio; come si vede i contratti con una o due quote assorbono da soli l'83,60% dell'intera pro-

duzione, la quale quindi può dirsi che si riversi completamente su questi tagli di premio.

Ripartizione per quote della produzione popolare 1939.

Numero quote	%	Numero quote	%
1	57,8	6	2,7
2	25,8	7	0,2
3	6,7	8	0,4
4	3,6	9	0,2
5	1,8	10	0,6

Un aspetto particolarmente interessante della polizza popolare è attualmente il suo indirizzo, il quale tende sempre più a porla sul terreno sindacale, inquadrandola nei mezzi sussidiari del lavoro opportunamente rispecchianti le esigenze di categoria.

È così che da un'elencazione puramente tecnica dei vari tipi di polizza come la Mista, il Termine fisso ecc., quale si aveva una volta, si è passati oggi a emettere tipi di polizza che, pur conservando la stessa forma, si contraddistinguono dalle categorie di lavoro per le quali sono state adattate, apprestando opportunamente le condizioni particolari di polizza. Oggi noi tendiamo, infatti, più che altro a seguire il corso della produzione sotto questo aspetto di incanalamento sociale, emettendo infatti tipi di polizza quali la XXI Aprile, l'Artigiana, la Rurale, la Balilla, la Profamilia, oltre quello che può denominarsi la polizza popolare comune, senz'alcun carattere particolare.

Rammentiamo di sfuggita, che la polizza « XXI Aprile » e l' « Artigiana », dedicate le prime agli operai e la seconda agli artigiani, offrono fra le condizioni di favore quelle della sospensione dal pagamento dei premi nei casi di infermità, oltre che di disoccupazione e di Servizio militare e la liquidazione anticipata del capitale, metà subito e metà al massimo dopo cinque anni, in caso di invalidità del contraente assicurato; che la « Rurale », dedicata agli agricoltori, offre oltre queste condizioni, anche la liquidazione di un quarto del capitale qualora l'Azienda alla quale l'assicurato appartiene subisca, sotto certe limitazioni, una riduzione del raccolto di almeno il 60% di quello medio della zona; che la « Ba-

lilla » dedicata agli alunni, offre speciali premi di nuzialità, di natalità e di profitto negli esami, sotto forma di anticipi di polizza o di abbuoni e l'esonero dal pagamento dei premi in caso di morte del contraente e che, infine, la « Pro-Familia » offre la liquidazione del capitale immediatamente al momento delle nozze dell'assicurato.

Sotto questo aspetto è interessante notare che la polizza popolare comune raggiunge appena il 22% della produzione, mentre oltre i tre quarti di essa vengono assorbiti dalle forme, diremo specializzate, per categoria di lavoratori. Questo indice è certo altamente significativo, poichè esso dimostra la tendenza sempre più spinta e sempre più seguita della polizza popolare a ingranarsi nella struttura sindacale del Regime sia per penetrare meglio nelle masse, sia per corrispondere meglio alle loro esigenze.

Questo fenomeno mostra anche quanto la polizza popolare si presti ad una diffusione di massa e come in questo senso vadano fortemente incrementati gli sforzi intesi a diffonderla.

Tra le forme particolari spicca la « XXI Aprile » con il 28% della produzione, ma ha particolare rilievo anche la « Pro-Familia » con un apporto pari al 18% della produzione.

T I P O (Emissione)		Contratti %	F O R M A Bilancio)		Contratti %
Produz. Ordinaria		22,804	1 - Mista		65,12
» « Balilla »		6.753	2 - Mista crescente		12,85
» « Artigiana »		6.161	3 - Termine fisso		2,02
» « XXI Aprile »		28.472	4 - Vita intera p. t.		2,86
» « Pro familia »		18.346	5 - Vita intera p. v.		0,03
» « Rurale »		11.298	6 - Ferro-Tranvie		0,06
» « Roma »		6.166	7 - Pro Familia		17,06
Totale . . .		100 —	Totale . . .		100 —

Volendo, invece, esaminare la produzione dal punto di vista della forma tecnica del contratto, abbiamo che il 65,12% dei contratti è sottoscritto in forma Mista e il 12% in forma Mista Crescente e quindi abbiamo che queste due forme assorbono praticamente oltre i 3/4 dell'intera produzione.

Abbiamo detto che la struttura che viene data attualmente alla polizza popolare è quella che mira ad uniformarla, per quanto possibile, alle esigenze dei lavoratori e al particolare genere del loro lavoro, in modo da raccoglierne meglio le ricavate disponibilità.

Seguendo questo indirizzo della polizza di categoria espresso e differenziato nelle sue prestazioni supplementari, vediamo quali tra le varie categorie sono quelle che più affluiscono all'assicurazione, esaminando la produzione dal punto di vista della ripartizione professionale e di mestiere.

Possiamo dire in base alla classifica professionale dei nuovi contratti acquisiti nell'esercizio 1939 che i due terzi della produzione vanno ripartiti tra lavoratori agricoli (17,07%), lavoratori delle industrie meccaniche (14,08%), artigiani (10,93%) e infine Forze Armate e Fanciulli (26,63%), in modo da presentare un apporto abbastanza equo nei riguardi delle Forze Armate e Fanciulli e degli Artigiani, ma ancora scarso nei riguardi degli operai e dei braccianti agricoli.

Naturalmente questa ripartizione non misura interamente i risultati ottenuti, poichè a tal fine sarebbe necessario eseguire il confronto con il numero di lavoratori ancora non assicurati, suddiviso per categoria, ma ci indica piuttosto l'indirizzo della produzione e cioè se essa procede parallelamente in tutti i campi o piuttosto s'incanala verso alcuni rivoli preferiti.

A tal proposito le cifre ottenute ci dicono che la produzione mantiene il suo carattere di equilibrio fra le varie branche senza spingersi preferenzialmente verso alcun settore particolare.

Tuttavia è ben rilevare alcuni esempi che potrebbero forse essere maggiormente coltivati, come quelli dell'Industria Chimica e dell'Edilizia (2,37% e 2,26%), dell'Industria Tessile (2,61%) della Pesca (0,15%) dato che essi offrono possibilità non così in sottordine rispetto agli altri campi, come le cifre rilevano. Dobbiamo anche osservare come gli addetti al Commercio si lascino troppo distanziare dagli operai e dagli agricoltori; si ha infatti complessivamente una percentuale del 3,27% per i primi e del 2,81% per i secondi, troppo lieve certamente di fronte al 17.07 dei lavoratori agricoli.

Riportiamo ad ogni modo, per soddisfare la curiosità di chi legge, il quadro completo della ripartizione professionale della produzione raccolta nell'anno 1939.

Percentuali di produzione 1939 in rapporto alle varie classi professionali.

Denominazioni delle classi		
1	Proprietari ed affittuari	0,82
2	Lavoratori agricoli	17,07
3	Lavoratori dell'abbigliamento	0,95
4	Lavoratori dell'industria dell'acqua, gas, elettricità	0,54
5	Lavoratori dell'alimentazione	0,86
6	Lavoratori del legno e delle industrie artistiche	0,66
7	Lavoratori della carta e stampa	1,07
8	Lavoratori dell'industria chimica	2,37
9	Lavoratori dell'edilizia	2,26
10	Lavoratori delle industrie meccaniche e metallurgiche	14,08
11	Lavoratori delle industrie estrattive	2,58
12	Lavoratori della pesca	0,15
13	Lavoratori dell'industria tessile	2,61
14	Lavoratori dello spettacolo	0,03
15	Lavoratori del vetro e della ceramica	0,20
16	Addetti alle comunicazioni elettriche	0,03
17	Autoferrotranvie, autointernavigatori, autisti, addetti ai servizi del traffico trasporti vari	1,38
18	Lavoratori dei porti e « Gente del mare »	1,82
19	Lavoratori « Gente dell'aria »	0,04
20	Artigiani	10,93
21	Addetti case di deposito, vendita e spedizione	1,30
22	Lavoratori del commercio alimentare	1,51
23	Lavoratori del turismo e dell'ospitalità	1,91
24	Lavoratori delle aziende del credito e dell'assicurazione	1,50
25	Professionisti e artisti	0,59
26	Associazioni dipendenti dal P. N. F.	6,11
27	Difesa del paese, culto, condizioni non professionali	
28	Dipendenti non classificati	26,63
		100,—

A quanto ammontano i contratti raccolti nel 1939? Essi sono risultati in numero di 254.951 per un importo di capitali di L. 549.961.222.

Cifre considerevoli eppure soltanto piccola parte dei contratti e dei capitali che il Ramo Popolari dell'I. N. A. amministra nel suo portafoglio.

granaggio amministrativo in vista della massima facilità di diffusione e del minimo sforzo.

Il numero considerevole, ormai raggiunto, di contratti assicurativi, è conseguenza di un ritmo di diffusione della polizza popolare, sempre più intenso.

Finora mai la produzione ha dato segni di stanchezza e di esaurimento, trovando sempre nuovi campi da cui trarre il suo raccolto e questo fatto è dimostrato assai eloquentemente dal prospetto che segue, nel quale sono segnate le cifre dei contratti e dei capitali assicurati via via, nei vari anni precedenti.

Produzione.

Esercizio	Contratti	Capitali	Capitale medio	Ragguaglio al potere di acquisto della moneta
1930	29.995	115.718.643	3858	4214
1931	44.193	136.902.683	3120	3833
1932	67.802	193.521.561	2854	3714
1933	146.633	325.164.677	2218	3083
1934	171.003	367.095.501	2147	3103
1935	197.034	420.792.713	2136	2932
1936	364.673	647.392.795	1775	2220
1937	246.036	516.450.345	2099	2322
1938	266.018	543.416.931	2043	2102
1939	254.951	549.961.222	2157	2125

Si riscontra infatti in questa tabella una netta continuità nel ritmo crescente della produzione, arrestata solo in ultimo da un momento di pausa, sempre che si consideri a se stante l'esercizio 1936, che fu l'esercizio della grande emissione di contratti abbinati al Prestito « Rendita 5% ».

Offre un particolare interesse in questa tabella l'esame del capitale medio e il suo ragguaglio al potere d'acquisto della moneta.

Si trae infatti da questo esame la constatazione che ad un sempre maggiore allargamento del campo d'azione delle popolari, rilevabile dal crescente numero di assicurati, ha corrisposto però, inevitabilmente, un abbassamento del capitale medio assicurato e cioè del contenuto stesso delle polizze, abbassamento il cui in-

tervallo effettivo (da L. 4214 a L. 2125), è ancora maggiore di quello nominale (da L. 3850 a L. 2157) date le variazioni subite dal potere d'acquisto della moneta.

Conseguenza naturalmente inevitabile di ogni espansione, ma che pur tuttavia, data l'esiguità del capitale, assicurato, va doverosamente rilevata e indagata.

2. Il movimento dei contratti.

Una nuova fonte di indagini si presenta all'osservatore quando di accinga a mettere in risalto quanto più emerge dal tumultuoso movimento dei contratti che entro un esercizio si avvicendano nelle loro operazioni amministrative.

Il complesso delle variazioni che la collettività dei contratti subisce in un esercizio, rispecchia assai fedelmente lo stato d'animo, per così dire, degli assicurati e del pubblico e misura la consistenza del portafoglio dal suo punto di vista qualitativo.

Se quindi gli elementi caratteristici della produzione e del portafoglio mettono in risalto gli aspetti quantitativi del lavoro compiuto, quelli che derivano dai quadri di movimento, ne riportano, con efficace indicazione, i caratteri del suo aspetto qualitativo.

Per esaminare tale aspetto conviene anzitutto prendere in considerazione le cause prime del movimento e cioè le cause di eliminazione dei contratti.

La loro singola proporzione è indicata dalla tabella che riportiamo nella quale la percentuale di eliminazione è riferita al capitale in vigore al principio dell'esercizio.

Cause di eliminazione.

C a u s a	%
Riduzioni	0,80
Rescissioni	9,50
Riscatti	2,07
Sinistri	0,49
Scadenze	0,06
Varie	0,51
Totale estinzione . .	13,43

L'intensità del movimento che subiscono i contratti è quindi molto forte, segno abbastanza evidente di una situazione che manca ancora notevolmente di assestamento e pertanto è ancora instabile per la necessità stessa di tendere al suo pieno sviluppo definitivo.

È lontana questa fase di assestamento?

Noi non possiamo dirlo, dobbiamo solo rilevare come essa sarebbe quanto mai desiderabile per le benefiche ripercussioni che apporterebbe al rendimento stesso dei contratti, rendimento che deve essere riguardato sotto il doppio aspetto degli interessi dell'istituto assicuratore e degli assicurati.

