

SVILUPPI ASSICURATIVI

(Prefazione al XIII Volume degli Atti dell'I.N.A.)

Sugli itinerari ideali tracciati dalla Rivoluzione, il popolo italiano, concludendo dopo più di cento anni quelli che furono i primi conati per la sua unità politica, combatte oggi la sua più grande e insieme la sua più gloriosa guerra per conseguire la vera indipendenza nel suo spazio vitale. Non mai come oggi sulla punta delle baionette i soldati d'Italia sono portatori del destino e della libertà della Nazione. Sotto i cieli più ardenti come sui mari più tempestosi e ora in quelle terre che per ben tre volte nella storia conobbero l'altissimo valore dei romani e degli italiani, l'eroismo dei nostri combattenti, come potenziato da un'unica energia ideale, appare teso verso un solo obbiettivo: liberare per sempre il mare nostro e insieme la respirazione di un grande popolo dalla prigionia del più esoso imperialismo; creare nella nuova Europa il posto non più insidiato che spetta ad una giovane nazione in gagliarda ascesa. Se perciò le più ardenti forze del sentimento non bastassero soccorrono le più fredde del raziocinio a temprare animi e cuori dei soldati d'Italia le cui

gesta, nelle resistenze memorande come nella vittoria, sono le pagine più fulgide di questa guerra. Le importanti tappe raggiunte, tra le quali la piena sicurezza del nostro confine adriatico, ci danno la certezza che tutte le mete saranno raggiunte per il nostro più sicuro domani di potenza e di lavoro.

* * *

Lo scoppio della guerra ha trovato l'Istituto Nazionale delle Assicurazioni pronto moralmente e materialmente ad affrontare i problemi assicurativi che la guerra stessa stava per imporre. Subito dopo la dichiarazione di guerra, infatti, veniva risolto integralmente sia il problema della decadenza dei contratti di assicurazione di mobilitati che quello della copertura del rischio di guerra.

Per quanto riguarda la moratoria delle assicurazioni, l'Istituto, senza attendere particolari norme di legge, decise, spontaneamente, di adottare speciali provvedimenti atti a facilitare ai mobilitati il mantenimento in vigore delle loro polizze o la riattivazione eventuale dei contratti che sarebbero stati sospesi nei loro effetti durante il periodo di richiamo alle armi. Questi provvedimenti si concretizzano nella concessione di prestiti ad un tasso di favore, su polizza o altra garanzia reale, onde facilitare il pagamento dei premi, e nella riattivazione del contratto con modico saggio d'interesse sui premi arretrati con deduzione del

costo del rischio non corso durante la sospensione del contratto.

All'avvicinarsi delle ostilità, nella previsione che la guerra avrebbe investito non solo la popolazione combattente ma anche quella civile, l'impegno già assunto con liberalità degli assicurati di coprire gratuitamente o quasi il rischio di guerra, avrebbe potuto dar luogo a serie preoccupazioni e rendere consigliabile una attenuazione dell'impegno stesso attraverso una qualche disposizione di legge. Invece, la Federazione nazionale fascista delle imprese assicuratrici, sulle cui decisioni l'Istituto ha oggi un peso notevole, conscia della necessità morale e materiale di mantenere le coperture promesse, sicura della solidità finanziaria dei vari enti assicurativi, non ebbe dubbi sulla via da seguire e volle che le clausole contrattuali sottoscritte non subissero alcuna attenuazione a svantaggio degli assicurati; mentre per i nuovi contratti decideva che la copertura del rischio di guerra venisse accordata dietro lieve compenso, secondo norme comuni a tutte le imprese.

In queste provvidenze lampeggia l'alto fervore patriottico di una Amministrazione saggia e illuminata che sa contemperare la funzione dell'Istituto, come fedele collaboratore del regime per il raggiungimento dei fini di interesse nazionale, senza per nulla deflettere dalla sua attività essenziale e specifica. Così la guerra non ha per nulla intaccato la sua potente ascesa. Lo sviluppo infatti del-

l'Istituto in questo ultimo biennio, che può considerarsi di guerra per quasi tutta la sua durata, anzichè un rallentamento presenta un acceleramento notevole.

Il portafoglio complessivo che alla fine del 1938 era di 2,6 milioni di polizze per 18,2 miliardi di lire, alla fine del 1940, è di 3,5 milioni di polizze per 22,1 miliardi di capitali assicurati. Tale forte accrescimento è dovuto principalmente all'aumentata produzione annua, che in questi due ultimi anni è cresciuta di circa 1 miliardo di lire, ma anche alle diminuite decadenze per riduzione, rescissione e riscatto, il cui tasso globale è sceso notevolmente dal 7,47 al 5,09 %. A questa cifra del portafoglio fanno riscontro quelle dell'ammontare delle attività, che dai 6,4 miliardi di lire a fine 1938 raggiungono gli 8,2 miliardi di lire a fine 1940; e quelle delle riserve matematiche che da 4,8 passano a 5,9 miliardi di lire alla fine dell'esercizio 1940.

Parimenti cospicuo nel 1940 è stato il concorso dell'Istituto in nuovi investimenti (più di 402 milioni di lire) per lo sviluppo della capacità produttiva del Paese (bonifiche, opere stradali, finanziamenti di pubblico interesse, ecc.) e nella sottoscrizione di più di un miliardo di lire in buoni del tesoro 1949. Sono cifre le quali ci dimostrano come la Nazione abbia in questo grande Ente di Stato, in pace e in guerra, una forza sicura e benefica e come di fronte agli imponenti risultati conseguiti anche nell'attuale difficile periodo sia meritato il rinnovato altissimo elogio del

Duce, al Presidente dell'Istituto, Giuseppe Bevione, e ai suoi valentissimi collaboratori, a riconoscimento di un'opera che da più di un decennio si svolge quanto mai vigilante, feconda, esemplare.

Nè bisogna trovare le ragioni di questo sviluppo nel carattere statale dell'Ente.

L'Istituto Nazionale delle Assicurazioni che ha tenuto sempre ad affermare il proprio carattere industriale evitando qualsiasi burocratizzazione dei servizi, nel 1939 è stato inquadrato nella Confederazione nazionale fascista del credito e dell'assicurazione; così che, oggi, pur mantenendo l'alta funzione di regolatore del mercato assicurativo italiano, si viene a trovare, sotto molti riguardi, sullo stesso piano delle imprese private di assicurazione. Le quali hanno con l'Istituto non solo i rapporti di cessione legale ma anche tutti quegli altri rapporti che legano corporativamente le imprese che lavorano in uno stesso settore dell'economia del Paese.

Di recente, sia i primi rapporti, per quanto riguarda i compensi per le cessioni legali, che i secondi, per ciò che concerne la disciplina della produzione, hanno trovato di comune accordo, in sede corporativa, una ulteriore regolamentazione. L'Istituto, d'altra parte, ispirandosi a concetti di equità generale, ha deciso, autorizzato dall'autorità competente, di estendere la partecipazione agli utili dell'impresa, anche agli assicurati delle compagnie, per la parte relativa alle quote di rischio cedute.

* * *

Agli Atti interessa sottolineare che questa formidabile ascesa dell'Istituto è compagna e insieme promotrice del fiorire della scienza assicurativa in Italia. La Società Italiana per il progresso delle scienze nelle sue riunioni annuali, la rivista scientifica « Giornale di matematica finanziaria » aperta anche alle feconde collaborazioni con gli studiosi stranieri; l'Istituto italiano degli attuari col suo Giornale, trimestrale, che rappresenta la sintesi del movimento matematico nel campo attuariale oltre che col suo Seminario mensile, ed ancora i frequenti Congressi internazionali degli attuari, lo hanno posto e lo pongono di continuo in luce. La letteratura della Matematica attuariale, del Calcolo delle probabilità e della Metodologia statistica continuamente si arricchisce dei contributi degli scienziati italiani. Il prof. Paolo Medolaghi ed il prof. Gaetano Pietra, nelle succose monografie pubblicate nel Vol. I (Un secolo di progresso scientifico) della Società italiana sopra menzionata passano in esauriente rassegna la illustre schiera.

La creazione dell'Istituto Nazionale delle Assicurazioni è posta fra i fattori che hanno avuto la maggiore importanza per la scienza attuariale italiana. La scuola non ha mancato di sentirne la spinta con la istituzione di insegnamenti di matematica finanziaria ed attuariale negli Istituti Superiori di scienze economiche e commerciali e nelle Università e con la fondazione, nel 1926, in Roma, della Scuola

di scienze statistiche ed attuariali, assorbita, nel 1935, dalla Facoltà di scienze statistiche, matematiche ed attuariali, che rilascia le lauree relative, mezzo non indifferente per attirare la gioventù degli Atenei verso questi studi. A questo movimento l'Istituto Nazionale delle Assicurazioni partecipa attivamente sia con un contributo finanziario annuale alla facoltà e la partecipazione alla costituzione di borse di studio presso la facoltà stessa, sia con l'apporto scientifico degli uomini che sono suoi collaboratori o nei posti di responsabilità della sua organizzazione, sia con istituzioni appropriate: tra le quali ricordiamo: il Centro studi, eccellente realizzazione corporativa attuata dall'Istituto d'accordo con le Confederazioni delle aziende e dei lavoratori del credito e dell'assicurazione, col compito di preparare e addestrare i produttori, e la rivista « Assicurazioni », pubblicazione bimestrale dell'Istituto effettuata d'accordo con la Federazione Imprese Assicuratrici, che è giudicata una delle migliori del mondo.

Possiamo oggi giustamente parlare nel campo della matematica attuariale di priorità e di scuole italiane: italiana (di Cantelli) è la teoria della mutualità; italiane (di Taucer, Cultrera, Mazzoni, Lenzi, Crosato, Milanese, Tolentino, Masciotti, Insolera, Burani, Longo, De Mori, Ottaviani, Gobbi, Del Vecchio, Chessa, Perozzo, Cantelli, Medolaghi, De Finetti e altri) le importantissime ricerche collegate alle assicurazioni sulla vita umana e quelli riguardanti la teoria del rischio e della riassicurazione; italiane (di Cantelli, Cultrera ed altri) quelle concernenti la tecnica delle assi-

curazioni sociali che alle teorie matematiche collega, come nota il Medolaghi, le indagini statistiche sulle leggi demografiche. Nel ramo delle assicurazioni di cose, è indiscutibile priorità italiana, — con gli studi del Prof. Luigi Amoroso — la teoria della regolarità statistica nella distribuzione per numero ed importo dei sinistri, assoggettabile a formule matematiche che altri nostri scienziati (D'Addario, Bufano, Insolera), hanno potuto generalizzare. Lo stesso è a dire per il calcolo delle probabilità: i più importanti contributi apportati sono dovuti ad italiani (Cantelli e numerosi altri). E così per la metodologia statistica: mentre prima, ripetiamo qui il giudizio del Prof. Pietra « era quasi ancella di quelle straniere o da queste ignorate, oggi la statistica italiana è tenuta in onore e largamente applicata anche all'estero » mentre sono pure italiani che hanno dato notevoli contributi alle applicazioni — del calcolo delle probabilità — alla statistica.

* * *

Questo XIII volume accoglie, come di consueto, articoli che servono a porre in luce il fervore dell'attività scientifica e taluni aspetti dell'economia nazionale che possano interessare gli sviluppi assicurativi.

Premessa utile ci è sembrata la illustrazione di due importanti istituti del Regime: il Reale Istituto Nazionale di Alta Matematica e l'Istituto Nazionale per le Appli-

cazioni del Calcolo, divenuti entrambi, pur dopo così breve periodo dalla loro creazione, strumenti preziosi del progresso della scienza dai quali anche quella assicurativa può trarre importanti alimenti teorici e tecnici.

Del primo ci parla, da par suo, l'Accademico Francesco Severi (Due anni di vita del Reale Istituto Nazionale di Alta Matematica) che ne è il geniale fondatore e direttore. Ma spiegandoci le ragioni del suo sorgere, le sue attribuzioni e insieme la sua missione che è di custodire il primato acquisito nell'ultimo cinquantennio dalla scienza matematica italiana, l'Accademico Severi tocca insieme quello che è uno dei più grandi problemi nazionali: l'organizzazione per il progresso della scienza. Le Università e i loro quadri non bastano più per i fini scientifici. Sopraffatti dal fine professionale gli Atenei italiani mantengono la loro gloriosa tradizione solo per il lavoro di singoli per fortuna nostra finora attivo e proficuo.

Occorre che la scienza italiana esca dalla fase dell'eroismo individuale dei professori per entrare in quella più proficua di una organizzazione collettiva coordinatrice di tutti gli sforzi. Occorre pensare alle istituzioni complementari e fiancheggiatrici delle Università. Ed egli ne dà l'esempio col nuovo organo di scienza da lui creato.

Dell'Istituto Nazionale per le applicazioni del calcolo, che con quello di Alta Matematica è in seconda collaborazione, ci parla il Prof. Mauro Picone che ne è, anche lui,

benemerito fondatore e direttore. L'attività scientifica dell'Istituto conferma che il ricercatore di scienza pura, posto dinanzi ai problemi delle applicazioni, può avere sovente motivo e forte incitamento a studiare la teoria in indirizzi e con metodi nuovi nella forma e, soprattutto, nella sostanza.

È la stessa importante constatazione che proclama l'Accademico Severi nel suo articolo: « Occorre, egli dice, che alla ricerca scientifica pura, dominata dal principio della superiore armonia estetica e filosofica, si associ la visione teoricamente elevata dei problemi applicativi e l'affinamento dei mezzi idonei alla soluzione di questi ». Sono perciò quasi quotidianamente registrati i vantaggi che dal lavoro dell'Istituto per le applicazioni del calcolo ricavano le scienze più svariate, l'industria, la difesa nazionale, le vive nostre necessità autarchiche. Ma i problemi tecnici, sui quali il Prof. Picone c'intrattiene col suo articolo, servono altresì a far rilevare il poderoso complesso di difficoltà al superamento delle quali lavora l'Istituto.

La conoscenza di tali difficoltà, anche da parte dei cultori della Scienza delle Assicurazioni, non è da ritenersi inutile. È bene, infatti, che si sappia quanto costi, nella progettazione delle più svariate costruzioni civili, navali, aeronautiche ecc., la preoccupazione di conseguire norme sicure per garantire la stabilità nelle costruzioni stesse, onde evitare catastrofi.

Se il prof. Picone ci parla delle condizioni di equilibrio

nelle piastre di un ponte è perchè il calcolo rigoroso di tali condizioni è essenziale per garantire la stabilità del ponte. Se ci parla delle sopraelevazioni di corrente nelle fasi di chiusura o di apertura di un circuito elettrico è perchè il calcolo rigoroso di tali sopraelevazioni è necessario per garantirci dalla possibilità di incendi. Se, infine, c'intrattiene lungamente in quelle delicatissime ricerche relative alle vibrazioni dei complicati organi degli aerei è perchè tali vibrazioni insidiano costantemente la stabilità dell'aereo, e l'approfondita conoscenza di esse, specialmente nei riguardi delle mutue influenze fra di esse intercorrenti, potrà valere all'ottenimento di costruzioni aeronautiche di stabilità sempre migliorata.

Perciò il diuturno inesausto lavoro che si svolge nell'Istituto Nazionale per le Applicazioni del Calcolo è bene sia conosciuto dalla Scienza e dall'Industria assicurative, che sono da ritenersi interessate all'incremento di una istituzione dalla quale, sia direttamente che indirettamente, non potranno trarre che molti vantaggi.

Passiamo all'illustrazione degli altri articoli e cominciamo con quello del prof. RAFFAELE CULTRERA, il valoroso capo del Servizio Attuariato e Statistica dell'I.N.A.

In generale, nella teorica delle assicurazioni vita, il problema della valutazione del compenso dovuto dal cessionario per la cessione di un portafoglio da parte di un altro assicuratore, non viene neppure accennato. Si po-

trebbe ritenere che ciò sia a ragion veduta, dato che trattasi di un problema poco frequente e piuttosto ristretto la cui soluzione, per il gran numero di circostanze particolari che in pratica possono accompagnare la cessione, potrebbe non avere carattere generale tale da interessare la trattazione scientifica; e, poi, anche perchè le valutazioni attuariali connesse a una cessione di portafoglio sembrano, a prima vista, ridursi al calcolo delle riserve matematiche d'inventario zilmerate; per cui, le questioni principali dovrebbero limitarsi, in pratica, all'accordo sulle basi tecniche da adottare.

Ma, in realtà, in una cessione di portafoglio, il cessionario riceve un insieme di polizze le cui basi tariffarie sono molto probabilmente diverse dalle proprie; inoltre, nell'accordarsi sulle basi tecniche secondo le quali valutare le riserve matematiche delle polizze avute in cessione, egli può essere costretto ad ammettere quelle del cedente ovvero altre basi, diverse, in ogni modo, dalle proprie. L'esame analitico della sufficienza dei premi e delle riserve viene generalmente omissso; dato il sistema vigente di controllo statale delle assicurazioni si presume che le tariffe siano quelle approvate dalle autorità competenti, e che i criteri di valutazione delle riserve, sui quali del resto si stabilisce un accordo, siano soddisfacenti per ambo le parti. Rimane, però sempre il dubbio di una qualche insufficienza globale dei premi e delle riserve, giudicati dal punto di vista del

cessionario, ossia secondo le sue basi tecniche; e, quindi, sorge la necessità di risolvere tale dubbio.

Nel suo articolo — Sul compenso dovuto per la cessione di un portafoglio assicurativo del ramo vita — il Cultrera ha pertanto il merito di porre per primo questo notevole problema, del quale propone una soddisfacente soluzione indicando un metodo per la valutazione del compenso dovuto dal cessionario a titolo di provvigione d'acquisto d'ammortizzare, che (in quanto stabilisce il compenso stesso in funzione dell'ammontare globale dei premi e delle riserve ricevute in cessione, riferito, si intende, agli impegni assunti) riesce ad omogeneizzare, per così dire il portafoglio acquisito al portafoglio dell'acquirente stesso. Il metodo, che egli propone, si realizza con procedimento molto semplice utilizzando i dati forniti dalla valutazione delle riserve matematiche, quando esse vengono calcolate con metodo prospettivo per gruppi di contratti, suddivisi, quindi, per anno di scadenza e anno di nascita.

Altri importanti articoli di chiari scienziati italiani fanno degna corona a quello del prof. Cultrera.

Il prof. GUIDO SANTACROCE, con la sua acuta indagine Sulla determinazione del tasso d'investimento di un titolo, in cui la sobrietà delle parole sembra non voglia turbare il vigoroso ragionamento matematico, propone una formula per il calcolo approssimativo del tasso di rendimento di un capitale impiegato nell'acquisto di un'obbligazione, di cui

sia nota la scadenza. La formula proposta implica calcoli molto semplici, specie nei casi in cui siano utilizzabili i consueti prontuari finanziari e consente di ottenere direttamente il tasso cercato con un'approssimazione soddisfacente.

RAFFAELE D'ADDARIO, in una eccellente memoria di vivo interesse attuale, Guadagni e perdite nelle assicurazioni di responsabilità in dipendenza delle fluttuazioni del potere d'acquisto della moneta risolve, in forma generalissima, un problema sempre ricorrente.

Fatte alcune premesse sul premio delle assicurazioni di responsabilità e chiariti alcuni concetti che stanno alla base della teoria e della tecnica di tali forme di assicurazione, l'autore stabilisce, sotto determinate ipotesi, la misura degli utili o delle perdite cui l'assicuratore va incontro in dipendenza delle fluttuazioni del valore della moneta.

Tale misura viene determinata in funzione sia del massimale di garanzia che dell'indice unitario delle variazioni dei prezzi.

Le conclusioni dell'autore conducono, fra l'altro, a porsi il problema se sia possibile, praticamente, stipulare contratti indipendenti dalle fluttuazioni del valore della moneta. A questo e ad altri problemi connessi, l'autore si riserva di rispondere in altra sede.

Con Gli utili d'interesse e di mortalità e la loro interdipendenza, il prof. PACIFICO MAZZONI, che non disgiunge

la profonda dottrina da una dialettica severa e insieme guardinga, esamina la questione dell'interdipendenza tra utili di mortalità e utili d'interesse di una Compagnia di assicurazioni sulla vita e chiarisce che tali utili possono risultare dipendenti tra loro, oppur no, secondo le convenzioni che si pongono a base delle loro definizioni. Secondo l'indirizzo tradizionale, seguito dagli Attuari, essi sarebbero indipendenti.