Crediamo quindi che l'accento ad una parentesi di pausa mostrato dalla produzione 1939, sarebbe senz'altro salutare se esso corrispondesse ad un lavoro di consolidamento, inteso ad operare maggiormente in profondità anzichè in estensione e ad apportare all'Istituto contratti provenienti da un'efficace opera di persuasione.

Ad ogni modo il numero dei contratti del portafoglio in vigore è talmente grande, che per quanto esso presenti delle fluttuazioni, pur tuttavia alcuni fenomeni possono ugualmente studiarsi attraverso il movimento dei contratti in modo da ricavarne attendibili e preziosi giudizi.

Primo fra tutti presenta particolare interesse l'esame dell'andamento della mortalità, che costituisce l'argomento principe di ogni analisi assicurativa.

La mortalità delle popolari è, in Italia, come è noto, inferiore a quella desunta dalle tavole dell'Istituto Centrale di Statistica, valide per l'intera popolazione del regno.

Ora un esame approfondito di tale circostanza, eseguito sui contratti sinistrati nel 1939, ci ha rivelato un fatto assai caratteristico e cioè che tale diminuzione è in valore assoluto all'incirca costante per tutte le età all'ingresso, dai 20 ai 45 anni; che sono quelle nelle quali si accentra l'afflusso dei nuovi assicurati e per le quali quindi il numero di contratti in esame è rilevante.

Volendo esprimere matematicamente questo fatto si potrebbe dire che la mortalità q'_x delle popolari si deduce da quella q_x della tavola della mortalità generale in base alla formula:

$$q'_x = q_x + c$$

ove c è una costante.

Indicato infatti con l'unità lo scarto assoluto relativo all'età 20, ecco quelli inerenti alle età successive:

Età all'ingresso in assicurazione	Scarto	Età all'ingresso in assicurazione	Scarto
20	1	33	0,88
21	1,05	34	0,88
22	1,16	35	0,88
23	1,17	36	0,88
24	1,15	37	0,94
25	1,16	38	1
26	1,09	39	1,04
27	1,07	40	1,10
28	1,06	41	1,18
29	1,03	42	1,21
30	1	43	1,28
31	0,98	44	1,30
32	0,92	45	1,33

Questa tabella, come si vede, ci dà valori quasi invariabili con il variare dell'età all'ingresso in assicurazione.

Quale significato racchiude questo comportamento?

Interpretato matematicamente esso corrisponde all'azione di una forza operante in senso opposto alla mortalità e indipendente dalla costituzione fisica dell'individuo e particolarmente dalla sua età.

Si ravvisa da ciò un fenomeno preponderante nell'eliminazione dei contratti, la quale deve avvenire per la maggior parte per cause indipendenti dalla mortalità e quindi di carattere oggettivo e generale, in modo da soffocare, per così dire, gli effetti di questa ultima.

Insieme alla mortalità, particolare interesse presentano quelle cause di eliminazione, che opportunamente salvaguardate dalle condizioni di polizza, donano appunto a questa il suo carattere spiccatamente popolare e sociale.

Esamineremo quindi il comportamento che hanno presentato le polizze uscenti per sinistro, per infortunio e per invalidità.

L'esame di tale questione verte essenzialmente sulle cause che hanno provocato l'evento che ha determinato l'uscita del contratto

ed ha lo scopo di ravvisare quali di queste cause incidono maggiormente sul regolare decorso del contratto assicurativo.

Ora questo esame porta a concludere che le malattie che conducono al sinistro dipendono dalla costituzione generale dell'individuo ed hanno sintomi preesistenti all'ingresso in assicurazione, sintomi che una rigorosa visita medica avrebbe probabilmente messo in evidenza e condotto a non accettare il rischio.

Il fatto però che non abbondino mali specifici o transitori, ci fa pensare che non debba trattarsi di una auto-selezione volontaria, ma di quella involontaria che mette in risalto, a morte avvenuta, quei tali rischi tarati che abbondano particolarmente in una produzione di massa.

Un'indagine accurata è stata anche eseguita sui contratti usciti per infortunio o per invalidità ed ecco in quale misura essi si sono distribuiti rispetto alla causa determinante del fenomeno.

Infortunio.

Causa determinante	%
Professionale	52
Estra-Professionale (Causa termica	1
» (Causa idrica)	3
» » (Causa elettrica)	2
» » (Crollo)	2
» » (Investimento)	21
» » (Tossici)	0
» » (Assassinio)	2
» » (Altre cause)	17
Totale	100
<i>Invalidità.</i>	
Professionale	22
Organica	69
Accidentale	9
Totale	100

Si rileva da tali quadri, come gli infortuni, che devono essere considerati qui sempre mortali, si presentino in misura rilevante come avvenuti sul lavoro, il 52% infatti di essi risultano professionali; degli altri la maggior parte si verifica invece nei casi di investimento e poi per cause varie, di quelle non facilmente precisabili o non denunciate.

L'invalidità, al contrario, purchè sia totale è soltanto occasionalmente professionale, appena cioè il 22% dei casi; mentre risulta quasi sempre di natura organica.

Sono le tare costituzionali che portano generalmente l'individuo all'invalidità totale e soprattutto quelle che concernono gli organi dei sensi, l'apparato circolatorio, ed il sistema neuro-psichico; i quali casi raccolgono complessivamente oltre il 50% di tutte le polizze sinistrate per invalidità.

Un'interessante statistica riguarda l'età media con la quale gli assicurati entrano in assicurazione e quella che conservano con l'andare del tempo.

L'indagine eseguita sulla forma Mista per le durate 15 e 20 e sulle varie produzioni emesse a suo tempo ci dà, a seconda delle varie decorrenze, i seguenti risultati.

Età media iniziale.

Decorrenze	Mista 15	Mista 20
1930	43.2	38.9
1931	46.0	39.6
1932	44.7	40.9
1933	41.1	38.5
1934	42.7	35.6
1935	42.3	36.0
1936	41.4	35.3
1937	38.8	31.7
1938	39.6	32.1

Come si vede l'età media iniziale ha anzitutto una forte tendenza a decrescere: escluso un lieve aumento al principio dopo il 1930, si rileva poi una costante diminuzione di questa età, la quale in circa un decennio si è portata da 46 anni a 39 anni per la durata 15 e da 40 anni a 32 anni per la durata 20.

L'abbassamento di 7 od 8 anni nell'età media all'ingresso, conseguito gradatamente e persistentemente durante il decennio, è certo un fenomeno caratteristico di questi ultimi tempi e deve trovare la sua spiegazione nell'incremento delle produzioni collettive, le quali raccogliendo masse indistinte di operai, tendono ad abbassare l'età media degli assicurati, che altrimenti addiventano all'assicurazione, normalmente, ad un'età più matura.

La caratteristica però dell'età media iniziale di un portafoglio chiuso è quella di non alterarsi sensibilmente con il trascorrere degli anni.

Si ha che se una produzione presenta un'età media, ad esempio di 40 anni, essa continuerà ad avere all'incirca, l'età media di anni 41 dopo un anno, quella di anni 42 dopo due anni, e via di seguito; l'età media iniziale, o di scheda, quindi del gruppo residuo di quella produzione, si sarà conservata approssimativamente intorno ai 40 anni.

Questa conservazione dell'età media iniziale, che corrisponde ad una legge di eliminazione assai importante, quella che determina l'esistenza dell'individuo medio di un portafoglio chiuso, il quale individuo rimane immutabile nel tempo, in modo da rappresentare l'esponente di tutto il portafoglio, si presenta con molta evidenza nel Ramo delle assicurazioni popolari, come lo dimostra la seguente tabella tratta dalle risultanze del bilancio 1939.

Scarto al 1939 dell'età iniziale
(misurato in anni).

Decorrenza	Mista 15	Mista 20
1930	0.20	1.00
1931	0.10	1.10
1932	0.80	0.30
1933	0.80	1.00
1934	0.10	0.50
1935	0.00	0.60
1936	0.60	0.60
1937	1.40	0.90
1938	0.70	0.40

Con tali elementi possiamo quindi convalidare la legge dell'individuo medio di portafoglio, stabilita in una comunicazione presentata al XII Congresso Internazionale degli Attuari, avente sede in Lucerna (cfr.: R. MASCIOTTI, *Un teorema fondamentale e le sue applicazioni alla determinazione dei valori di riscatto*. « Atti XII Congresso »).

3. L'attività regionale.

All'esame di tutti quegli elementi che riguardano il portafoglio popolare considerato in tutto il suo insieme, quale si presenta alla Direzione Generale dell'I. N. A. e cioè al centro dell'Istituto, fa riscontro quello che segue lo sviluppo dell'Istituto, frazionando tale sviluppo nei suoi elementi componenti, costituiti dagli apporti delle singole Agenzie Generali o per lo meno dei gruppi di Agenzie regionali.

Intendiamo qui appunto considerare lo sviluppo dell'I. N. A. dal suo punto di vista periferico, esaminando a tale scopo il comportamento delle diverse regioni onde graduarne la loro importanza e il loro contributo.

Abbiamo così per il 1939

Regione	%	Regione	%
1°) Lombardia	13	10°) Liguria	4
2°) Piemonte	11	11°) Venezia Giulia	3
3°) Veneto	11	12°) Calabrie	3
4°) Emilia	10	13°) Abruzzi	3
5°) Sicilia	8	14°) Marche	2
6°) Puglie	8	15°) Sardegna	2
7°) Campania	7	16°) Umbria	1
8°) Lazio	7	17°) Venezia Tridentina	1
9°) Toscana	6	18°) Lucania	—
		Totale	100

Questa tabella in base alla graduatoria che fornisce delle singole regioni, mostra il diverso apporto che ciascuna regione offre al complesso della produzione popolare; essa però non contiene

alcun elemento che possa indicarci la diversa laboriosità produttiva di ciascuna regione.

Infatti è chiaro che l'8% delle Puglie, ad esempio, può essere costato molto più lavoro che non l'11% del Piemonte; nè è possibile, in base a questi semplici dati, avere alcuna indicazione in proposito, indicazione che eventualmente rimandiamo ad altro esame.

Pur tuttavia, grosso modo, qualche indicazione di massima, possiamo ricavarla a questo proposito; vediamo infatti, ad esempio, che il Piemonte ed il Veneto, nonostante la loro minore estensione e il loro minor sviluppo, mantengono un incremento assai prossimo a quello della Lombardia, vediamo ancora come l'Emilia sia sempre un ottimo campo di raccolta per le popolari e come la Sicilia e le Puglie si portino, per il nostro ramo, quasi all'altezza delle regioni settentrionali.

Di un'entità discreta si mantengono le produzioni popolari del Lazio e della Campania, mentre scarseggiano, invero, quelle della Toscana e della Liguria e infine restano in evidente sottordine le altre regioni residue.

Questi come abbiamo detto sono i risultati di un esame quantitativo che si deduce dai risultati della produzione; altri dati più elaborati, invece, mostrano in qual modo le diverse regioni si siano orientate verso i vari tipi di polizze popolari, indicando così in modo indubbio, di quale strato sociale o di quale categoria lavorativa è composta la massa delle loro singole clientele.

Incominciamo dal Piemonte: esso produce ormai in massima contratti normali e cioè derivanti da una produzione spicciola e individuale; il 32% della sua produzione perviene infatti da questa raccolta; tuttavia ancora la produzione « XXI Aprile », ottenuta per azione su centri industriali mediante raccolte collettive, è assai vasta, si può calcolare infatti che essa assorba il 26% di quella dell'intera regione.

La Liguria aumenta notevolmente questa caratteristica di produzione operaia negli opifici e negli stabilimenti. Nonostante la grande produzione passata, rivolta in questo senso, ancora il 44% dei suoi contratti appartengono alla forma « XXI Aprile », segno evidente che una attività industriale è in continua e instancabile ascesa in questa regione.

Ancora maggiore nel campo della previdenza operaia di massa

è la produzione Lombarda; il 51 % della sua produzione è in forma « XXI Aprile », mentre anche quella individuale e comune non rimane del tutto indietro presentando una percentuale del 20 %.

La Venezia Tridentina spicca, strano a dirsi, per la sua alta produzione nella forma « Rurale », il 32 % della sua raccolta va in questa forma assicurativa, mentre la residua produzione si raccoglie quasi essenzialmente in forma normale, con una percentuale del 34 %.

Anche il Veneto concede molto alla forma « Rurale »: il 25 % della sua produzione; e questo è naturale, stante l'intenso, sviluppo agricolo, razionale e moderno, della regione.