Osserva, infine, che la questione viene ulteriormente complicata dall'arbitrarietà delle basi tecniche.

L'ampio e accurato studio del prof. GIUSEPPE DE MEO, Sulla mortalità di gruppi assicurati sulla vita, contiene un'analisi della mortalità degli assicurati dell'Istituto Nazionale delle Assicurazioni nei tre quinquenni 1922-1926, 1927-1931 e 1932-1936. Dopo aver messo in evidenza il notevole invecchiamento del portafoglio prodottosi dal 1° al 2° ed al 3° quinquennio, l'A. passa a considerare la mortalità degli assicurati attraverso il tempo, quale può desumersi dalle tavole aggregate costruite dell'I.N.A. Si rileva a questo riguardo che la massa degli assicurati subisce attraverso il tempo l'azione di due forze antitetiche: l'una progressivo invecchiamento del portafoglio — che tende ad aggravare la mortalità e l'altra — progressivo miglioramento delle condizioni igienico-sanitarie della popolazione complessiva — che tende ad abbassare la mortalità. Per effetto della combinata azione di tali forze, si è pro-

dotto dal 1° al 2° quinquennio un aumento e dal 2° al 3° quinquennio una diminuzione della mortalità complessiva degli assicurati dell'Istituto.

Apposita indagine viene eseguita per porre in risalto l'influenza del capitale assicurato sulla mortalità (« anti-selezione per capitale ») per il complesso dei contratti e per le varie forme di assicurazione.

Studiando gli effetti della selezione all'ingrosso in relazione alla età, sia per le assicurazioni ordinarie che per le assicurazioni popolari, sembra potersi affermare che la selezione è molto efficace fra i 45 e i 55 anni, ciò che si spiega considerando che sono proprio queste le età nelle quali più rapido è l'incremento (relativo) dei quozienti di mortalità da un'età alla successiva per l'insorgere frequente delle malattie della maturità (apparato circolatorio ecc.). Anche forte apparirebbe l'efficacia della selezione per gli assicurati molto giovani, la qual cosa può spiegarsi, per lo meno in linea d'ipotesi, con la circostanza che tra i soggetti molto giovani ve ne sono diversi che, pur non trovandosi nelle condizioni economico-famigliari più propizie per l'assicurazione, tuttavia ricorrono ad essa perchè, essendo affetti da tare in certa misura facilmente occultabili, cercano di garantire ai propri congiunti un capitale in caso di morte.

Dopo avere analizzato le difficoltà che si incontrano quando si vuole eseguire il raffronto fra la mortalità degli

assicurati con quella della popolazione, l'A. passa ad esaminare questo problema nel caso concreto degli assicurati dell'I.N.A. e della popolazione italiana. Le diversità che emergono dal raffronto possono per la maggior parte spiegarsi tenendo presente l'effetto della selezione all'ingresso, la tendenza dei soggetti tarati a permanere in assicurazione con frequenza maggiore dei soggetti sani, ed infine la diversa composizione per strato sociale e per professione delle due masse. Confronti eseguiti anche per varie tavole di mortalità straniere non fanno che confermare siffatta interpretazione.

L'A. procede poi ad un'approfondita analisi delle cause di morte fra gli assicurati. Determina pertanto anzitutto le probabilità specifiche di morte, ossia le probabilità per un individuo di età x di morire per una certa causa prima di raggiungere l'età $x + 1$. Queste probabilità vengono calcolate sia in base ai contratti che in base ai capitali.

Di particolare interesse risulta il confronto della mortalità per cause degli assicurati con quella della popolazione, confronto che viene eseguito considerando, oltre che i quozienti specifici per le singole età, anche la probabilità complessiva per un soggetto di 30 anni di morire per una certa causa prima di raggiungere il 65° compleanno. Da tali probabilità complessive, risulta che, rispetto alla popolazione, per alcune cause vi è sottomortalità (tubercolosi, apparato respiratorio) e per altre supermortalità degli as-

sicurati (altre malattie infettive, tumori maligni, apparato genito-urinario, suicidio). Siffatte differenze derivano in parte dalla composizione per strato sociale e professionale della massa degli assicurati, ed in parte dalla tendenza dei soggetti affetti da certe tare ad infiltrarsi e permanere in assicurazione. È ovvio quindi che per le malattie producenti supermortalità, si dovrebbe cercare non soltanto di perfezionare i sistemi di selezione, ma anche di promuovere appropriate provvidenze sanitarie intese a prevenire le malattie in questione.

Chiude il lavoro un confronto fra la mortalità per cause degli assicurati popolari con quella della popolazione generale e degli assicurati ordinari. Specie quest'ultimo confronto risulta istruttivo, in quanto mette in evidenza, per ogni gruppo di cause di morte, le differenze di mortalità derivanti dalla mancanza della selezione medica e dalla diversa composizione per strato economico dei due gruppi studiati.

Il Premio dell'Assicurazione individuale malattie, nell'esperienza che offre la casistica della sua applicazione, è l'argomento di uno studio dell'ing. ERNESTO AMOROSO, giovane ma già valente cultore della scienza assicurativa.

Le compagnie, che attuano l'assicurazione contro le malattie, provvedono generalmente a corrispondere all'assicurato una indennità giornaliera, durante il periodo di degenza. Nella maggior parte dei casi le prestazioni hanno

inizio dopo trascorso un periodo di tempo precedentemente stabilito (periodo di franchigia) e vengono limitate ad un massimo numero di giornate (massimale di garanzia), oltre il quale cessa qualsiasi corresponsione di indennità, anche se perdura nell'assicurato lo stato morboso.

Lo studio dell'ing. Amoroso si propone di determinare l'equazione del tasso di premio in funzione del massimale di garanzia e del periodo di franchigia.

Seguendo uno schema tracciato dal prof. Raffaele d'Addario per l'assicurazione contro i danni, si stabilisce tale equazione, dopo avere determinato l'equazione rappresentatrice della curva di frequenza delle malattie secondo la durata, utilizzando i dati statistici, relativi agli esercizi 1937 e 1938, raccolti dalla « Cassa Nazionale Malattie per gli Addetti al Commercio ». L'equazione rappresentatrice della curva di frequenza, che contiene appena tre parametri, oltre ad assicurare un alto grado di approssimazione fra i dati osservati e dati calcolati, esprime non solo un invariante funzionale, ma anche, ed è questo un risultato del massimo interesse, una stabilità nei valori numerici dei parametri che in essa compaiono. Da ciò segue che l'equiparazione del tasso del premio dà scarti lievissimi e trascurabili tra valori empirici e valori perequati.

Questo dell'assicurazione contro le malattie è un singolo settore del vasto campo delle assicurazioni sociali, il quale offre argomento a considerazioni più generali di alto

interesse politico ed economico nella trattazione del prof. IACOPO MAZZEI, Le Assicurazioni e la evoluzione della Politica economica.

Le assicurazioni sociali sono una forma di politica distributiva impostata verso l'avvenire e al tempo stesso una forma di risparmio forzato e forzatamente consegnato a a determinati Istituti controllati dallo Stato con speciali garanzie di durata e di continuità.

Questo muta le caratteristiche di una larga parte del risparmio nazionale dando all'uso di esso, a lunga scadenza, speciale norma di sicurezza e speciale possibilità di indirizzo statale a fini nazionali.

Il fenomeno rientra, e forse ne è il punto centrale, nel caratteristico fatto storico attuale della progressiva gravitazione del risparmio intorno allo Stato, sul quale lo Stato può fondare, con ampiezza di possibilità non immaginata nel passato, una sua politica economica di costruzione e trasformazione nazionale.

Alla recente pubblicazione del libro delle obbligazioni, che comprende anche le norme delle assicurazioni sulla vita, è collegato un fresco e magistrale studio L'Assicurazione sulla vita nel Libro delle obbligazioni del nuovo codice civile del capo del servizio studi e propaganda della direzione generale dell'I.N.A.

L'avv. Mario Ghersi che manifesta una padronanza magnifica della materia, mentre sembra che voglia limitarsi

a una opportuna comparazione fra le norme del codice di commercio vigente e quelle del Libro delle Obbligazioni relative all'assicurazione sulla vita, in realtà pone in luce, con arte di giurista, le questioni più sottili e più delicate della materia prospettando le soluzioni, rilevando le deficienze, additando i mezzi escogitati dal legislatore fascista, per impedire il sorgere di annose controversie e per contemperare le oneste esigenze della tecnica delle imprese assicuratrici con i giusti diritti degli assicurati sulla vita.

Sono così esaminati nel loro aspetto teorico e nelle loro conseguenze pratiche le questioni del suicidio dell'assicurato, della interpretazione della clausola di incontestabilità, della designazione del beneficiario, della revoca del beneficio, ecc., senza peraltro omettere utili accenni intorno alle tesi seguite dalla dottrina e agli orientamenti e agli indirizzi giurisprudenziali sui singoli problemi.

Il prof. NICOLA GASPERONI, nel suo studio su La natura giuridica del riscatto nell'assicurazione sulla vita, affronta un rigoroso e complesso problema dogmatico, che la dottrina aveva avuto il torto di trascurare non ostante che la sua soluzione sia di importanza non lieve anche per i riflessi pratici.

Il Gasperoni, in una indagine preliminare volta a determinare il fondamento giuridico del potere del riscatto, passa in rassegna e critica, sinteticamente ma esaurientemente, le teorie che partono dal presupposto comune di una

correlazione giuridica tra premio e riserva individuale e basano il detto potere di riscatto degli assicurati sulla costituzione e sull'esistenza della riserva matematica. Soffermandosi quindi sulla particolare natura del contratto di assicurazione sulla vita, quale contratto a esecuzione continuata, giustifica la risoluzione unilaterale del contratto da parte dell'assicurato con il principio (tratto, in via di analogia, da espresse norme di legge) della necessità dell'adeguamento della posizione economica di una parte alla situazione che si è profondamente mutata durante la protrazione del contratto nel tempo.

L'A. trova pure equo il pagamento di un prezzo o valore di riscatto all'assicurato per la considerazione che nei contratti di assicurazione sulla vita in cui è certa la prestazione dell'assicuratore (solo in essi è ammesso, come è noto, il potere di riscatto) tra le prestazioni delle parti non sussiste soltanto un vincolo genetico, ma anche un rigoroso vincolo funzionale, che esige appunto, anche nella fase esecutiva del contratto, un effettivo scambio delle prestazioni.

Riconoscendo nell'esercizio del potere di riscatto un tipico caso di recesso unilaterale estintivo del rapporto contrattuale, il Gasperoni precisa infine la natura giuridica del detto negozio unilaterale e determina il momento in cui esso si perfeziona, con le relative modalità di esercizio.

* * *

Ai fini di una futura azione assicurativa in una terra cara al cuore di ogni italiano, pubblichiamo sotto il titolo Assicurazione ed Economia in Sardegna uno studio di ORESTE FERDINANDO TENCAJOLI che si occupa, da lungo tempo, con passione, dei problemi storici, economici e culturali concernenti le nostre terre tuttora soggette a dominazioni straniere, in particolare della Corsica. Per ampia conoscenza di tutti gli elementi utili ai fini della preparazione di programmi realistici dell'assicurazione, lo studio del Tencaioli si presenta abbastanza aggiornato ed è il secondo esempio di saggio monografico, informato allo stesso concetto del saggio sull'Albania, pubblicato nel precedente volume. Nel leggere con sorpresa e dolore quali siano state le vicende e quale sia la situazione di questa terra italiana i nostri cuori non possono che intensificare i voti perchè, col ritorno alla grande madre, s'inizi per l'isola generosa l'era della sua resurrezione.

Con L'Autarchia della Grande Proletaria il prof. GIUSEPPE UGO PAPI riesce egregiamente ad inquadrare l'autarchia italiana nella convivenza internazionale dopo esposte le linee sistematiche in materia d'autarchia.

L'analisi tecnica, svolta nella prima parte dello studio, consente di accertare : a) l'assoluta normalità del fenomeno dell'autarchia durante lo sviluppo di una struttura econo-

mica ; b) l'assoluta prevalenza dei casi di autarchia forzata per l'operare di elementi che possono in massima ricondursi alle categorie di regresso e — quel che può meravigliare di progresso economico ; c) la maggiore gravità, tra i casi di autarchia forzata, dell'autarchia di riflesso, per nulla proporzionata alla limitazione degli scambi adottata dal paese principale e in rapporto soltanto alla maggiore o minore resistenza della struttura economica del paese colpito ; d) la responsabilità di gran lunga maggiore di un'autarchia volontaria che non si preoccupi delle ripercussioni che si abbattono su altri paesi, già in rapporti di scambio con chi la adotti. L'analisi si completa con l'accertamento del modo con cui si comporta il reddito nazionale all'inizio di un movimento autarchico, dei metodi di finanziamento delle iniziative autarchiche, di talune conseguenze di una finanza di emergenza.

Queste verità lasciano veder chiaro in complessi fenomeni di protezionismo, di autarchia, di iniziativa coloniale, verificatasi specialmente negli ultimi decenni. L'autore passa in rassegna le direttive di politica economica seguite dall'Italia fino al 1933, i progressi del protezionismo in taluni paesi e prospetta quale fosse il problema incalzante per la nostra economia : ridurre lo squilibrio della bilancia dei pagamenti che tra i mezzi per risolvere l'indirizzo autarchico s'inquadra naturalmente. Dopo aver discorso degli organi unitari per la disciplina delle importazioni e delle

provvidenze adottate in favore delle esportazioni, il prof. Papi enumera talune delle più salienti realizzazioni autarchiche nel campo dell'agricoltura e dell'industria, nonchè i metodi impiegati per il finanziamento di esse.

I primi risultati delle indagini condotte dal prof. Luigi Nina, per studiare l'azione che l'imposta esercita sui celibi, sono stati pubblicati lo scorso anno nel XII volume degli ATTI. (I celibi di fronte all'imposta). L'originalità della ricerca ha richiamato l'attenzione degli studiosi, che trovano in questo volume un nuovo notevole contributo. Diciamo nuovo perchè i dati statistici, sui quali esso si basa, sono frutto di una rilevazione che il prof. Nina ha condotto personalmente. Egli parla di un quadro di una nuova rilevazione ed invoca la collaborazione degli specialisti per portarla a termine. L'imposta sui celibi ha senza dubbio introdotto nel sistema tributario italiano una nuova nota, poichè, pur mancando di un suo proprio fondamento fiscale, costituisce uno dei tanti mezzi coi quali il Regime Fascista ha inteso ed intende dimostrare apertamente le sue cure per l'incremento demografico del Paese.

Già lo scorso anno il Nina aveva potuto accertare che l'azione di tale tributo era tutt'altro che negativa, poichè, tra i suoi effetti, va annoverato quello — non indifferente — di selezionare via via la popolazione tributaria, assottigliando le file dei contribuenti forniti di reddito. E ciò questo anno conferma: risultati di grande importanza,

tenuto conto della grande difficoltà di confortarli con dati statistici adeguati. Se — come pare evidente — queste conclusioni troveranno nuove conferme, man mano che si arricchirà la massa dei dati, risulterà infondata l'opinione di coloro che negano ai provvedimenti demografici un'azione benefica.

Come il precedente volume si chiudeva con la illustrazione di una memoranda benemerita patriottica ed autarchica dell'Istituto Nazionale delle Assicurazioni nel campo dell'assicurazione dei rischi di navigazione che ha dato un beneficio netto all'Erario di oltre un miliardo di lire, ci è sembrato di non poter più degnamente chiudere anche il presente volume se non illustrando con l'articolo Assicurazione e garanzia statale nei rischi dei crediti di esportazione un altro non meno benemerito campo in cui l'intervento dell'Istituto appare fattore importante di sviluppo della nostra attività produttiva.

Non v'ha dubbio che i benefici della assicurazione dei maggiori rischi per l'esportazione, sono stati rilevanti, ma lo saranno ancor più e costituiranno anzi una delle leve di potenziamento della nostra espansione commerciale quando, al cessare della guerra, i compiti dei nostri esportatori dovranno adeguarsi al più ampio respiro della moltiplicata potenza italiana nella nuova Europa.

GIOVANNI SCANGA.

DUE ANNI DI VITA DEL REALE ISTITUTO NAZIONALE DI ALTA MATEMATICA

FRANCESCO SEVERI

Non posso sottrarmi al gentile invito rivoltomi da Giovanni Scanga di dar conto qui della costituzione e della vita dell'Istituto Nazionale di Alta Matematica, inaugurato l'anno scorso dal Duce.

Non lo posso, nè lo voglio, in primo luogo perchè l'invito mi porge la propizia occasione di far conoscere l'Istituto a numerosi cultori delle dottrine assicurative ed attuariali, lettori di questi Atti: e ciò reputo utile all'istituzione che mi sta a cuore. In secondo luogo perchè mi è dato così di ringraziar pubblicamente, in sede appropriata, Giuseppe Bevione ed Ignazio Giordani per l'appoggio finanziario che il grande organismo assicurativo nazionale, da loro presieduto e diretto, dà all'Istituto di Alta Matematica.

Comincerò col sintetizzare le ragioni, più ampiamente svolte in altre circostanze, che hanno condotto alla creazione di un Istituto originale nella sua struttura tecnica ed amministrativa e che, dopo due anni di vita, ha già trovato con sicurezza e successo scientifico la propria via. Risultato ragguardevole, perchè mancavano i modelli donde trarre precise norme organizzative e d'azione.

Invero, ognuna delle istituzioni similari straniere (per es. l'Institute for advanced Study di Princeton, l'Istituto Poincaré ed il Collegio di Francia, l'Istituto Matematico di Göttingen



e i vari seminari matematici, specialmente delle Università tedesche) essendo concepita in modo dissimile dalla nostra non poteva, colla propria esperienza, offrire risolutivi orientamenti.

Che l'istituzione italiana si presenti con caratteri di quasi assoluta originalità è dimostrato dall'interesse con cui essa fu accolta e viene oggi seguita, anche nelle presenti difficili contingenze internazionali, dagli ambienti matematici esteri. Il Professor Speiser, dell'Università di Zurigo, mi scriveva testualmente in proposito: « La fondazione del Reale Istituto Nazionale di Alta Matematica mi pare un evento singolare ed importantissimo nell'ambiente scientifico attuale e dovrebbe essere conosciuta in tutti i paesi civili. . . . E' cosa degna del Vostro grande paese. Mussolini ed i Vostri compatriotti sentono la grandezza della Scienza e collocano gli scienziati al posto che meritano ».

Le ragioni per cui l'Istituto è sorto possono così riassumersi.

Prima. L'Università è stata nei secoli, in special modo da noi, dove ha più antiche e gloriose tradizioni, il grande organismo unificatore e propulsore del progresso scientifico; ma oggi essa non può da sola assolvere questo alto compito. Le esigenze della vita moderna, l'odierna organizzazione sociale, specialmente negli stati totalitari, richiedono eserciti di funzionari e di professionisti ed avviano perciò verso gli studi universitari masse sempre più vaste di giovani, i quali aspirano ai diplomi professionali.

Ne deriva un notevole assorbimento delle energie del personale insegnante e delle risorse dei laboratori e degli Istituti scientifici ed una fisionomia degli insegnamenti, che non è la più adatta ad un'armonica e completa formazione scientifica degli allievi.

Il progresso della Scienza resta così affidato piuttosto al lavoro dei singoli (per fortuna nostra finora attivo e proficuo), che non ad una collettiva sintesi coordinatrice di tutti gli sforzi.

Seconda. Ove pure la parte già formata della Scienza potesse continuare a dare, e per parecchio tempo, validi aiuti e direttive alle applicazioni, l'irrigidimento del progresso scientifico e

lo sterilirsi delle più elevate fonti del sapere, segnerebbe, a più o meno lunga scadenza, il fatale arresto delle applicazioni e del livello del rendimento produttivo.

Terza. La Scienza abbisogna per progredire di essere coltivata non solo in rapporto colle applicazioni (le quali spesso nel chiedere donano, facendo sorgere nuovi problemi teorici), ma anche come ricerca disinteressata, animata da aliti di poesia e da calore di fede, all'infuori ed al di sopra della ragion pratica. Dissi altra volta che il tempio di Minerva può tenersi aperto soltanto a questo patto: che non esiste cioè mezzo più economico per ottenere dalla Scienza solamente quel che serve subito alle applicazioni; qualora già non fossero assurdi in simile materia, giudizi a priori su quel che è utile e su quel che può essere superfluo.

Da tali premesse scendono taluni importanti corollari.