Ma il Veneto però mantiene anche alto il potenziale della forma « XXI Aprile », cosa questa che non sembrerebbe a prima vista, dato che la sua attrezzatura industriale non è poi così imponente come altrove, tuttavia dobbiamo notare che il 35 % della sua produzione è in forma « XXI Aprile ».

Da notare anche che la forma normale non è certo negletta: rileviamo infatti che essa ascende al 28 %.

Ultima delle Tre Venezie, la Venezia Giulia, si volge quasi completamente verso la « XXI Aprile »; i suoi cantieri lavorano in pieno e questa forma spiccatamente sociale trova in essa la massima adesione di massa; più della metà della sua produzione e precisamente il 62 % è raccolta in questa forma.

Scendiamo ora verso le regioni dell'Italia Centrale; questo passaggio si nota subito, poichè vedremo notevolmente scendere la raccolta « XXI Aprile » e mettersi in evidenza la forma « Rurale », mentre ottima si mantiene la produzione delle polizze popolari normali, non appartenenti cioè a nessuna forma speciale. Comincia inoltre ad affermarsi la « Pro Familia » ed esaminando le varie cifre si ricava la sensazione di una specie di equa distribuzione tra le varie forme assicurative, di equilibrio nelle varie branche dell'attività svolta, senza un ben spiccato orientamento produttivo.

L'Emilia infatti ripartisce la sua produzione in quasi tutte le forme con pari intensità, e analogamente l'Umbria e la Toscana che presentano solo una qualche accentuazione nella « XXI Aprile » la prima, e nella « Pro Familia » la seconda.

Il Lazio mostra invece un'accentuazione delle singole polizze individuali in forma normale, pur non dimostrando particolari

preferenze per nessuna forma e l'Abruzzo, infine, ripartisce metà della sua produzione tra la « Pro Familia » e la « XXI Aprile ».

Le regioni meridionali ripresentano invece nuovi accentuamenti, sebbene verso indirizzi diversi da quelli in vista nelle regioni settentrionali; predominano in esse quasi esclusivamente la forma normale e la « Pro Familia », la quale raggiunge ivi il massimo della sua diffusione.

La Campania invece presenta una fisionomia un po' a sè, con una prevalenza assai spiccata nella forma « XXI Aprile » (il 32%) e della polizza « Gil » (il 26%), ma le altre regioni si mantengono tutte nei limiti anzidetti.

La Lucania infatti dà il 59% della sua produzione alla forma normale e il 18% alla « Pro Familia », alla quale la Calabria vi contribuisce con il 74%, mentre le Puglie si discostano alquanto dalla produzione meridionale mostrando un notevole sviluppo industriale, con il 32% della loro produzione in forma « XXI Aprile » e il 24% in forma « Artigiana ».

La Sicilia e la Sardegna rientrano nelle considerazioni ora fatte e devolvono una frazione ingentissima della loro produzione alla forma « Pro Familia », che raccoglie in queste regioni insulari ben il 65% dell'intera produzione della Sicilia ed il 51% di quella della Sardegna.

Giunti a questo punto avremmo finito la rassegna e potremmo almeno per ora, fare il punto, se non ritenessimo interessante aggiungere un'altra osservazione supplementare.

Si può porsi infatti questa domanda: qual'è per ciascuna categoria di polizze la regione nella quale essa, *relativamente alle altre*, si è maggiormente affermata?

La domanda non è la stessa di quella che chiede qual'è la regione nella quale un dato tipo di polizza si è, in valore assoluto, maggiormente affermato, ma mira piuttosto a cercare la regione che più rispecchia nei suoi abitanti il carattere adatto per un dato tipo di polizza.

Denominando tale carattere: *primato di preferenza*, possiamo fare le seguenti constatazioni: la polizza « Balilla » è preferita più di ogni altra regione nella Campania, la polizza « Roma » in Liguria; la polizza « Artigiana » nelle Puglie, la polizza « XXI Aprile » in Lombardia, la polizza « Pro Familia » in Calabria, la polizza « RURALE » nelle Marche e infine la polizza popolare comune, che

non ha alcuna specifica denominazione e corrisponde ad una raccolta generica, anzichè di categoria: è quella quasi esclusiva della Lucania.

Questo lo sguardo dato in un rapido giro d'orizzonte al lavoro che dai più lontani centri è stato svolto per apportare un nuovo incremento al portafoglio delle assicurazioni popolari; non è possibile certo con esso abbracciare tutto il campo e soprattutto misurare con esatto criterio lo sforzo compiuto, tuttavia riteniamo che esso sia sufficiente a mettere in evidenza molte tendenze e arrecare a chi guida il lavoro un valido e concreto contributo.

4. *Rilievi principali.*

L'esame dei vari aspetti che la polizza popolare offre all'interesse degli osservatori e dei dirigenti tratto dalla fonte viva del suo movimento di schedario, che costituisce in ultima analisi la negativa fotografica dell'andamento delle polizze stesse, è stato compiuto gradatamente nelle pagine precedenti, ponendoci di fronte, via via, gli aspetti della produzione, del portafoglio, della eliminazione dei contratti e della singola attività periferica delle varie regioni.

Desideriamo ora porre insieme i vari rilievi raccolti, in modo da ottenere un'impressione generale su tutto l'andamento delle popolari e ricavarne un giudizio definitivo.

Diremo brevemente che la polizza popolare è divenuta anzitutto la polizza dello stretto superfluo, e cioè quella che raccoglie i risparmi minimi del popolo; variando dall'una alle due quote di premio e raggiungendo difficilmente quelle tre quote, che pure, come si è detto, sarebbero per essa le più appropriate.

Alla sua struttura tecnica è stato fatto subire pian piano, un processo unificativo che ne rinsalda la consistenza, per modo che attualmente essa si impernia quasi esclusivamente sulla Mista per gli adulti e sulla Mista Crescente (non ancora troppo soddisfacente) per i fanciulli, corredate di numerose prestazioni supplementari, adeguate alle esigenze specifiche delle varie classi di assicurati.

Sempre restando nei limi dell'esercizio 1939 notiamo che il movimento è intensissimo durante l'anno; un grande numero di variazioni, di uscite, di ingressi, di sospensioni, caratterizza il de-

corso annuale dei contratti, comprovando l'instabilità dell'ancor giovane portafoglio popolare.

Addentrandoci maggiormente nel dettaglio del movimento, esaminiamo i principali eventi distruttivi del risparmio individuale, ai quali la polizza popolare mira a porre argine e cioè la mortalità, l'infortunio e l'invalidità.

La mortalità si contraddistingue da quella degli assicurati con polizze ordinarie per essere inferiore a questa ed inferiore approssimativamente di una quantità costante, in modo da essere espressa con una formula del tipo:

$$q'_x = q_x + c$$

ove c è una costante negativa, segno, come si è detto, del sovrapporsi di una causa di eliminazione non naturale.

Le cause di morte inoltre si accentrano maggiormente su quelle malattie che sono caratteristiche delle masse popolari in genere, cosicchè può ritenersi che non si presenti, in misura eccessiva per queste assicurazioni la cosiddetta autoselezione.

La ripartizione per causa delle polizze sinistrate per invalidità e per infortunio, presenta per queste due categorie la differenza essenziale che nelle prime l'effetto della pratica professionale è debole, essendo la causa che la determina essenzialmente di natura organica, mentre per le seconde essa è, per oltre il 50%, di natura professionale.

Importanti considerazioni abbiamo poi fatto nello studio, che precede, riguardo all'età media di ingresso in assicurazione; essa almeno per la Mista, che assorbe la maggiore parte del portafoglio, è tale che sommata alla durata del contratto dà un'età a scadenza quasi fissa, che è attualmente di circa 55 anni.

Occorre però rilevare che in un decennio l'età media all'ingresso è andata sempre decrescendo, con andamento graduale e persistente, cosicchè nel 1931 essa risultava di circa 7 anni maggiore dell'attuale.

Attribuito tale fenomeno all'incremento dei gruppi cumulativi che trascinano più facilmente gli elementi giovanili, per sè stessi un po' riluttanti, all'assicurazione, rileviamo d'altra parte il fenomeno della conservazione dell'età media, secondo il quale un portafoglio chiuso, scevro cioè da nuovi ingressi, mantiene la sua età iniziale, con l'andare del tempo.

Questo fenomeno, abbiamo rilevato, è molto importante dal punto di vista statistico e attuariale, perchè prova l'esistenza, in via teorica, di un'individuo medio, il quale accentrati in sè i contratti e i capitali di una stessa decorrenza, si invecchi col tempo conservando l'accentramento di tali capitali, in modo da offrire una base di calcolo assai semplice, per le previsioni attuariali sul portafoglio.

Merita infine particolare considerazione l'esame del lavoro spesso ignoto o per lo meno non mai abbastanza lumeggiato delle singole Agenzie Generali, nel campo delle assicurazioni popolari.

Il comportamento delle varie regioni, ha dato luogo ad una graduatoria sul diverso apporto di contratti registrato e si è potuto stabilire una tabella, secondo la quale le regioni più importanti sono nell'ordine che segue: la Lombardia, il Piemonte, il Veneto e l'Emilia, poi la Sicilia, le Puglie e la Campania ed infine il Lazio e la Toscana.

Questo ordine mostra la presenza di tre gruppi distinti successivi, in ognuno dei quali stanno regioni di una stessa parte d'Italia: la Settentrionale nel primo, la meridionale nel secondo, e infine la centrale nel terzo.

Vi è quindi una netta demarcazione fra le tre zone in cui si suddivide l'Italia e ciascuna ha un suo livello di produzione particolare, in modo che non esistano interferenze di sorta, segno questo che le popolazioni di queste tre zone hanno una mentalità, una forma di vita ed un livello economico nettamente distinti.

Interessante è rilevare le tendenze e le preferenze che ciascuna regione presenta verso le varie forme assicurative, poichè tali tendenze dimostrano quali siano i loro orientamenti e si prestano a determinare come vada meglio incanalata e guidata la produzione popolare.

Anche in questo si denota una netta demarcazione tra le tre zone settentrionale, centrale e meridionale dell'Italia.

Nella prima è notevole lo sviluppo assunto dalla forma « XXI Aprile », nella seconda si denota un certo equilibrio tra tutte le varie forme, mentre nella terza prepondera decisamente la « Pro Familia ».

5. *Sguardo al futuro.*

Quali possibilità hanno ancora dinanzi a loro le polizze popolari?

Rispondiamo concisamente.

Il portafoglio popolare è stato un portafoglio di rapida espansione che, favorito da un clima politico opportuno, ha mirato più ad affermarsi che a perfezionarsi.

Ora però, da qualche anno, la polizza popolare va subendo lenti, ma decisi ritocchi, che, frutto dell'esperienza e delle esigenze del pubblico, le vanno conferendo un più deciso ed appropriato carattere di finalità popolare.

Le prime polizze erano delle polizze ordinarie che si riducevano, attraverso la limitazione di capitale, a godere dell'esenzione della visita medica, le attuali invece sono delle polizze la cui fisionomia, la cui struttura, il cui ingranaggio amministrativo e la stessa propagazione, risultano del tutto speciali e ben distinte da quelle delle polizze ordinarie.

La polizza popolare va assumendo, infatti, quelle spiccate attitudini salienti che delineano sempre più la sua tendenza a divenire, nel prossimo futuro, una polizza di specializzazione per particolari settori della popolazione. Questo carattere che loro è stato conferito dai dirigenti dell'Istituto, le ha differenziate nettamente dalle similari polizze straniere, che sono rimaste alla vecchia concezione di caratterizzarsi soltanto per la limitazione di capitale ed ha condotto la polizza popolare italiana su un piano nuovo, così lontano dal primitivo, che l'autorizzerebbe quasi a mutar denominazione e del quale giustamente essa vanta il primato e l'esclusività.

Essa quindi tende ad emanciparsi dall'essere « l'anticamera » della polizza ordinaria e cioè una specie di forma di penetrazione graduale dell'idea assicurativa nel pubblico, ma a ritenere tale funzione come un'attività del tutto secondaria e occasionale.

La polizza popolare ha in vista ormai, principalmente, le innumerevoli difficoltà che incontra la classe lavoratrice a praticare il risparmio e mira a venire incontro, risolvendo in forma assicurativa quei problemi economici che sono collegati alla costituzione, per i lavoratori, di piccoli capitali.

Arma efficace dell'economia popolare essa è quindi divenuta es-

senzialmente quella che può definirsi una « polizza sindacale » ai fini di integrare validamente e volontariamente le risorse offerte dalla previdenza obbligatoria con prestazioni sussidiarie, adeguate alle vicissitudini che il mestiere dell'assicurato comporta.

Il campo di azione della polizza popolare non si esaurisce però tutto qui, perchè esso è duplice, se non triplice; sociale e commerciale.