Occorre anzitutto creare Istituti destinati alla ricerca pura ed a dar opera di proselitismo scientifico e ad affermare, anche all'estero, i valori della Scienza nazionale, fiancheggiando in una direzione così importante l'opera, in questo terreno inadeguata, degli organismi universitari.

Occorre in secondo luogo che tali Istituti, dovendo adempiere con grande snellezza a funzioni che non hanno rapporto colla rigidità delle norme a cui va subordinata l'istruzione professionale, sieno costituiti come persone giuridico-amministrative autonome; ma ch'essi rimangan tuttavia legati in qualche modo all'Università, custode delle gloriose tradizioni del nostro pensiero e vivificata da sempre rinnovati fiotti d'italica giovinezza.

Occorre infine che alla ricerca scientifica pura, dominata dal principio della superiore armonia estetica e filosofica che ne governa lo sviluppo, si associ in essi la visione teoricamente elevata di problemi applicativi e lo studio e l'affinamento dei mezzi idonei alla soluzione di questi, in base al principio leonardesco che la buona pratica deve edificarsi sulla teoria e che l'esperienza stessa è figliuola della sapienza.

Insomma Istituti siffatti devono altresì costituire l'anello di

congiunzione tra il progresso scientifico e la tecnica applicativa, fra l'Università, considerata essenzialmente nella sua funzione scientifica, ed il Consiglio Nazionale delle Ricerche. Dopo il felice esperimento del nostro Istituto, converrà pertanto pensare ad Istituti analoghi per altri rami di Scienza.

Dalle ragioni e dai principi indicati è stata dunque determinata la creazione dell'Istituto Nazionale di Alta Matematica, voluta dallo spirito lungimirante del Duce.

La tecnica con cui questi principi sono stati attuati (1) ha minor importanza in un articolo come questo d'indole generale.

Dirò soltanto che i fini fondamentali dell'Istituto sono: il progresso dei rami in formazione della matematica; la coordinazione del movimento matematico nazionale con quello straniero e l'organizzazione di un'aggiornata bibliografia del movimento matematico mondiale; la diffusione dei più importanti indirizzi del pensiero matematico nazionale; il collegamento tra le ricerche di alta matematica e le scienze collaterali; la collaborazione coll'Istituto Nazionale per le Applicazioni del Calcolo del Consiglio Nazionale delle Ricerche.

Corsi di carattere superuniversitario; cicli di conferenze di scienziati italiani e stranieri; relazioni bibliografiche; pubblicazioni di monografie sui più recenti indirizzi di studio; discussioni sopra soggetti di ricerca tra professori e discepoli dell'Istituto, tali sono gli aspetti principali dell'attività del nuovo organo di Scienza.

Alcuni lati della nostra organizzazione voglio tuttavia maggiormente lumeggiare.

L'Istituto sceglie da sè i propri discepoli ricercatori tra coloro che hanno le attitudini e la maturità necessarie ed intendono dedicarsi alla ricerca. Nessun contributo è loro richiesto. I discepoli ricevono anzi gratuitamente le pubblicazioni dell'Isti-

(1) Nella legge costitutiva 13 luglio 1939 XVII, n. 1129, integrata dallo Statuto approvato con R. D. 8 settembre 1939 XVII, n. 1389.

tuto: in particolare i corsi che si vanno stampando. Parecchie borse di studio son conferite ad italiani e stranieri, con apprezzamenti sostanziali e rapidi, scevri da pesanti formalismi burocratici.

Non vi sono esami, nè diplomi; ma assaggi continui delle attitudini dei discepoli, ai quali si chiede soltanto di impadronirsi dell'uso del maggior numero di strumenti d'indagine e di avviare o compiere ricerche scientifiche. I risultati delle quali, pubblicati in periodici matematici italiani o esteri o in Atti accademici, costituiranno poi il solo documento della permanenza fattiva nell'Istituto: titolo che farà onore ai discepoli ed ai maestri e contribuirà in più o meno larga misura al progresso della Scienza.

In ciascuno dei due anni di vita dell'Istituto abbiamo avuto una trentina di discepoli, avviati a disparati rami d'indagine matematica; nel primo anno mezza dozzina di borsisti italiani; nel secondo una decina di borsisti tra italiani e stranieri.

I professori Deuring dell'Università di Jena e Bachiller dell'Università di Madrid, per seguir più da vicino l'attività dell'Istituto, hanno accettato il modesto rango di borsisti; ma essi ci hanno altresì ricambiato con interessanti conferenze sopra i soggetti preferiti dei loro studi.

I « Rendiconti di Matematica e delle sue Applicazioni » pubblicati dall'Istituto di Alta Matematica insieme coll'Istituto Matematico dell'Università di Roma (è questo uno degli aspetti dell'unione tra il giovane organismo ed il vecchio glorioso Ateneo) documentano una parte della nostra attività, specialmente colla rubrica finale « Problemi, risultati, discussioni », ove son già raccolte più di cento questioni, talune delle quali vitali per il progresso di questo o di quel ramo matematico, proposte a discepoli ed a professori dell'Istituto ed in parte già risolte.

Chi scorra l'elenco ed i programmi dei corsi che si son tenuti sinora e di quelli che si terranno nel prossimo biennio, trova ampiamente rappresentate, studiate, discusse gran numero delle teorie più vive e vitali della matematica e delle sue più palpitanti applicazioni: dall'alta analisi all'alta geometria; dalla

meccanica superiore alle trasformazioni termoelastiche; alla termodinamica, alla dinamica stellare e alla fisica moderna; dalla relatività ai problemi matematici della scienza delle costruzioni, della meccanica tecnica e dell'elettrotecnica; allo studio delle onde e vibrazioni nelle costruzioni marittime, navali (elastostatica dei sommergibili) ed aeronautiche (vibrazioni dei velivoli in volo). Per ciò che concerne le scienze economiche e quelle più direttamente connesse con i problemi assicurativi o di previdenza si posson segnalare un corso di dinamica economica di Luigi Amoroso ed uno sulle moderne teorie della probabilità di Francesco Paolo Cantelli.

Nei riguardi della collaborazione coll'Istituto di Calcolo del Consiglio Nazionale delle Ricerche debbo con piacere dichiarare che essa si attuò subito sopra taluni problemi applicativi (qualcuno dei quali interessante la difesa nazionale) e che si afferma ogni giorno più, per la concorde volontà mia e di Mauro Picone, direttore dell'Istituto di Calcolo.

Naturalmente quando si chiede al teorico l'affinamento di un mezzo di indagine che si è rivelato insufficiente per una determinata questione pratica o addirittura la creazione di un nuovo strumento di geometria o d'analisi o di meccanica razionale, non c'è che da affidarsi al lavoro individuale di questo o quel professore o ricercatore dell'Istituto di Alta Matematica, non essendo possibile che una questione di Scienza astratta, la quale richiede sempre uno sforzo inventivo e talora un vero atto geniale, possa risolversi collettivamente come un problema sperimentale o come si conduce a termine un calcolo numerico, dopo che ne sono impostate le basi matematiche.

La funzione dell'Istituto di Alta Matematica in questo campo ha dunque essenzialmente valore in quanto essa suscita e temprava le più elette energie e le addestra all'uso dei più potenti strumenti, sì che sieno pronte in ogni istante ai cimenti a cui possono chiamarle le applicazioni.

L'atmosfera di lavoro fervido, concorde, entusiasta, che do-

mina e conquista nell'Istituto maestri e discepoli, mi rende tranquillo che da questa ben riuscita creazione del Regime la scienza matematica italiana può legittimamente attendere la conservazione del primato acquisito nell'ultimo cinquantennio e la tecnica nazionale può fiduciosa aspettarsi gli alimenti teorici che le sono indispensabili per elevarsi sempre di più ed esser degna dell'avvenire imperiale della Patria.



Corporate Heritage
& Historical Archive

L'ISTITUTO NAZIONALE PER LE APPLICAZIONI DEL CALCOLO E L'INDUSTRIA ASSICURATIVA

MAURO PICONE

Or sono circa dodici anni, e precisamente nel giugno del 1928-VII, fui invitato dal Presidente dell'Istituto Nazionale delle Assicurazioni ad aggiungere una mia (*) al ciclo delle conferenze, che in quell'anno furono tenute nell'Istituto medesimo, prevalentemente con indirizzo scientifico, utile alle varie branche della scienza attuariale e delle numerose ad essa limitrofe.

Accettai con entusiasmo il lusinghiero invito che mi dava anche una preziosa occasione di affermare, in un ambiente squisitamente sensibile, la necessità che i matematici venissero a contatto con i problemi dell'economia nazionale, per portarvi il contributo delle possibilità della rigorosa indagine scientifica dei problemi stessi, che può dare il metodo matematico.

In quell'epoca sorgeva appunto, in embrione, presso la mia cattedra di Analisi infinitesimale all'Università di Napoli, un Istituto che si assumeva l'altissimo compito di prestare la sua opera di collaborazione e di consulenza in tutti quei problemi di analisi matematica, sollevati dalle scienze sperimentali e di applicazione, nonché dalla tecnica e dalle sue molteplici applicazioni industriali, nei quali occorra addivenire a definitive e sicure valutazioni numeriche.

E' facile quindi immaginare come io avessi materia a dovi-
zia per segnalare al mio eletto uditorio dell'Istituto Nazionale delle Assicurazioni una quantità di problemi, interessanti la

(*) Cfr. *Atti dell'Istituto Nazionale delle Assicurazioni*, (1929-VII).



scienza e l'industria assicurative, per la risoluzione dei quali può essere utile, se non necessario, l'intervento di un istituto come quello che, sotto la mia direzione, sorgeva a Napoli.

Ne riportai manifestazioni di indubbio consenso, dalle quali, mi è oggi sommamente grato riconoscerlo, trassi ulteriore grande incoraggiamento per perseverare nel difficile compito assunto di creare in Italia, con il consolidamento e l'incremento dell'Istituto per le Applicazioni del Calcolo, una robusta organizzazione che consentisse, come sistema, una continua collaborazione fra i matematici puri, da un lato, e tutti coloro, dall'altro, che, nelle scienze sperimentali, nella tecnica, nelle industrie, si valgono o dovrebbero valersi della matematica.

La mia azione, in proposito, fu lunga e tenace, non mancarono fiere opposizioni, scetticismi proclamati, confessati o non confessati, e, come infine appare oggi a chiunque inesplicabile, fra gli oppositori figuravano anche una buona parte dei matematici puri d'Italia, nonostante che si potesse anche fin d'allora dimostrare che l'applicazione della matematica alle altre scienze doveva essere feconda di progresso, anche per le teorie più astratte della matematica pura.

Sorto il Consiglio Nazionale delle Ricerche e creato in seno ad esso il Comitato Nazionale per la Matematica, le mie idee furono però ben accolte ed appoggiate dalla Giunta esecutiva di quel Comitato, presieduta dallo scomparso insigne matematico, sinceramente compianto da chiunque l'abbia conosciuto come uomo, come cittadino, come fascista e come matematico, che fu Gaetano Scorza.

Con tale appoggio il Direttorio del Consiglio Nazionale delle Ricerche, allora presieduto da Guglielmo Marconi, decise di fondare in Roma l'attuale Istituto Nazionale per le Applicazioni del Calcolo, affidandomene la direzione ed assegnandogli i compiti sopraddetti.

La fondazione in Roma dell'Istituto risale al novembre del 1932 e da quell'epoca, sempre sorretto, nelle successive presidenze di Guglielmo Marconi e di Pietro Badoglio e nella continuata azione organizzatrice spiegata da Amedeo Giannini, dal

Consiglio Nazionale delle Ricerche, assistito da un insigne Consiglio Direttivo, oggi presieduto da Umberto Puppini, lo sviluppo dell'Istituto è stato continuo, come continuo è stato l'incremento della sua permeazione negli ambienti tecnici ed industriali del Paese. E l'Istituto, mi si consenta di proclamarlo con fierezza, si è trovato oggi in pieno vigore per collaborare anche con le Forze Armate d'Italia alla potenza delle armi, fornendo il necessario fondamento matematico per il progresso delle costruzioni aeronautiche e navali, per l'apprestamento dei mezzi tecnici nel tiro delle artiglierie ed in quello di bombardamento da aereo, per la stabilizzazione dei siluri subacquei, per le radiocomunicazioni militari, ecc.

*
**

Per invito dell'amico Giovanni Scanga, che vivamente ringrazio, posso oggi, dalle colonne di questi Atti, di nuovo parlare al pubblico della scienza e delle industrie assicurative e sono lieto di aver potuto dare a questo pubblico le notizie, di cui sopra, sullo sviluppo di un'istituzione che ebbe, dodici anni or sono, il privilegio di essere salutata con simpatia nel suo nascere da insigni rappresentanti di quella scienza e di quelle industrie.

Nella multiforme attività dell'Istituto Nazionale per le Applicazioni del Calcolo non sono mancate occasioni notevoli di collaborazione *con scienze e industrie interessanti le Assicurazioni*. Si è lavorato in economia industriale, statistica, dinamica economica, finanza, ecc. (*). Ma bisogna pur riconoscere che i contatti dell'Istituto con le scienze e le industrie assicurative sono, nonostante, da reputare scarsi. Io vedrei con grande soddisfazione un forte incremento di tali contatti, con che l'azione dell'Istituto potrebbe dirigersi anche verso quelle indagini matematiche, utili, forse anche immediatamente, all'industria assicurativa.

(*) Cfr. *L'Istituto Nazionale per le Applicazioni del Calcolo nel quadriennio 28 ottobre XII-27-ottobre XV*, pag. 108-111. Pubblicazione n. 27 dell'Istituto Nazionale per le Applicazioni del Calcolo.

Un esempio di grande interesse di tali indagini è fornito dall'*analisi periodale dei fenomeni sociali*. Dello studio di tale analisi si occupa da gran tempo l'Istituto, con applicazione però esclusivamente a taluni fenomeni metereologici o acustici. Ora i risultati, dei quali è in possesso l'Istituto, potrebbero essere sottoposti ad esperimento per la scoperta di eventuali procedimenti, atti ad assicurare la previsione dell'entità numerica dei sinistri nelle varie attività o contingenze umane, con una certa approssimazione. Si tratterebbe di scoprire, ove esista, il periodo di un determinato fenomeno ciclico, inerente a quelle attività o contingenze. Non è detto che un tale periodo esista, ma va ricercato, poichè evidentemente, ove si riuscisse a scoprirlo, la Compagnia d'Assicurazione, che assicura per un determinato sinistro, la cui entità numerica possa essere preveduta con una certa approssimazione, potrebbe predisporre assai vantaggiosamente, per sè e per gli assicurati, le tariffe e i premi corrispondenti.

Beninteso un'indagine periodale non può aver senso, se non applicata ad un intervallo di tempo di parecchie decine di anni per il che ovviamente occorrerebbe che le Compagnie d'Assicurazione fossero in possesso di dati statistici sicuri, inerenti al sinistro in esame, da epoche molto remote ed inoltre di tutte quelle notizie sulle condizioni di vita, che possono mutarsi al fluire del tempo, accompagnanti il verificarsi del sinistro stesso.

Da queste colonne propongo che si stabilisca un'attiva collaborazione tra le Compagnie d'Assicurazione e l'Istituto Nazionale per le Applicazioni del Calcolo, per iniziare le sopradette indagini periodali. Beninteso, può darsi che tali indagini non approdino a nulla, ma, se un risultato si conseguisse, quale grande vantaggio sociale se ne potrebbe trarre? Non è dunque il caso di tentare?

Il grandioso Ente assicurativo, che è l'Istituto Nazionale delle Assicurazioni, il quale, sotto la lungimirante presidenza di Giuseppe Bevione, e la sapiente, gagliarda direzione di Ignazio Giordani, si è reso benemerito di iniziative ad esclusivo vantaggio delle più svariate provvidenze sociali, non dovrebbe certo

avere difficoltà a finanziare le sopraddette indagini matematiche, che, com'è nella natura delle cose, potranno durare lunghi anni e che, anche quando non portassero ad un contributo immediato a vantaggio dell'industria assicurativa, concorrerebbero sempre ad approfondire i procedimenti di analisi periodale utilmente per le altre numerose applicazioni di tale analisi ed indirettamente quindi, come sarà spiegato in ciò che segue, anche utilmente per quelle industrie stesse.

* * *

Ma l'industria assicurativa può disinteressarsi dell'attività dell'Istituto Nazionale per le Applicazioni del Calcolo, anche quando non sia diretta, in modo immediato, alla tecnica di tale industria ?

Io ritengo di no.

La più gran parte delle ricerche, nelle quali è chiesto l'intervento dell'Istituto, sono suscitate dal bisogno che ha il costruttore (edile, idraulico, elettrotecnico, navale, ferroviario, aeronautico, ecc.) di assicurare al cento per cento la stabilità delle proprie costruzioni, *di evitare cioè i sinistri*, e pertanto appare evidente tutto l'interesse che devono avere le Compagnie d'Assicurazione per la massima efficienza di un Istituto che possa assolvere i compiti indicati.

Quando una diga di ritenuta crolla, può falciare migliaia e migliaia di vite umane (e non sono mancati dolorosi esempi di ciò), e fra queste ve ne possono essere moltissime assicurate; onde l'interesse per l'industria assicurativa di un rigoroso calcolo degli elementi costruttivi di una diga, per assicurarne la stabilità.

Quando un ponte ferroviario entra in vibrazione per il passaggio di un treno, possono tali vibrazioni, in determinate condizioni di carico, provocare alla fine la rottura del ponte, durante il passaggio del treno, ciò che può portare alla perdita di molte vite assicurate, onde tutto l'interesse per le industrie assicurative che gli studi delle vibrazioni dei ponti, di cui oggi

si occupa l'Istituto Nazionale per le Applicazioni del Calcolo, siano condotti al maggior grado di perfezione possibile.

Quando si lancia la corrente elettrica in un determinato opificio, mosso da macchine elettriche, può avvenire che, per mal calcolati massimi delle sopraelevazioni di correnti e tensioni che si verificano nel regime transitorio di apertura o chiusura del circuito, si provochi l'incendio degli isolanti col possibile incendio di tutto l'opificio, onde l'interesse delle Compagnie d'Assicurazione che, in sede di progetto dell'impianto elettrico del detto opificio, non si sia nulla risparmiato per pervenire ad un calcolo rigoroso del massimo delle dette sopraelevazioni.

* * *

Non parrà dunque superfluo se, anche in queste colonne, io rivolga un rapido sguardo a talune attività dell'Istituto Nazionale per le Applicazioni del Calcolo, allo scopo di mostrare al pubblico della scienza e delle industrie assicurative i diuturni cospicui apporti di questo Istituto in un campo, il cui progresso è strettamente collegato all'economia di dette industrie.

* * *

E' stato richiesto da parte del Ministero dei Lavori Pubblici il calcolo delle deformazioni elastiche e delle sollecitazioni nei ponti obliqui a travata rettilinea. In prima approssimazione si tratta di riprendere il classico problema dell'equilibrio elastico delle piastre uniformemente caricate, non supponendo più per esse la forma rettangolare o circolare, ma la forma parallelogrammica, che non ci è risultata fino ad ora considerata nei riguardi delle pratiche valutazioni numeriche, laddove le date particolari condizioni di appoggio o di incastro della piastra non consentono una facile estensione dei metodi già escogitati per le piastre rettangolari. Si è dovuto insomma anche qui istituire nuove ricerche preliminari di analisi matematica sussidiate da opportune esperienze numeriche, con le quali ricerche si sono ottenuti anche, d'altra parte, perfezionamenti notevoli dei metodi già usati per le piastre rettangolari.

Di grande mole è il lavoro compiuto dall'Istituto per le costruzioni in cemento armato, lavoro sia per conto del Ministero dei Lavori Pubblici, sia per conto di ditte industriali e di privati. Si è qui potuto constatare che l'intervento di un Istituto attrezzato come quello per le applicazioni del calcolo è da ritenersi provvidenziale. Le difficili calcolazioni inerenti a tali tipi di costruzione erano spesso evitate dai costruttori che, valutando empiricamente le sollecitazioni esercitate sulle strutture in progetto, erano portati spesso a sovrabbondare — per coscienziose ragioni di sicurezza — nell'armatura metallica, venendo dunque a far spreco di ferro. Mediante la collaborazione dell'Istituto si sono potute dare norme nuove per la costruzione dei ponti, delle volte, delle cupole, delle torri, delle dighe, ecc. con grande successo dell'economia.

*
* *

Anche nell'Elettrotecnica è dovizia di problemi per la risoluzione dei quali l'intervento dell'Istituto per le Applicazioni del Calcolo può essere molto utile, se non decisivo.