A quello sociale, di cui ora abbiamo detto e che consiste nell'amplificare le risorse offerte dalla previdenza obbligatoria, mediante una polizza facoltativa con prestazioni complementari, oltre che supplementari di questa, va aggiunto quello commerciale, che consiste nel rateizzare le spese relative ad acquisti, doni, premi, garantendole dall'insolvibilità per la sopravvenienza di un accidente naturale.

Sono di questo ultimo tipo la compera di un oggetto, la costituzione di una dote, l'assegnazione di un premio scolastico, rateizzate in forma assicurativa ed abbiamo a tal fine, la *polizza Radio*, la *polizza Pacis*, la *polizza Pro Familia* che tanta parte assorbono dei contratti popolari.

Infine resta ancora un ultimo campo: sporadico, è vero, ma sommamente nobile e preminente ed è quello ove si mira a convogliare il piccolo risparmio verso le grandi operazioni di sottoscrizione nazionale; fine questo validamente perseguito dall'emissione di polizze abbinate ai Prestiti del Littorio, della Rendita 5%, del Redimibile e dei vari tipi di Buoni del Tesoro; emissioni con le quali il popolo ha potuto, attraverso versamenti minimi sulle cinque lire mensili, sottoscrivere a Pro dell'Erario, in più riprese, vari miliardi!

Il campo di azione delle polizze popolari è quindi vasto, inconfondibile e indecadibile!

Molto sinora è stato fatto e possiamo dire che il seminatore simbolico che figurava, come emblema, nelle primitive polizze popolari, abbia sparso largamente la semina che si accingeva allora a lanciare con la destra, e tanta parte di quel terreno che era innanzi a lui abbia ormai ricevuto il suo seme.

Non sempre però, possiamo dire, il suo cammino ha seguito un piano prestabilito e spesso i campi più facili e promettenti sono stati in grado di attrarlo, spingendolo a lavorare maggiormente in estensione anzichè in profondità.

La notevole percentuale di contratti decaduti ne è una riprova, ma essa era inevitabile in un movimento iniziale di affermazione; ora però può considerarsi sopravvenuto un periodo di assestamento nel quale ben chiari si delineano gli indirizzi e le possibilità della polizza popolare.

Seguendo questi indirizzi che l'esperienza ha sanzionato, la polizza popolare potrà raccogliere nei fecondi ed aperti campi che ha innanzi, risultati che compensino generosamente delle fatiche sopportate, e riuscire a far penetrare in essi, con profonde radici, l'assicurazione; questo compito, che è promessa indubbia di riuscita può racchiudersi sinteticamente nel programma: adeguare la polizza popolare, sempre più e sempre meglio, alle esigenze del popolo.



Corporate Heritage
& Historical Archive

IL CONTRIBUTO ITALIANO
ALLA TECNICA DEI SISTEMI FINANZIARI
NELLE ASSICURAZIONI SOCIALI

RAFFRONTI CON L'ASSICURAZIONE PRIVATA VITA

MARIA CASTELLANI

I. - *Evoluzione previdenziale e tecnica assicurativa.*

1. — Le assicurazioni sulla vita umana hanno origini antichissime; basta infatti ricordare le note forme embrionali di prestazioni funerarie contemplate dalle istituzioni dell'antica Roma (Collegia tenuiorum) e quelle delle storiche corporazioni medioevali di arti e mestieri.

Le prime forme di assicurazione sulla vita sono però imperniate su principi di solidarietà sociale, ed è soltanto verso il 1500 che, accanto alle società di mutuo soccorso e alle casse professionali, appoggiate alle corporazioni o a confraternite religiose, cominciano a presentarsi tipi embrionali di contratti individuali contemplanti rendite vitalizie e assicurazioni per morte. Questi primi contratti rientrano nelle pattuizioni di assicurazioni marittime o assumono il carattere di scommessa. Nel secolo XVIII hanno fine i tentativi empirici e sorgono le prime imprese assicuratrici.

In relazione allo sviluppo di tutte queste istituzioni si presenta la necessità di impostare una tecnica delle assicurazioni sulla vita umana. Le indagini sui costi delle rendite vitalizie o di assicurazioni per morte, sono le prime ad essere affrontate; nel secolo XVII JAN DE WITT calcola con metodi rigorosi le rendite vitalizie, mentre JOHN GRAUNT ed EDMONDO HALLEY studiano la mortalità. L'assicurazione privata precede così tecnicamente l'assicurazione collettiva e sociale la quale soltanto nella seconda metà dello scorso secolo si scosta dall'empirismo e passa da tentativi

sporadici di rendere aderenti alla realtà delle ipotesi alquanto vaghe, ai risultati della osservazione diretta.

Le Casse dei minatori tedesche hanno fornito il materiale alle prime indagini sull'assicurazione invalidità, vecchiaia e superstiti, ad opera soprattutto di HEYM e ALBERT e quindi di ZEUNER, CARON, MORGENBESSER, KÜTTNER, KAAAN, ecc.

In questo settore di valutazioni vanno però specialmente ricordate le Casse dei ferrovieri che offrono, in vari Paesi, il materiale più idoneo; particolarmente note sono sullo scorcio del 1800 le ricerche del BEHM e dello ZIMMERMANN sul personale delle ferrovie germaniche e nel primo ventennio del 1900 quelle del TOJA, di RICCARDO OTTAVIANI, e del CANTELLI (1917) sul personale delle ferrovie italiane.

In Italia poi gli Enti di previdenza per i maestri elementari, per i medici e per altre categorie di funzionari, hanno provocato fondamentali studi del CANTELLI il quale nella sua classica memoria « Genesi e costruzioni delle tavole di mutualità » (1914) perviene a stabilire su basi generali la teoria dei capitali accumulati ed è il primo a definire e studiare le leggi scindibili e non scindibili di capitalizzazione. Mentre la previdenza marinara è stata oggetto di elaborazione tecnica del PEROZZI, del MEDOLAGHI, del CANTELLI e del MESSINA.

Tutte queste ricerche sulle istituzioni mutualistiche e sulle casse professionali hanno fornito ai tecnici delle assicurazioni sociali degli elementi fondamentali per la impostazione e risoluzione dei vari quesiti che ad essi si presentavano.

L'introduzione della prima legge di assicurazione obbligatoria d'invalidità-vecchiaia e superstiti per i lavoratori dipendenti, legge germanica del 22 giugno 1889, ha segnato però una tappa definitiva in questi studi, perchè ha portato alla ribalta una serie di questioni pratiche delle assicurazioni sociali.

Consolidandosi e sviluppandosi le assicurazioni sulla vita, private e sociali, si delinea una fisionomia tecnica che caratterizza le une dalle altre; il ceppo è comune, ma vi sono due campi nettamente distinti di esigenze scientifiche e finanziarie. Così, ad esempio, mentre è ormai studiato sotto tutti gli aspetti, il premio della assicurazione individuale, questo solleva ancora discussioni nelle assicurazioni collettive e sociali.

La scelta del sistema finanziario più idoneo provoca una serie

di dibattiti di carattere tecnico, sociale, economico e finanziario, che sono l'essenza di quel complesso di indagini che dovrà servire poi alla costruzione della teorica di questo ramo assicurativo.

L'affermarsi delle legislazioni di previdenza obbligatoria e l'estendersi delle assicurazioni private, che passano dall'individuo al gruppo, portano alla ribalta questioni nuove, ispirate alle contingenti necessità dei corrispondenti piani finanziari. Questo agitarsi di problemi e soluzioni diversi stimolerà i tecnici ad allargare gli orizzonti della loro speculazione, risalendo gradualmente da schemi particolari a costruzioni matematiche più generali e complete.

II. - *I metodi delle assicurazioni collettive e sociali e quelli delle assicurazioni individuali private.*

1. — Le assicurazioni collettive e sociali e le assicurazioni individuali sulla vita umana, poggiano sul principio comune a tutte le assicurazioni, principio detto di equità matematica, che stabilisce, all'inizio del contratto assicurativo, una uguaglianza fra il valore attuale di tutte le prestazioni da concedere e quello di tutte le contribuzioni da riscuotere.

Il perno della tecnica assicurativa è la impostazione di queste equazioni di equità, dette anche equazioni di equilibrio finanziario. Quando s'intenda risolvere questa equazione rispetto all'elemento, generalmente incognito, che riguarda l'ammontare del contributo (premio) si presentano al tecnico quesiti diversi e tutta una metodologia che è, in realtà, propria di ciascun ramo assicurativo.

Qui esamineremo il caso specifico delle assicurazioni individuali e collettive sulla vita umana servendoci della nota teoria cantelliana ⁽¹⁾.

Si fa pure rilevare che su questi fondamenti matematici il

(1) F. P. CANTELLI, *Elementi di matematica attuariale*, Roma 1909. *Sulla legge dei grandi numeri*. « Memoria della R. Accademia dei Lincei », Roma, 1916. *Lezioni di matematica attuariale*. Roma, 1925-26. *Il calcolo delle probabilità e la matematica attuariale*. Atti della S. I. P. S. XVI, Riunione Perugia 1927. *Sui fondamenti matematici della tecnica assicurativa*. Conferenza tenuta all'Istituto Italiano degli attuari. Roma, maggio 1942-XX.

I. MESSINA, *Tecnica delle Assicurazioni Sociali* (in corso di stampa a cura dell'I. N. F. P. S.), Roma 1942.

M. CASTELLANI, *Die Zufallsvariablen und die Grundlagen der Versicherungs Mathematik*. « Zeitschrift für die Versicherungs Wissenschaft », Berlin, 1927.

CANTELLI in una conferenza al Seminario dell'Istituto Italiano degli Attuari poneva, il 30 maggio 1942, in evidenza gli orientamenti che, dallo sviluppo della sua teoria delle variabili casuali, potevano sorgere oggi in tutti i rami delle assicurazioni, ivi comprese le assicurazioni sociali e le assicurazioni per i rami elementari. Consideriamo ora le due successioni di variabili casuali $X_1, X_2, X_3, \dots, X_T$ e $P_1Y_1, P_2Y_2, P_3Y_3, \dots, P_TY_T$ come variabili rappresentative negli anni 1, 2, 3, ... T dei volumi che, con probabilità diverse, possono assumere rispettivamente le prestazioni e i premi $P_1, P_2, P_3, \dots, P_T$ con riferimento alla fine di ciascun anno per una assicurazione che duri T anni.

Estendendo i noti principi della tecnica assicurativa, troviamo facilmente, che i valori medi delle predette variabili casuali rappresentano, rispettivamente, nei diversi anni di assicurazione, i valori probabili delle prestazioni e dei premi e che l'equazione di equilibrio al tempo zero risulterà dalla condizione di eguaglianza di quei valori medi debitamente scontati.

Nel nostro caso si avrà:

$$(1) \quad \sum_{t=1}^T v^t M(X_t) = \sum_{t=1}^T v^t M(Y_t) P_t$$

dove $v = (1 + i)^{-1}$ è il noto fattore finanziario di sconto ad un saggio i , che ammetteremo unico e costante nel tempo. Dalla (1) attraverso opportune trasformazioni, possiamo qui ritrovare dei risultati della teoria generale secondo l'indirizzo del CANTELLI.

Se l'intervallo di tempo $(1, T)$ rappresenta un intervallo di età $(\bar{x}, \bar{x} + T)$ per \bar{x} età all'inizio dell'assicurazione e $\bar{x} + T$ età raggiunta al tempo T si avrà:

$$(2) \quad \sum_{t=1}^T v^t M(X_{\bar{x}+t}) = \sum_{t=1}^T v^t M(Y_{\bar{x}+t}) P_{\bar{x}+t}$$

Nel caso di assicurazioni sociali e collettive, le predette variabili casuali, anziché al singolo individuo si collegano ad una massa di iscritti all'assicurazione.

L'equazione di equilibrio fondamentale per la determinazione della misura dei contributi da versare, ammette però un numero illimitato di soluzioni per i possibili raggruppamenti e per le trasformazioni che possono subire le opportune variabili casuali. Ci limiteremo qui a prendere in considerazione due casi tipici.