Gli è che purtroppo, gli elettrotecnici, mentre assistono al pauroso crescendo delle elaborazioni puramente speculative dei loro problemi, invano attendono, in generale e per i problemi più significativi, la sistemazione dei metodi per le sicure valutazioni numeriche che possono conferire pratico valore a quelle elaborazioni. Fervono, in proposito, ovunque, studi e ricerche, si escogitano le più diverse collaborazioni e si impiantano costose organizzazioni, ma mi pare di poter asserire che i contributi di praticità fino ad ora raggiunti siano tutt'altro che definitivi.

Le equazioni di Maxwell dell'Elettrodinamica rimangono là, sovrane di una delle più belle teorie che spirito umano abbia creato, ma nei casi più interessanti si rifiutano ancora di dare al costruttore quella ricchissima messe di risultati pratici che possono fornire. E se un elettrotecnico, anche dotato di buona cultura matematica, si avventura a ricercare nelle voluminose

trattazioni di Heaviside e dei suoi imitatori e continuatori i metodi di calcolo da questi proposti per i problemi elettrodinamici ad una dimensione, è spesso arrestato dalla necessità di impadronirsi di quella delicatissima tecnica del calcolo simbolico con gli operatori.

Ed ecco un compito enorme che si è assunto l'Istituto per le Applicazioni del Calcolo: pervenire ad una chiara, semplice, robusta sistemazione dei metodi di calcolo numerico nei problemi di Elettrodinamica, che possano, in ogni caso, essere utilizzati in pratica. Molti risultati, in tale indirizzo, l'Istituto ha già conseguito, e non soltanto per i problemi ad una dimensione, ma a due e a tre dimensioni, interessanti, per esempio, la propagazione delle onde elettromagnetiche sopra una superficie sferica, cilindrica o torica. Si aspetta ora, che l'Elettrotecnica pratica ponga all'Istituto problemi concreti per potere sperimentare numericamente i metodi studiati. Esperimenti numerici sono stati però compiuti, e con risultati soddisfacenti, in particolari problemi di propagazione del calore, i quali, appunto, sono retti da equazioni analoghe a quelle delle onde elettromagnetiche. Osserverò che i problemi di propagazione del calore devono anche molto interessare l'elettrotecnico dato che lo sfruttamento e il sovraccarico delle macchine elettriche sono esclusivamente limitati dal timore che l'isolante bruci, ed è pertanto ben manifesto come la preventiva sicura conoscenza del massimo della temperatura che può raggiungersi nelle vicinanze dell'isolante abbia ad avere grande importanza economica.

*
* *

Un'industria che è in rapido incremento sia nei suoi perfezionamenti tecnici sia nella produzione è certamente, presso tutte le nazioni, quella aeronautica, la quale in Italia ha saputo organizzarsi con uno sfruttamento notevole delle migliori risorse dell'ingegneria. I tecnici migliori si trovano appunto negli uffici destinati ai progetti delle costruzioni aeronautiche e in ciò si deve ricercare la ragione del rapidissimo incremento dell'at-

tività dell'Istituto di Calcolo nelle ricerche rivolte al progresso dell'aeronautica, intesa anche come arma.

In tale ultima accezione dell'aeronautica, l'Istituto ha molto lavorato, provvedendo l'arma aerea di mezzi per il tiro di bombardamento i quali assicurano una tecnica di questo assai perfezionata come hanno dimostrato anche le lunghe esperienze fatte.

In tali ordini di ricerche, ovviamente di estrema delicatezza, non mi è possibile entrare in particolari. Mi propongo invece di intrattenere, con una certa ricchezza di notizie, il mio cortese lettore sui problemi affrontati e risolti con l'intervento dell'Istituto, concernenti la costruzione degli aeroplani.

Calcolo delle sollecitazioni nei bordi d'attacco alari — I bordi di attacco alari possono assimilarsi a piastre cilindriche a sezione semiellittica o parabolica (o di altra semplice curva), incastrati lungo due generatrici (bordi anteriori del longarone) e appoggiati lungo alcune direttrici (centine o false centine).

Lo studio delle sollecitazioni di tale complicata piastra spaziale non è stato mai finora intrapreso con pieno rigore matematico, forse per la sua notevole complicazione. Eppure un'indagine di tal genere era necessaria: si pensi infatti che la pressione massima agente sul bordo d'attacco in un volo a incidenza prossima a quella di portanza nulla, e a velocità fortissima (ad es. in una picchiata in candela) può raggiungere talora $\frac{1}{4}$ o $\frac{3}{4}$ di atmosfera. Si pensi, anche, che del bordo di attacco interessa non soltanto la robustezza, ma anche la rigidezza: infatti una sensibile deformazione del bordo di attacco può produrre una variazione di forma dell'ala tale da generare sensibilissimi peggioramenti nelle caratteristiche di volo.

L'Istituto per le applicazioni del Calcolo ha risolto completamente il problema per qualunque variazione del carico esterno lungo lo sviluppo della sezione del bordo di attacco.

Calcolo delle sollecitazioni nei cilindri cavi a parete sottile con rinforzi longitudinali e trasversali. — La tecnica moderna ha imposto lo studio delle sollecitazioni di strutture di questo ge-

nere; prescindendo dalle numerose applicazioni che esse possono avere, basta ricordare quelle aeronautiche: le strutture « monoguscio », tanto usate in fusoliera e scafi, sono appunto prismi o cilindri cavi a parete sottile con rinforzi longitudinali e trasversali.

Oltre al noto problema di verificare localmente la stabilità del rivestimento si presenta naturalmente quello di conoscere le rispettive sollecitazioni del rivestimento e dei rinforzi.

Il problema è stato risolto completamente dall'Istituto per le Applicazioni del Calcolo, portando a formule definitive, di facile impiego, per la verifica del dimensionamento della struttura in parola.

Convieni notare che lo studio di tale importante problema tecnico è stato fatto con un metodo energetico basato su un teorema che non era mai stato adoperato in precedenza e che dà brillanti risultati.

Con lo stesso metodo sono stati eseguiti il calcolo delle sollecitazioni:

a) nelle strutture alari a longarone unico, con longaroncino poppiero laminare interrotto da una cerniera;

b) nelle strutture alari a due longaroni con centine dotate di rigidità flessionale finita;

c) nelle strutture alari a tre longaroni con centine;

d) nelle strutture a cassone rattangolare bisimmetrico con quattro correnti.

Calcolo delle velocità critiche degli aerei. — Nell'aeronautica si presenta poi un singolare problema di stabilità dell'equilibrio. Si tratta di determinare, per ogni particolare struttura alare, quelle velocità di traslazione dell'aeroplano, le cosiddette velocità critiche, nelle quali è possibile una persistente deformazione dell'ala che porterebbe certamente alla catastrofe. È ovvia l'enorme importanza del preventivo rigoroso calcolo di tali velocità, che devono essere interdette. Il problema è stato completamente risolto dall'istituto.

Per le strutture alari semplici è bastato, con facili accorgimenti analitici, l'impiego delle funzioni di Bessel, ma per le

strutture più complicate si è dovuto far ricorso all'applicazione di un metodo che rientra come caso particolare in uno affatto generale, del quale ora dirò. Le menzionate velocità critiche riescono legate in modo noto ai cosiddetti autovalori per un certo parametro da cui dipende una certa equazione differenziale lineare. Ebbene, l'Istituto è già da tempo in possesso di un metodo di calcolo di tali autovalori che può essere applicato nei più generali problemi, purchè retti da equazioni lineari, siano queste integrali o differenziali ordinarie o alle derivate parziali, a coefficienti costanti o variabili.

Si ha così in particolare, la possibilità di pervenire a risultati sicuri in ogni caso, nell'altro grandioso problema la cui soluzione è di capitale importanza per la vita civile, parlo del problema della determinazione delle velocità critiche per gli alberi motori, della determinazione cioè, di quelle velocità di rotazione degli alberi motori, che non possono essere di regime, senza grave pericolo per la stabilità dell'albero. Si pensi alle applicazioni degli alberi motori in tutti i bisogni della vita moderna, dal moto delle navi, delle automobili, degli aeroplani, a quello delle macchine nelle fabbriche di tutte le specie, e ci si può, allora, *non senza emozione, rivolgere la domanda se, con una preventiva sicura conoscenza delle velocità critiche degli alberi motori, nei loro diversi impieghi, non si potrebbero forse evitare molti dei disastri che, con dolorose perdite di vite umane e con danni ingenti, funestano il progresso civile.*

Ed io penso che basterebbe il solo compito di collaborare allo studio di un tale problema per giustificare la creazione del più grandioso Istituto di Calcolo e il più vivo interesse per esso delle Compagnie d'Assicurazione.

Problemi vibratorii. — D'importanza capitale per l'aeronautica sono anche i problemi vibratorii. Si hanno al riguardo i calcoli delle vibrazioni libere di ali a sbalzo. È importante conoscere le frequenze proprie di vibrazione delle ali, e specialmente delle ali a sbalzo: ciò può essere utile per paragonare dette frequenze con quelle di cause esterne eccitatrici; inoltre è bene poter determinare in modo esatto le leggi da cui dipendono le frequenze

in parola per poter eventualmente modificare queste disponendo opportunamente dei vari elementi cui sono legate.

Le stesse formule che servono per le frequenze di un'ala a sbalzo servono poi, naturalmente, per gli altri analoghi manufatti della tecnica come fari, antenne, pali, torri, ecc. ecc.

Tali formule erano state in passato determinate per pochissimi e particolarissimi casi da Kirschhoff, Mononobe, ecc.

L'Istituto per le Applicazioni del Calcolo ha ampliato la ricerca estendendola a qualunque solido.

Calcolo delle vibrazioni alari prodotte da raffiche o altre perturbazioni atmosferiche. — Mentre era stato investigato il problema del moto vario e delle corrispondenti sollecitazioni di un velivolo rigido investito da determinate perturbazioni atmosferiche, si doveva affrontare l'analogo problema tenendo conto della elasticità del velivolo e precisamente di quella dell'ala, l'organo più sollecitato in tali condizioni.

Questo è stato fatto tenendo conto di vari elementi in gioco: distribuzione delle masse nell'ala e nella fusoliera; distribuzione delle rigidità flessionali alari; momenti aerodinamici, d'attrito, ecc.

L'indagine è stata condotta in modo completo per i velivoli assegnati.