Se noi assumiamo il numero $\bar{n}(t)$ di assicurati che iniziano l'assicurazione al principio di ogni anno t dove $\bar{n}(t) = \sum_{x=x_0}^{x_1} \bar{n}(\bar{x}, t)$ per x_0 e x_1 limiti inferiori e superiori di età ammesse all'assicurazione obbligatoria, qualora si possa rappresentare con $M(X_{\bar{x}+n,t})$ e $M(Y_{\bar{x}+n,t}) P_{\bar{x}+n,t}$ i valori medi delle prestazioni e dei premi per testa di età iniziale \bar{x} , entrata al tempo t , dopo n anni di assicurazione, avremo la seguente equazione di eguaglianza:

$$(3) \quad \sum_{t=1}^T v^t \sum_{\bar{x}=x_0}^{x_1} \bar{n}(\bar{x}, t) \sum_{n=0}^{T-t} v^n M(X_{\bar{x}+n,t}) = \sum_{t=1}^T v^t \sum_{\bar{x}=x_0}^{x_1} \bar{n}(\bar{x}, t) \sum_{n=0}^{T-t} v^n M(Y_{\bar{x}+n,t}) P_{\bar{x}+n,t} .$$

Nelle nostre ipotesi le variabili casuali avranno valori medi nulli quando

$$T - t \geq x_1 - x_0 .$$

Se noi ci riferiamo invece ad ogni anno t di esistenza dell'ente assicuratore e si ammette che sia $n(x, t)$ il numero di assicurati di età x esistenti al tempo t e sia possibile, per ogni testa assicurata di età x iscritta all'assicurazione da n anni, definire delle variabili casuali $X_n(x, t)$ e $Y_n(x, t) P_t$ rappresentanti rispettivamente i possibili valori delle prestazioni e dei premi medi P_t al tempo t si desumono facilmente i seguenti valori di $M(X_t)$ e $M(Y_t)$, in funzione di nuove variabili casuali $X_n(x, t)$ e $Y_n(x, t)$,

$$(4) \quad M(X_t) = \sum_{n=0}^t \sum_{x=x_0+n}^{x_1} n(x, t) M[X_n(x, t)]$$

$$M(Y_t) = \sum_{n=0}^t \sum_{x=x_0+n}^{x_1} n(x, t) M[Y_n(x, t)] .$$

In base alle (4), la (1) risulterà trasformata in quest'altra equazione di equilibrio:

$$(5) \quad \sum_{t=1}^T v^t \sum_{n=0}^t \sum_{x=x_0+n}^{x_1} n(x, t) M[X_n(x, t)] = \sum_{t=1}^T v^t P_t \sum_{n=0}^t \sum_{x=x_0+n}^{x_1} n(x, t) M[Y_n(x, t)] P_t .$$

2. — Premesse queste considerazioni vediamo in quale modo possono determinarsi i premi, nella predetta ipotesi di prestazioni note.

La (1) può ovviamente risultare soddisfatta dalla più semplice delle condizioni, quale può essere:

$$M(X_t) = M(Y_t)P_t$$

da cui:

$$(6) \quad P_t = \frac{M(X_t)}{M(Y_t)}$$

In questo caso l'equilibrio finanziario poggia sul solo principio che ogni anno di assicurazione, assunto come unità di tempo, debba presentare un equilibrio tra gli impegni delle due parti contraenti. Se si tratta di assicurazione individuale per testa entrata in assicurazione alle età \bar{x} , si avrà qui il cosiddetto sistema del premio naturale per età raggiunta $\bar{x} + t$; nel caso di assicurazione collettiva e sociale si ha il premio di ripartizione denominato, nel gergo dell'assicurazione privata per gruppi, anche premio naturale del gruppo.

Questo darà facilmente luogo ai seguenti due premi $\bar{P}_{\bar{x}+t}$ e \bar{P}_t , secondo che si tratti di assicurazione individuale o di assicurazione collettiva, ossia:

$$(7) \quad \bar{P}_{\bar{x}+t} = \frac{M(X_{\bar{x}+t})}{M(Y_{\bar{x}+t})}$$

$$(8) \quad \bar{P}_t = \frac{\sum_{n=0}^t \sum_{x=x_0+n}^{x_1} n(x, t) M[X_n(x, t)]}{\sum_{n=0}^t \sum_{x=x_0+n}^{x_1} n(x, t) M[Y_n(x, t)]}$$

Il premio P_t avrebbe potuto determinarsi anche in base alla (3), e avrebbe dato luogo al cosiddetto premio per generazioni.

Se invece, con riferimento al tempo iniziale del contratto assicurativo si considerano le prestazioni concesse nei diversi anni, e si stabilisce che i rispettivi premi provengano dal richiedere un premio medio annuale costante $P(O, T)$, si avrà ovviamente dalla (1):

$$(9) \quad P(O, T) = \frac{\sum_{t=1}^T v^t M(X_t)}{\sum_{t=1}^T v^t M(Y_t)}$$

In base alla (2) si avrà per il premio individuale: ${}_T P_{\bar{x}}$

$$(10) \quad {}_T P_{\bar{x}} = \frac{\sum_{t=1}^T v^t M(X_{\bar{x}+t})}{\sum_{t=1}^T v^t M(Y_{\bar{x}+t})}$$

${}_T P_{\bar{x}}$ è denominato premio medio individuale temporaneo per T anni per età di entrata \bar{x} nell'assicurazione. Esso è normalmente applicato nelle assicurazioni private sulla vita umana e nelle assicurazioni collettive, quando ciascun assicurato deve coprire esclusivamente il costo del proprio rischio. Il limite superiore T , potrà essere in particolare ω , età limite della vita umana, il premio cui dà luogo si suole indicare con $P_{\bar{x}}$.

Nelle assicurazioni collettive si richiede in generale che gli assicurati paghino un premio indipendente tanto dall'età x raggiunta, quanto dal tempo di esistenza dell'ente assicuratore e della loro durata di assicurazione, si avrà allora dalla (3) e dalla (6), quando le condizioni per la misura dell'onere siano le stesse e tutte le prestazioni cessino al tempo T :

$$(11) \quad P(O, T) = \frac{\sum_{t=1}^T v^t \sum_{n=0}^t \sum_{x=x_0+n}^{x_1} n(x, t) M[X_n(x, t)]}{\sum_{t=1}^T v^t \sum_{n=i}^t \sum_{x=x_0+n}^{x_1} n(x, t) M[Y_n(x, t)]}$$

$$(11') \quad P(O, T) = \frac{\sum_{t=1}^T v^t \sum_{n=0}^{T-t} \sum_{\bar{x}=\bar{x}_0}^{\bar{x}_1} \bar{n}(\bar{x}, t) v^n M[X_{\bar{x}+n, t}]}{\sum_{t=1}^T v^t \sum_{n=0}^{T-t} \sum_{\bar{x}=\bar{x}_0}^{\bar{x}_1} \bar{n}(\bar{x}, t) v^n M[Y_{\bar{x}+n, t}]}$$

questo è denominato premio medio collettivo per periodo.

Il premio $P(O, T)$ può anche venire determinato in funzione di \bar{P}_t e in funzione di P_x ; tenendo conto della relazione (8) e di $P(O, T)$ determinato dalla (11) avremo:

$$(12) \quad P(O, T) = \frac{\sum_{t=1}^T v^t \bar{P}_t \sum_{n=0}^t \sum_{x=x_0+n}^x n(x, t) M[Y_n(x, t)]}{\sum_{t=1}^T v^t \sum_{n=0}^t \sum_{x=x_0+n}^{x_1} n(x, t) M[Y_n(x, t)]} = \frac{\sum_{t=1}^T \pi(t) \bar{P}_t}{\sum_{t=1}^T \pi(t)}$$

per

$$\pi(t) = \sum_{n=0}^t \sum_{x=x_0+n}^{x_1} n(x, t) M([Y_n(x, t)]).$$

Da questa relazione si desume facilmente che, poichè \bar{P}_t con il crescere di t , può nell'intervallo (O, T) avere un andamento crescente oppure decrescente e in particolare stazionario, si avrà per le proprietà delle medie:

$$\bar{P}_0 \leq P(O, T) \leq \bar{P}_T.$$

Se assumiamo invece la (11') avremo per la (10), considerando un premio ${}_n P_{\bar{x}} t$ che si riferisca ad entrati in età \bar{x} al tempo t per durate n :

$$(13) \quad P(O, T) = \frac{\sum_{t=1}^T v^t \sum_{\bar{x}=\bar{x}_0}^{\bar{x}_1} \bar{n}(\bar{x}, t) P_{\bar{x}+t} \sum_{n=0}^{T-t} v^n M(\bar{Y}_{\bar{x}+n} t)}{\sum_{t=1}^T v^t \sum_{\bar{x}=\bar{x}_0}^{\bar{x}_1} \bar{n}(\bar{x}, t) \sum_{n=0}^{T-t} v^n M[Y_{\bar{x}+n} t]}$$

$$P(O, T) = \frac{\sum_{t=1}^T v^t \sum_{\bar{x}=\bar{x}_0}^{\bar{x}_1} \bar{n}(\bar{x}, t) \Psi_{\bar{x}+n, t} {}_n P_{\bar{x}, t}}{\sum_{t=1}^T v^t \sum_{\bar{x}=\bar{x}_0}^{\bar{x}_1} \bar{n}(\bar{x}, t) \Psi_{\bar{x}+n, t}}$$

dove si è posto

$$(14) \quad \Psi_{\bar{x}+n, t} = \sum_{x=0}^{x_1-x} v^n M[Y_{\bar{x}+n}, t].$$

Questo metodo di determinare il premio pone in evidenza la relazione che intercede tra premio medio individuale e premio medio collettivo.

Esulerebbe dallo scopo del nostro breve cenno introduttivo occuparsi di altri tipi di premio o inoltrarci nella discussione delle loro caratteristiche; prima però di chiudere queste osservazioni preliminari, vogliamo menzionare un'altra delicata questione ed è quella delle riserve.

I sistemi determinati dalle relazioni (10), (11) e (11'), si dice che poggiano sui principi di capitalizzazione, perchè provocano dapprima un accumulo di capitali (riserve) da parte di uno dei contraenti e quindi assorbimento, in modo che allo scadere del tempo contrattuale T , il capitale accumulato sia zero.

In pratica l'Istituto assicuratore applica questi sistemi per il rischio crescente con t , ciò lo rende sempre nella condizione di trovarsi debitore verso l'interessato e gli dà la necessaria garanzia per le inadempienze.

Se assumiamo tra zero e T un tempo intermedio T' e in relazione a questo scindiamo l'intervallo $(0, T)$ nei due intervalli di tempo $(0, T)$, (T', T) quando esista un opportuno coefficiente $q(T')$ di capitalizzazione demografica finanziaria, che consenta la traslazione dal tempo zero al tempo intermedio T' , si ottiene moltiplicando per esso entrambi i membri della (1)

$$(15) \quad q(T') \left\{ \sum_{t=1}^T M(X_t) - \sum_{t=1}^T M(Y_t) \right\} = q(T') \left\{ \sum_{t=T'}^T M(Y_t) - \sum_{t=T'}^T M(X_t) \right\}.$$

Il primo membro di questa uguaglianza è detta riserva prospettiva al tempo T' mentre il secondo membro è denominato riserva retrospettiva al tempo T' . Le due riserve hanno normalmente lo stesso valore, però nel caso di capitalizzazione collettiva bisogna essere molto prudenti, perchè come vedremo, possono presentarsi delle anomalie.

Da queste premesse sulle assicurazioni limitate nel tempo si giunge facilmente al tipo di assicurazioni a tempo illimitato.

Nel caso delle assicurazioni individuali sulla vita umana il limite è fisiologico ed è l'età ω , età estrema della vita, mentre nel caso di assicurazione collettiva e sociale, si può considerare che l'assicurazione duri un numero ∞ di anni.

Quando esista ed abbia significato il $\lim_{T \rightarrow \infty} P(0, T)$ otteniamo un premio P che è denominato premio medio generale.

Il premio medio generale sarà da noi qui studiato nel caso di una assicurazione obbligatoria per la invalidità e la vecchiaia.

Abbiamo abbinato nel raffronto dei fondamenti attuariali, le assicurazioni collettive alle assicurazioni sociali, perchè hanno un presupposto comune, che è quello di riferirsi ad una assicurazione riguardante non un singolo individuo, ma una collettività. Lo scheletro tecnico è sostanzialmente lo stesso, ma il rivestimento può presentarsi diverso, perchè mentre le collettive propriamente dette sono generalmente rivolte ad un gruppo circoscritto di individui che pur essendo soggetti a migrazioni, presenta una certa staticità e limitazione strutturale, le assicurazioni sociali sono

rivolte a una massa che ha le caratteristiche di una popolazione in movimento e si riferiscono a molte generazioni o schiere di assicurati entrati in tempi diversi.

Riteniamo qui opportuno separare le une dalle altre, esaminando distintamente i sistemi che meglio si adattano a ciascuna di queste forme previdenziali (1).

III. - *Dei principali sistemi delle assicurazioni sociali.*

1. — La tecnica delle assicurazioni sociali deve tenere soprattutto conto delle possibili evoluzioni delle generazioni di assicurati che possano subentrare in un numero illimitato di anni.

I sistemi saranno ovviamente collegati al tipo di prestazioni da concedere; quando, come avviene nell'assicurazione invalidità vecchiaia e superstiti, si tratterà di pensioni da erogarsi al presentarsi dell'uno o dell'altro evento, l'andamento dell'onere nel tempo, potrà considerare i ratei di pensione liquidati nei diversi anni oppure i relativi valori capitali.

In questo caso la $M(\bar{X}_t)$, valore medio delle prestazioni erogate nell'anno t , può essere calcolata in due modi: in base alle rate di pensione pagate nel corso di tale anno, oppure in base all'ammontare dei valori capitali delle pensioni liquidate nello stesso anno.

Tanto il numero dei pensionati, quanto quello delle rate di pensione saranno calcolati con i noti metodi in base ad opportune tavole di invalidità, mortalità e sopravvivenza.

Indichiamo il valore di $M(X_t)$ in questi due casi rispettivamente con \bar{R}_t e con R_t .

Nel caso delle assicurazioni sociali i premi che sono richiesti agli assicurati dipendono generalmente solo dal salario percepito e se si ammette che il salario $\varphi(x)$ di un assicurato sia dipendente dalla sola età x , il volume probabile per l'anno t^{mo} di assicurazione dei salari di tutti gli assicurati che corrisponderà alla $M(Y_t)$ del precedente paragrafo risulterà il seguente e lo indicheremo con S_t :

$$(1) \quad S_t = \sum_{x=x_0}^{x_1} n(x, t) \varphi(x) .$$

(1) Dopo aver scritto questo lavoro mi accorgo che i procedimenti da me seguiti possono snellirsi con l'applicazione di opportuni teoremi del CANTELLI sulle variabili casuali. Mi propongo perciò di ritornare in seguito sull'argomento.

In relazione con le \bar{R}_t e R_t che danno rispettivamente gli oneri annui in base alle rate di pensione e in base ai loro valori capitali e i rispettivi volumi dei salari, potremo avere qui immediatamente due equazioni di equilibrio dove, ammesso che siano rispettivamente \bar{P}_t e P_t i premi medi annui per unità di salario, si ottiene facilmente

$$(2) \quad \bar{P}_t = \frac{\bar{R}_t}{S_t}$$

$$P_t = \frac{R_t}{S_t}.$$

Il premio \bar{P}_t è detto premio medio di pura ripartizione, mentre P_t è detto premio medio di ripartizione dei capitali di copertura, o semplicemente premio medio di copertura.

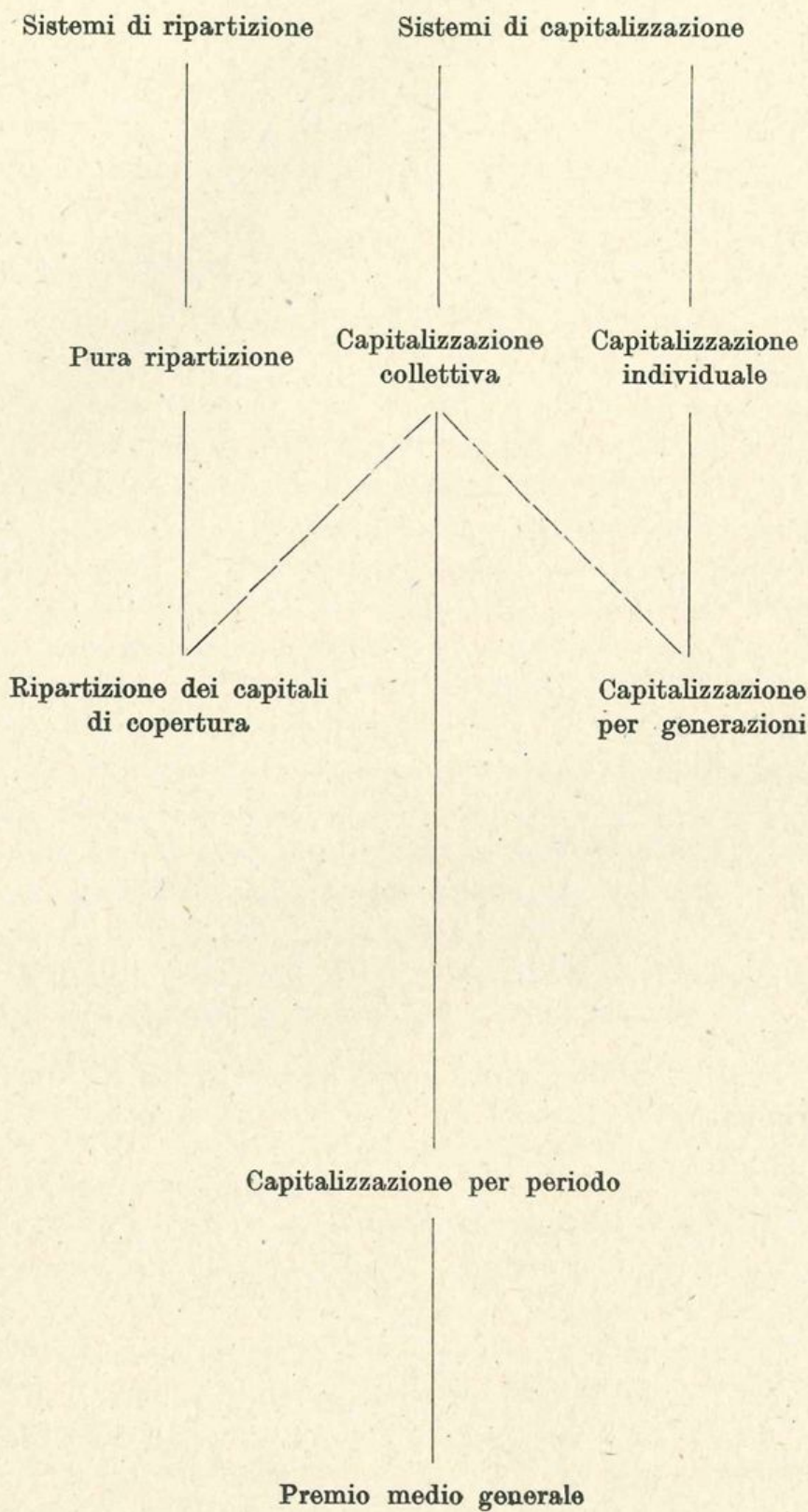
Se assumiamo invece un periodo (O, T) nel quale s'intenda stabilire un premio costante in relazione con le \bar{R}_t e R_t , per quanto è stato già detto nel precedente paragrafo otterremo, con riferimento al tempo iniziale O , che le corrispondenti equazioni di equilibrio, consentiranno la determinazione rispettivamente dei premi medi $\bar{P}(O, T)$ e $P(O, T)$, denominati per analogia premi medi di ripartizione e premi medi di copertura per periodo.

La determinazione di questi premi può facilmente avvenire nel nostro caso a partire da un tempo t qualsiasi e per periodi di qualsiasi ampiezza, in particolare se il periodo è illimitato e si assume $T = \infty$ quando esista ed abbia un significato, il $\lim_{t=\infty} P(o, t)$ e $\lim_{t=\infty} \bar{P}(o, t)$ si avrà un premio medio generale che risulterà così determinato:

$$(4) \quad P = \frac{\sum_{t=0}^{\infty} v^t \bar{R}_t}{\sum_{t=0}^{\infty} v^t S_t} = \frac{\sum_{t=0}^{\infty} v^t R_t}{\sum_{t=0}^{\infty} v^t S_t} = \frac{\sum_{t=0}^{\infty} v^t S_t \bar{P}_t}{\sum_{t=0}^{\infty} v^t S_t} = \frac{\sum_{t=0}^{\infty} v^t S_t P_t}{\sum_{t=0}^{\infty} v^t S_t}.$$

Per quanto riguarda gli altri tipi di premio adatti ad una assicurazione d'invalidità vecchiaia e superstiti ve ne sono due che vale la pena ricordare.

Se anzichè ammettere che gli assicurati paghino un premio medio indipendente, oltre che dalle età, anche dal tempo t di esi-



stenza dell'assicurazione, si ammette che ogni assicurato contribuisca con un premio medio individuale, in corrispondenza all'età in cui inizia l'assicurazione, si dice che essa poggia sulla capitalizzazione individuale; se invece per ogni generazione di assicurati entrati al tempo t si richiede un premio medio che dipenda dalla loro struttura demografica al tempo t in cui s'inizia l'assicurazione, si ha il cosiddetto premio per generazioni.

Questi premi fondamentali nella loro genesi e nelle loro interdipendenze possono allora facilmente schematizzarsi (vedi schema alla pagina precedente).

Lo scopo di tutte le valutazioni è naturalmente quello di giungere a determinare il premio più adatto alla popolazione d'assicurare.

In tutti gli studi si parte dal presupposto che le funzioni biometriche fondamentali riguardanti la invalidità e mortalità dei pensionati e degli attivi non subiscono variazioni nel tempo.

Questa ipotesi non corrisponde alla realtà, ma sotto l'aspetto teorico, la loro variabilità non farebbe sorgere quesiti sostanzialmente nuovi in seno alla teoria generale dei sistemi finanziari.

Questa teoria comincia ad essere oggetto di studi scientifici solo nel 1909, epoca in cui si chiude il periodo che potremo definire d'incubazione, caratterizzato da indagini sporadiche che non addivengono a costruzioni organiche e definitive.

La prima discussione importante sulla tecnica delle assicurazioni sociali, si trova in una memoria presentata dal BORTKIEWIEZ al Congresso internazionale degli attuari di Vienna nel 1909, con il tema « Metodi per determinazione dei premi e delle riserve di premi nell'assicurazione sociale con speciale riguardo alla adozione di premi medi » (1).

Il premio medio dell'assicurazione obbligatoria d'invalidità è il fulcro delle discussioni, partendo dalle seguenti ipotesi:

- 1) che l'entrata degli assicurati abbia luogo a una età stabilita x_0 , eccezione fatta per gli assicurati iniziali;
- 2) che l'assicurato cessi dall'assicurazione solo per invalidità o per morte;
- 3) che gli assicurati si ripartiscano per età secondo una legge uniforme e quindi, nel caso di una legge di mortalità costante,

(1) « Atti del VI Congresso Internazionale degli Attuari », Vienna 1909.

che gli assicurati aumentino o diminuiscano in progressione geometrica.

Su queste indagini si ha una sosta scientifica che va fino al 1926, epoca in cui il CANTELLI, riprende questi studi. Egli considera il caso più generale di una assicurazione di invalidità temporanea fra le età (x_0, x_1) e quella di una assicurazione di vecchiaia a partire dall'età x_1 mantenendo l'ipotesi della popolazione assicurata di composizione costante, introducendo però il concetto fondamentale di pensione che aumenta con l'anzianità e di un premio medio che sia funzione percentuale del salario prescindendo altresì dall'ipotesi di costanza dei contributi (1).

In una memoria successiva il TRICOMI (2), su suggerimento dello stesso CANTELLI, mette in evidenza come sia implicito nei procedimenti del CANTELLI la estensione delle disuglianze da lui trovate al caso che la popolazione generale assicurata non presenti una composizione costante per età.

Il MESSINA, mostra in seguito come anche nell'ipotesi di un'età media qualunque all'entrata possano valere le disuguaglianze del CANTELLI e, ammettendo l'ipotesi che l'entrata possa avvenire a qualunque età, si possa sostituire una opportuna età media (3).

Sulla traccia degli studi cantelliani sono sviluppati quelli riguardanti le riserve sulle assicurazioni sociali. Il CULTRERA, il TRICOMI e il MESSINA (4) esaminano le caratteristiche delle riserve

(1) CANTELLI F. P., *Sui metodi di calcolo nelle Assicurazioni Sociali*. Rivista « Le Assicurazioni Sociali », Roma, 1926.

(2) TRICOMI P., *Sui metodi di calcolo nelle Assicurazioni Sociali*. « Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari », Roma, 1930.

(3) MESSINA I., *Considerazioni tecniche sull'Assicurazione obbligatoria contro la invalidità e la vecchiaia*. « Atti del X Congresso Internazionale degli Attuari », Roma, 1934. *Matematica e tecnica nelle Assicurazioni Sociali. Lezione dettata all'Università di Roma* (Facoltà di scienze statistiche, demografiche ed attuariali), Roma, 1937-38.

(4) CULTRERA R., *Sulle riserve nelle Assicurazioni Sociali*. Rivista « Le Assicurazioni Sociali », Roma, 1928.

TRICOMI P., *Sulla riserve nelle Assicurazioni Sociali*. « Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari », Roma, 1930.

MESSINA I., *Sulle riserve dell'assicurazioni d'invalidità e vecchiaia a premio medio generale*. « Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari », Roma, 1936. *Tecnica delle Assicurazioni Sociali*. (l. c.).

delle assicurazioni sociali le quali si diversificano da quelle assicurazioni vita, perchè presentano anche dei casi anomali.

Per quanto riguarda alcuni tipi speciali di premi di capitalizzazione per periodi, l'argomento è stato trattato nel 1932 da chi scrive queste note (1).

2. — In base ai predetti studi vediamo la evoluzione matematica della teoria sul premio medio generale e di quelli di ripartizione.

Quando valga l'ipotesi di una popolazione assicurata di composizione per età costante, a cui si aggiunga l'ipotesi che tutti gli assicurati, a partire da $t = 1$, entrino nell'assicurazione all'età x_0 , mentre per $t = 0$ le entrate possano avvenire a qualunque età fra x_0 e x_1 si ottiene facilmente che i nuovi entrati si presentano in progressione geometrica di ragione s . Con ingegnoso artificio dovuto al TRICOMI si giunge a dimostrare che in questo caso, con riferimento a qualunque durata t , la popolazione assicurata cresce in progressione geometrica di ragione s .

Se si considera un premio medio di copertura nella forma di una percentuale del salario per il periodo O, T si ottiene nel nostro caso in base alla (4), una relazione del tipo:

$$(5) \quad P(O, T) = \frac{\sum_{x_0+1}^{x_1} n(x, 0) \frac{a_x^{aa}}{a_{x_0}^{aa}} + \sum_{t=0}^T n(x_0, t) P_{x_0} v^t}{\sum_{x_0+1}^{x_1} n(x, 0) \frac{a_x^{aa}}{a_{x_0}^{aa}} + \sum_{t=0}^T n(x_0, t) v^t}$$

dove, per estensione di concetti noti, le a_x^{aa} danno per testa di assicurato attivo il valore attuale dei salari percepiti, da cui si deduce il premio medio generale P , come premio limite, e precisamente:

$$\lim_{T=\infty} P(O, T) = P.$$

Qui possono verificarsi vari casi perchè la serie $\sum_0^{\infty} n(x_0, t) v^t$ può essere convergente o divergente.

(1) CASTELLANI M., *Di alcuni problemi tecnici odierni sui regimi finanziari delle Assicurazioni Sociali*. « Atti della Società Italiana per il progresso delle Scienze », Roma, 1932.

Se è convergente, per le proprietà delle medie si avrà facilmente:

$$P_{x_0} \leq P \leq P_{x_1}.$$

Se invece è divergente si otterrà:

$$P = P_{x_0}.$$

Nell'ipotesi di una popolazione assicurata che cresca in progressione geometrica, si avrà il caso convergente, stazionario o divergente secondochè $s^t v^t \leq 1$, ossia ponendo $s = 1 + j$ essendo $v = (1 + i)^{-1}$ secondochè $j \leq i$.

Vediamo ora che caratteristiche abbiano gli altri premi. Il premio di copertura P_t quando la misura della pensione cresce con l'anzianità, cresce necessariamente fino al momento in cui tutti raggiungono l'anzianità massima, per essere entrati all'età x_0 vale a dire tale premio è certamente crescente per il periodo $x_1 - x_0$; nel periodo successivo il suo andamento è subordinato a quello della popolazione assicurata.

Nel caso particolare che essa abbia una composizione costante, a partire da tale epoca il premio si stabilizza.

Per quanto riguarda invece il premio di ripartizione \bar{P}_t , esso cresce progressivamente per un duplice ordine di cause, perchè crescono, con il crescere dell'anzianità di assicurazione, le pensioni e perchè al numero dei pensionati se ne aggiungano via via dei nuovi. Se ω è l'età massima di vita del pensionato per $t = \omega - x_0$ si hanno soltanto pensionati entrati in età x_0 . In tale epoca le pensioni per ogni età x hanno raggiunto il valore massimo, dato che tutti gli assicurati sono entrati in età x_0 , e se in particolare si tratta di popolazione a composizione per età costante indicando con y la durata della pensione il premio \bar{P}_t si stabilizza.

Nel raffronto dei premi P_t e \bar{P}_t , P si deducono facilmente dalle predette relazioni le seguenti proprietà conclusive:

- | | | |
|-----|--|--|
| (1) | $t < x_1 - x_0$
$j < i$
$j \geq i$ | $P > P_{x_0}$
$P = P_{x_0} > P_t > \bar{P}_t$ |
| (2) | $x_1 - x_0 \leq t < \omega - x_0$
$j < i$ | $P_t > P > P_{x_0}$ |

	$j = i$	$P_t = P = P_{x_0} > \bar{P}_t$
	$j > i$	$P = P_{x_0} > P_t > \bar{P}_t$
(3)	$t \geq \omega - x_0$	
	$j < i$	$\bar{P}_t > P_t > P > P_{x_0}$
	$j = i$	$\bar{P}_t = P_t = P = P_{x_0}$
	$j > i$	$P = P_{x_0} > P_t > \bar{P}_t$

Il TRICOMI riferendosi a questi risultati del CANTELLI dimostra come essi valgano anche nel citato caso più generale di popolazione assicurata in cui i nuovi entrati nell'assicurazione crescono nel tempo con qualunque legge più o meno rapidamente di un capitale collocato all'interesse contabile cui si capitalizza.

Si fa presente che nella pratica si ha quasi sempre il caso di una popolazione che cresce meno rapidamente di un capitale collocato all'interesse i adottato nei calcoli.

È stato ad esempio rilevato che nel 1909 per la popolazione germanica, in tale epoca demograficamente attiva, era $j = 0,014$ mentre risultava $i = 0,03$. Nel caso della popolazione italiana si ha oggi per j valori che oscillano per 0,007 e 0,01 mentre i oscilla fra 0,04 e 0,05.

Va richiamata inoltre l'attenzione sull'ipotesi che il premio medio generale provenga dal considerare un periodo illimitato che tenga conto dei nuovi assicurati per un numero ∞ di anni; questo corrisponde praticamente ad una gestione assicurativa, che contempi un secolo di esistenza. Sulle caratteristiche del premio medio generale e le possibilità di controlli attuariali è da segnalare la memoria del MEDOLAGHI dal titolo « Controlli tecnici dell'assicurazione obbligatoria per la invalidità e la vecchiaia » (1935).

In merito poi alla estensione di questa teoria della assicurazione invalidità-vecchiaia ad altri rami di assicurazione ci limitiamo qui a ricordare che l'argomento è stato trattato dal CANTELLI e dal MESSINA per l'assicurazione malattia e dal MESSINA per quella dei supestiti.

Nel complesso però sebbene, specie per il contributo della scuola italiana, molto sia stato fatto, anche la teoria dei premi sulle assicurazioni sociali può ancora fornire materie di studi utili da parte dei cultori di discipline attuariali.

4. — Premesse queste considerazioni sui premi e sulle loro peculiarità, passiamo ad accennare alle riserve, altra questione vitale nei sistemi delle assicurazioni sociali.

Le riserve che meritano essere studiate riguardano soprattutto il premio generale e quello per periodi. Come è evidente non vi saranno riserve matematiche nel caso di un premio di pura ripartizione, mentre il sistema di un premio medio di copertura ammetterà delle riserve le quali in un determinato tempo t , si riferiranno unicamente alle pensioni in corso di godimento e saranno l'ammontare del valore attuale delle rate di pensione ancora da pagare.

Per quanto riguarda il premio medio per periodi l'andamento delle riserve non presenta quesiti sostanzialmente diversi da quelli dei premi medi generali.

La teoria delle riserve più interessante è quella che riguarda il premio medio generale.

Nelle assicurazioni a premio medio generale la riserva prospettiva V_t ad un determinato tempo t risulterà costituita da tre riserve, una riserva $V_t^{(p)}$ che si riferisce alle pensioni in corso di godimento all'epoca t , una riserva $V_t^{(f)}$ che si riferisce ai futuri assicurati ed una riserva $V_t^{(a)}$ degli assicurati attivi al tempo t , ossia:

$$V_t = V_t^{(p)} + V_t^{(f)} + V_t^{(a)}.$$

Esaminiamo V_t nel caso particolare di un'assicurazione di invalidità e vecchiaia, il seguente noto procedimento.

Per ciò che riguarda la $V_t^{(p)}$ ci riferiamo a quanto sopra abbiamo detto, ossia che si tratti qui semplicemente della somma dei valori attuali delle pensioni in corso di godimento.

Calcoliamo $V_t^{(a)}$, per $t \leq x_1 - x_0$

$$(10) \quad V_t^{(a)} = \sum_{z=0}^t n(x_0 + z, t) (a_{x_0+z}^{ai} - Pa_{x_0+z}^{aa}) + \sum_{x=x_0+1+t}^{x_1} n(x, t) [a_x^{ai} - Pa_x^{aa}]$$

dove in forma abbreviata le a_x^{ai} e a_x^{aa} sono, con una estensione di concetti noti, le funzioni che danno per testa di valido il valore attuale delle pensioni concesse e quello medio dei salari percepiti fra le età x_0 e x_1 .

La riserva degli assicurati futuri $V_t^{(f)}$ sarà:

$$(12) \quad V_t^{(f)} = \sum_{z=t+1}^{\infty} n(x_0, z) [a_{x_0}^{ai} - Pa_{x_0}^{aa}].$$

Vediamo alcune caratteristiche di queste riserve; innanzitutto se $P = P_{x_0}$, ossia se la popolazione assicurata cresce più rapidamente di un capitale impiegato al tasso contabile i , cui si capitalizza, sarà ovviamente:

$$V_t^{(r)} = 0 \quad V_0^{(w)} = \sum_{x=x_0}^{x_1} n(x, 0) [a_x^{ai} - P_{x_0} a_x^{aa}] > 0$$

si ha qui un caso anomalo che dipende dal fatto che il premio P tende asintoticamente a P_{x_0} e quindi praticamente si avrà:

$$P = P_{x_0} + \varepsilon(t)$$

dove $\varepsilon(t)$ tende a 0 al crescere di t .

Nel caso invece di $P > P_{x_0}$, ossia di una popolazione che cresce nel tempo meno rapidamente di un capitale impiegato al predetto tasso i , si avrà al tempo $t = 0$

$$V_0^{(r)} + V_0^{(w)} = 0.$$

Poichè all'origine dell'assicurazione $V_0^{(r)} = 0$ si avrà come conclusione che

$$W_0 = 0$$

secondochè la popolazione cresce più rapidamente del tasso di capitalizzazione contabile i , oppure cresce meno rapidamente o sia stazionaria.

La questione anomala di $W_0 > 0$, come il CANTELLI ha fatto osservare, non ha ovviamente alcuna importanza pratica, non potendosi considerare un premio medio generale che contempi un tempo infinito.

Per dare alla questione un significato ci si deve limitare alla asserzione che il premio medio generale per periodi al crescere del periodo tende asintoticamente verso una costante e cioè che il premio medio generale limitato a 100 anni o a 200 anni è praticamente lo stesso anche quando si prescinda dai caricamenti, perchè non si può praticamente tenere conto delle modifiche, che per periodi sufficientemente lunghi, siano della entità del milionesimo del centesimo.

Come abbiamo sopra osservato l'aumento demografico di una popolazione assicurata è praticamente inferiore al tasso di capitalizzazione t , quindi il caso anormale di un disavanzo iniziale non si

è ancora presentato, ma è evidente che sarebbe facilmente superato assumendo un premio medio per un opportuno periodo limitato al tempo T .

Senza inoltrarci oltre in questa disamina osserviamo che i risultati generali a cui oggi si è giunti in questi studi possono così riassumersi:

a) « avuto riguardo alla riserva in base al premio di copertura, se la popolazione assicurata cresce indefinitamente col tempo, tale riserva cresce indefinitamente al crescere del tempo: se invece la popolazione assicurata decresce indefinitamente anche la riserva tenderà a zero al crescere del tempo; finalmente se la popolazione assicurata tende a divenire stazionaria la riserva tende ad un certo valore determinato »;

b) « avuto riguardo alla riserva in base al premio medio generale, se i numeri dei nuovi entrati crescono più rapidamente di un capitale impiegato ad interesse composto al tasso i la riserva indicata è sempre positiva, anche all'origine dei tempi, ed è maggiore di quella che, nelle stesse condizioni, si avrebbe col metodo di copertura dei capitali: se invece i numeri dei nuovi entrati crescono meno rapidamente di un capitale impiegato ad interesse composto al tasso i , la riserva è nulla all'origine dei tempi ».

Abbiamo qui considerata la riserva prospettiva. Fatta eccezione per il caso anormale di una popolazione che cresca più rapidamente dell'interesse cui si capitalizza la riserva prospettiva uguaglia la retrospettiva, come è stato dimostrato dal MESSINA, partendo dall'equazione iniziale di equilibrio.

Va tenuto conto che nelle ipotesi qui fatte se le generazioni dei futuri assicurati entrano all'età x_0 essi vengono a pagare un soprapremio $P - P_{x_0}$. Le considerazioni valgono anche per x_0 sostituito con un'opportuna età media, purchè sia inferiore a quella corrispondente alla generazione iniziale.

Le due riserve risultano uguali, perchè sono scindibili nella somma di due uguaglianze e cioè l'uguaglianza tra le dette riserve in base ai premi di entrata con i criteri dell'assicurazione libera e l'uguaglianza tra le riserve prospettive e retrospettive dei soprapremi. Quest'ultima eguaglianza non sussisterebbe se non si considerasse la riserva prospettiva dei futuri assicurati o quella retrospettiva degli assicurati che tra 0 e t hanno terminata l'assicurazione.

5. — Vediamo ora, a conclusione di questi cenni teorici, come le diverse legislazioni abbiano applicato la teoria formale.

Senza entrare in una dettagliata disamina dei diversi sistemi sotto l'aspetto sociale-economico, facciamo osservare che, praticamente, quando l'ammontare delle prestazioni assicurative non subisce variazioni sensibili nel tempo e quindi può ritenersi pressochè costante, l'adozione di un sistema di ripartizione non presenta inconvenienti, mentre può avere il vantaggio di richiedere un premio inferiore a quello medio di capitalizzazione.

Nell'assicurazione infortuni e nell'assicurazione malattia è generalmente adottato il sistema di pura ripartizione, mitigato dalla costituzione di una riserva per fortuiti aggravati di rischio. In Gran Bretagna però dove l'assicurazione malattia è abbinata all'assicurazione invalidità, è stato adottato il sistema del premio medio alla età minore di entrata nell'assicurazione (1).

Il sistema del premio medio è certamente da preferirsi laddove esista un andamento crescente nei costi dell'assicurazione, come avviene nell'assicurazione invalidità vecchiaia e superstiti, purchè il tasso d'investimento non sia troppo basso. Come può rilevarsi da quanto è stato teoricamente esposto, il premio di capitalizzazione diminuisce con il crescere del saggio d'interesse assunto per le valutazioni finanziarie.

In Germania la legge del 1889 sulle assicurazioni sociali, dopo una serie di dibattiti riguardanti i sistemi più idonei da introdurre, ammetteva il sistema della capitalizzazione per periodi, perchè si riconosceva in esso attenuato l'inconveniente del sistema di ripartizione di un graduale aumento del premio e nel contempo veniva impedita l'accumulazione di ingenti riserve. Il sistema germanico del 1889 stabiliva un premio medio per periodo basato sul principio della copertura delle pensioni liquidate, assumendo all'inizio un periodo decennale e quindi periodi quinquennali. Per il primo periodo il premio doveva essere di Mk 5,80 per elevarsi all'epoca della stabilizzazione a Mk 18,13.

Le previsioni iniziali, fondate con una certa larghezza, consentirono nel 1889 d'introdurre il premio medio generale. Questo sistema fu adottato con successo e rimase in vigore fino a quando

(1) B. I. T. *Etude et Documents Série M. L. FERAUD, Technique Actuarielle et organisation financière des assurances sociales.* Ginevra, 1940.

la crisi monetaria del dopoguerra non distrusse le ingenti riserve accumulate.

A tale epoca, per ragioni di forza maggiore, venne ammesso il sistema di pura ripartizione, perchè si riteneva che gli assicurati non avrebbero potuto sopportare l'onere di un soprapremio destinato a ripristinare le riserve polverizzate. Ma all'aumento graduale del premio le masse lavoratrici si ribellavano; venne allora cercato di stabilizzare il premio in base ad un premio di ripartizione per periodi, ma anche questo non dette buoni risultati e l'assestamento economico della nazione per opera del Nazional-socialismo portò, nel 1934, nuovamente al sistema del premio medio generale (1).

In Gran Bretagna anche le assicurazioni vecchiaia e superstiti poggiano sul sistema della capitalizzazione, assumendo a base il premio alla età minore di assicurazione. L'inevitabile disavanzo iniziale, provocato da entrate in età posteriori viene posto a carico dello Stato, il quale vi provvede con speciali imposte.

In Italia la legge del 1919 e le successive sue riforme anche sostanziali sono fondate sul sistema del premio medio generale.

Nei paesi Scandinavi e nel Belgio dove vige l'assicurazione obbligatoria di vecchiaia, essa è fondata sul principio del premio medio individuale, vale a dire sullo stesso principio che vale per l'assicurazione privata.

In Francia la legge del 1930 ammette per l'assicurazione invalidità il sistema di pura ripartizione per le prestazioni di pre-invalidità e il sistema di ripartizione dei capitali di copertura per le pensioni d'invalidità, mentre mantiene il sistema della capitalizzazione individuale per le pensioni di vecchiaia.

È evidente che nei paesi demograficamente attivi, in cui la popolazione aumenta il sistema del premio medio generale offre i più grandi vantaggi di carattere sociale, mentre nei paesi in cui le assicurazioni sono costanti o decrescenti possono adottarsi i sistemi di ripartizione.

Il sistema del premio medio generale e ancora più quelli di capitalizzazione individuale provocano l'accumulo di rilevanti riserve.

(1) CASTELLANI M., *I diversi sistemi finanziari d'assicurazione invalidità, vecchiaia e superstiti nell'esperienza germanica*. Rivista « Le Assicurazioni Sociali », Roma, 1934.

Questo, può essere un bene quando il Paese offre possibilità di utili investimenti ad un buon saggio finanziario. In Italia ad esempio le riserve delle assicurazioni sociali d'invalidità vecchiaia e superstiti costituiscono un serbatoio finanziario che ritorna a vantaggio della collettività consentendo opere di bonifica, costruzioni di case per gli operai, di strade, ferrovie ecc.

Nei Paesi però che non hanno possibilità di utili investimenti nazionali il sistema del premio medio generale costituisce una grave responsabilità, per gli amministratori. In questo caso il sistema della capitalizzazione per periodi può, se i periodi sono ben scelti, essere preferibile.

Per l'assicurazione vecchiaia nella Svizzera venne proposto ad esempio un sistema misto di capitalizzazione per un primo periodo, periodo transitorio, e di ripartizione per quello successivo. Questa proposta si fondava su un insieme di ragioni, non ultima quella di non offrire la Svizzera un facile mercato d'investimento di capitale e quindi parte delle riserve avrebbero dovuto, volendo un buon tasso di rendimento, essere investite all'estero. Nazionalmente il tasso di rendimento sarebbe stato alquanto basso, provocando un aumento dell'onere e quindi del premio medio.

In ogni modo in questo campo non si può affermare a priori quale sistema finanziario sia preferibile; spetta ai tecnici che hanno la responsabilità costruttiva dell'edificio assicurativo, di scegliere con discernimento e con prudenza, perchè ogni sistema, se adottato al giusto posto, può ritenersi il migliore.

IV. - *I sistemi finanziari nelle assicurazioni per gruppo.*

Le assicurazioni per gruppo sono state fino ad oggi scarsamente studiate.

Le assicurazioni per gruppo sono volontarie e affidate alle imprese assicuratrici, rientrano quindi nella categoria delle così dette assicurazioni private i cui contratti sono generalmente rinnovabili annualmente.

A queste forme assicurative possono estendersi le basi teoriche sulle assicurazioni sociali, esse possono infatti basarsi sui sistemi finanziari di ripartizione oppure su quelli di capitalizzazione, dando luogo ad una tecnologia simile a quella qui esposta. Ma accanto

a questi quesiti se ne presentano altri che sono propri di queste assicurazioni.

Nel 1929 l'Istituto Nazionale delle Assicurazioni invitava il Prof. CANTELLI a tenere conferenze sull'assicurazione per gruppi; sulla traccia di queste conferenze e delle memorie fondamentali del CANTELLI, il CULTRERA ha posto in rilievo come le disuguaglianze cantelliane sui premi delle assicurazioni sociali possano applicarsi alla tecnica dell'assicurazione per gruppi (1).

Il CULTRERA ha esaminato le questioni che sorgono quando l'assicurazione per gruppi poggia su un premio medio per età all'entrata nell'assicurazione e il totale delle somme pagate per un gruppo d'individui di età x a un'epoca r stia in rapporto costante con le somme assicurate per gli individui aventi la stessa età x all'epoca $r - 1$.

Non ci inoltriamo nelle dimostrazioni teoriche per tratteggiare qui le conclusioni di queste indagini.

Nelle ipotesi predette le somme $S_{x,x}^{(r)}$ assicurate per conto dei nuovi iscritti in età x per ciascun anno formano una progressione geometrica di ragione uguale a quella che formano le somme totali $S_x^{(r)}$ assicurate per l'anno r in favore di tutte le teste in età x , qualunque sia la loro età di entrata in assicurazione, ossia

$$\frac{S_{x,x}^{(r)}}{S_{x,x}^{(r-1)}} = \frac{S_x^{(r)}}{S_x^{(r-1)}} = k$$

questo vale qualunque sia x , purchè $r > 1$ e per $r = 1$, purchè $x = x_0$. Si ammette che x_0 sia l'età iniziale dell'assicurazione e x_1 quella terminale.

Questo risultato ha portato come conseguenza che il premio naturale $Q^{(r)}$, se l'assicurazione al tempo r ha raggiunto l'assetto stabile, cresce in una progressione geometrica di ragione k .

Se si considera invece per l'anno r il premio $P^{(r)}$ ottenuto quale somma dei premi indivisibili per età di entrata richiesti ai singoli componenti il gruppo, si ottiene, se l'assicurazione riguarda

(1) CANTELLI F. P., *L'assicurazione per gruppi in America. L'assicurazione per gruppi in America e Inghilterra*. «Atti dell'Istituto Nazionale delle Assicurazioni», Roma, 1929.

CULTRERA R., *Le Assicurazioni per gruppi*. «Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari», Roma, 1930.

una pensione di vecchiaia all'età x_1 che, quando l'assicurazione ha raggiunto l'assetto stabile, i premi $P^{(r)}$ crescono anch'essi in progressione geometrica di ragione k .

Se l'età iniziale dell'assicurazione è x_0 tale assetto stabile è raggiunto per $r \geq x_1 - x_0 - 1$.

Un raffronto fra $Q^{(r)}$ e $P^{(r)}$ porta, nel caso che il tasso annuo di non eliminazione sia costante, per j tasso annuo di incremento delle somme assicurate e i , tasso di capitalizzazione finanziaria ai seguenti risultati:

- | | | | |
|-----|-------------|--|--|
| (1) | per $j > i$ | $P^{(r)} > Q^{(r)}$ | |
| (2) | per $j = i$ | $\left\{ \begin{array}{l} P^{(r)} > Q^{(r)} \\ P^{(r)} = Q^{(r)} \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} \text{se } r < x_1 - x_0 \\ \text{se } r \geq x_1 - x_0 \end{array} \right.$ |
| (3) | per $j < i$ | $\left\{ \begin{array}{l} P^{(r)} \geq Q^{(r)} \\ P^{(r)} < Q^{(r)} \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} \text{se } 0 < r < \bar{r} \leq x_1 - x_0 \\ \text{se } r > \bar{r} \end{array} \right.$ |
- con riferimento ad un opportuno tempo r

A queste considerazioni, chi scrive queste note ne ha aggiunte altre ⁽¹⁾, assumendo in particolare il caso del premio naturale del gruppo, su cui ha studiato la influenza delle variazioni delle frequenze del rischio assicurato e della composizione per età del gruppo.

Da questi brevi cenni può risultare evidente come in tale settore le ricerche tecniche possono ritenersi soltanto all'inizio e vadano incoraggiate.

Ci si augura che la breve rassegna storico-scientifica qui fatta possa essere di utilità e di incitamento a perseverare negli studi attuariali su tutti questi delicati settori delle assicurazioni, che sono oggi il fulcro delle più progredite legislazioni sociali e nei quali soprattutto la Scuola italiana ha l'orgoglio di essere all'avanguardia per originalità di indirizzo e fecondità di risultati.

⁽¹⁾ CASTELLANI M., *Vantaggi e svantaggi dell'assicurazione per gruppi*. « Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari », Roma, 1939.



Corporate Heritage
& Historical Archive