È stata fatta anche una ricerca del genere, ma immaginando l'ala anziché unita a un corpo di massa finita (fusoliera), incastrata in un corpo indefinito e assolutamente rigido.

Tale indagine si è approfondita, particolarmente nel senso di studiare l'influenza della variazione, lungo l'ala, della massa e della rigidità di flessione; perciò i risultati dell'indagine possono benissimo adoperarsi per studiare l'influenza del vento su torri, antenne, fari, ecc.

Calcolo delle vibrazioni alari associate a corrispondenti velocità critiche. — Le tre forme fondamentali di vibrazione dell'ala sono quelle, ben note di: flessione-torsione-alettone. Se fosse possibile che ciascuna si applicasse singolarmente, essa si smorzerebbe sicuramente col tempo e non potrebbe comunque divenire instabile.

Ma ciò è impossibile perchè ciascuna di quelle vibrazioni influisce sulle altre e ne è a sua volta influenzata. Si ha così una vibrazione multipla o associata. Per una certa ala e per un certo assetto del velivolo esiste una velocità critica alla quale verificandosi tale vibrazione multipla, non è possibile che essa si smorzi col tempo; al contrario essa va accennandosi e porta a rottura certa e quindi alla catastrofe.

Il problema immediato da risolvere per un dato velivolo è quello di verificare che tale velocità critica sia convenientemente al disopra della massima raggiungibile del velivolo (nella « picchiata in candela »); è anche interessante dedurre dai calcoli l'influenza dei vari elementi sopra tale velocità critica (posizione dell'asse elastico, distribuzione delle masse, delle rigidità; bilanciamento degli alettoni, ecc.).

Numerose esperienze numeriche hanno portato a chiarificazione di idee e a suggerimenti tecnici dimostratisi poi molto attendibili nelle esperienze.

Calcolo delle vibrazioni degli organi di comando del velivolo combinate con oscillazioni di assetto. — Le oscillazioni del velivolo, considerato come un sistema rigido, combinate con quelle di alcuni organi di comando immaginati connessi elasticamente alla barra bloccata, oppure connessi rigidamente alla barra libera, formano un moto combinato del genere delle vibrazioni associate di cui sopra, e possono dar luogo a velocità critiche.

Esiste un semplice e notissimo tipo di oscillazione del velivolo che già da solo può condurre a instabilità, ed è il rollio e la corrispondente instabilità conduce al noto fenomeno chiamato « avvistamento ».

Se ora si immagina che gli alettoni siano sfuggiti di mano al pilota e si siano messi ad oscillare, si comprenderà come essi possano colle forze variabili, in tal modo generale, dar luogo ad una oscillazione di rollio, e, inversamente, verificandosi una oscillazione di rollio, questa possa mettere in moto gli alettoni se già sfuggiti di mano al pilota, ed in caso contrario farli appunto sfuggire; comunque farli entrare in vibrazione.

Ora, questo genere di vibrazioni associate conosce anch'esso

una velocità critica che può essere molto bassa, dato che non esistono per l'ala momenti richiamanti di rollio.

L'Istituto per le Applicazioni del Calcolo ha completato lo studio teorico di tale fenomeno, concretando le misure e le decisioni di carattere costruttivo da seguire per modificare con vantaggio l'andamento.

SULLA PROVVISORIE DI ACQUISTO DI UN PORTAFOGLIO DEL RAMO VITA

RAFFAELE CULTRERA

L'argomento che tratto in questa Nota ha carattere eminentemente pratico, poichè tende a mettere in evidenza un metodo che potrebbe essere seguito con vantaggio nelle valutazioni attuariali connesse alle cessioni di portafogli assicurativi del ramo vita.

È noto che l'acquisizione di un portafoglio costituito dalla totalità o da un gruppo di polizze di una data impresa assicuratrice è tra le operazioni più importanti nelle quali è chiamato a decidere l'attuario cui spetta infatti l'esame delle riserve e dei premi ceduti, dei titoli offerti a copertura delle riserve, dell'andamento degli ingressi e delle eliminazioni del portafoglio trasferito, come pure dell'entità del compenso a titolo di provvigione d'acquisto da ammortizzare, spettante all'impresa cedente. Nell'ipotesi che l'andamento degli ingressi e delle eliminazioni sia giudicato normale e che la valutazione dei titoli non dia luogo a discussioni, s'impone peraltro l'accertamento dell'adeguatezza dei premi e delle riserve cedute, agli impegni assunti poichè il compenso provvigionale dovrebbe risultare determinato in funzione dei due elementi anzidetti, in quanto la deficienza di uno di essi, se non è compensata da una eventuale eccedenza dell'altro elemento, apporta evidentemente una perdita all'acquirente. È necessario a questo punto confermare quanto sia inesatto il concetto, radicato nella grande maggioranza di coloro i quali non hanno dimestichezza con i calcoli

attuariali, che premi più alti comportino riserve più elevate. Basta a tal uopo considerare, ad esempio, l'assicurazione mista che è la forma che d'ordinario costituisce oltre la metà di un portafoglio assicurativo. Si trova facilmente che il premio annuo, dato dall'espressione

$$\frac{1}{a_{x,n}} - d,$$

dove $d = \frac{i}{1+i}$ rappresenta il tasso di sconto, dipende dalla elevatezza dei tassi di mortalità, mentre la riserva corrispondente, dopo t anni,

$$1 - \frac{a_{x+t, n-t}}{a_{x,n}},$$

dipende dal rapporto $\frac{a_{x+t, n-t}}{a_{x,n}}$; per cui, quanto più rapidamente le $a_{x+t, n-t}$ decrescono rispetto ad $a_{x,n}$, ossia quanto più rapidamente crescono i tassi di mortalità, tanto maggiore è la riserva; la quale, quindi, risulta determinata più che dai valori assoluti dei tassi di mortalità, dal loro andamento. I confronti che seguono tra i premi e le riserve tratti dalle tavole di mortalità della popolazione maschile italiana, dedotte dal censimento del 1901 e del 1931, serviranno a dare una pratica dimostrazione del concetto sopra esposto.

Forma mista

$x = 35 \quad n = 20$

$x = 40 \quad n = 20$

| Premio puro | Tavola di mortalità | | Rapporto premi |
|----------------|---------------------|-------------|---------------------|
| | M (931) 4 ‰ | M (901) 4 ‰ | |
| | 36,26 | 37,60 | 0,964 |
| Anti durata | Riserve | | Rapporti riserve |
| 3 | 101,85 | 100,85 | 1,010 |
| 6 | 216,54 | 214,33 | 1,010 |
| 9 | 346,48 | 342,79 | 1,011 |
| 12 | 493,69 | 489,35 | 1,009 |
| 15 | 661,44 | 657,51 | 1,006 |
| 18 | 854,37 | 851,99 | 1,003 |

| Premio puro | Tavola di mortalità | | Rapporto premi |
|----------------|---------------------|-------------|---------------------|
| | M (931) 4 ‰ | M (901) 4 ‰ | |
| | 37,38 | 38,98 | 0,959 |
| Anti durata | Riserve | | Rapporti riserve |
| 3 | 102,24 | 100,51 | 1,017 |
| 6 | 217,14 | 213,72 | 1,016 |
| 9 | 346,30 | 341,80 | 1,013 |
| 12 | 492,45 | 487,30 | 1,011 |
| 15 | 659,46 | 654,41 | 1,008 |
| 18 | 852,56 | 849,78 | 1,003 |

NB. — I premi puri e le riserve sono relative a 1000 unità di capitale assicurato.

$x = 35 \quad n = 25$

| Premio puro | Tavola di mortalità | | Rapporto premi |
|----------------|---------------------|-------------|---------------------|
| | M (931) 4 ‰ | M (901) 4 ‰ | |
| | 27,70 | 29,18 | 0,949 |
| Anti durata | Riserve | | Rapporti riserve |
| 3 | 73,77 | 73,19 | 1,008 |
| 6 | 156,27 | 154,63 | 1,011 |
| 9 | 249,02 | 245,87 | 1,013 |
| 12 | 353,16 | 349,03 | 1,012 |
| 15 | 470,46 | 465,64 | 1,010 |
| 18 | 603,57 | 598,28 | 1,009 |
| 21 | 756,27 | 752,03 | 1,006 |
| 24 | 933,84 | 932,36 | 1,002 |

$x = 40 \quad n = 25$

| Premio puro | Tavola di mortalità | | Rapporto premi |
|----------------|---------------------|-------------|---------------------|
| | M (931) 4 ‰ | M (901) 4 ‰ | |
| | 29,13 | 30,94 | 0,941 |
| Anti durata | Riserve | | Rapporti riserve |
| 3 | 75,17 | 73,91 | 1,017 |
| 6 | 158,71 | 156,22 | 1,016 |
| 9 | 251,52 | 249,18 | 1,013 |
| 12 | 355,01 | 350,68 | 1,012 |
| 15 | 471,20 | 466,24 | 1,011 |
| 18 | 602,74 | 598,31 | 1,007 |
| 21 | 753,95 | 749,95 | 1,005 |
| 24 | 932,41 | 930,60 | 1,002 |

È prassi comune che, nelle acquisizioni di portafoglio, dopo un esame piuttosto sommario della entità dei premi e delle riserve cedute, il compenso venga determinato, in considerazione delle provvigioni di acquisto da ammortizzare, in percentuale del capitale rischio complessivo (differenza tra capitali assicurati e riserve), quando i contratti di mista e vita intera, come d'ordinario avviene, hanno una certa preponderanza rispetto agli altri. Se poi si vuol procedere con maggiore esattezza, una volta determinata la percentuale α da corrispondere, si passa al calcolo della espressione

$$\alpha \cdot \frac{a_{x+t, n-t}}{a_{x, n}}$$

per ogni polizza; il che però comporta un lavoro amministrativo non indifferente, senza la garanzia di giungere ad una valutazione esatta del compenso, poichè questa dipende principalmente dal modo con il quale viene determinato il valore di α .

Aggiungiamo inoltre che, qualora si dovesse seguire il primo dei due metodi ora indicati, una determinazione piuttosto affrettata del detto valore di α , potrebbe portare all'incongruenza di assegnare un compenso tanto più elevato quanto più deficienti fossero le riserve trasferite. In definitiva, possiamo dire che al calcolo della provvigione di acquisto di un portafoglio si do-

vrebbe pervenire solo quando fosse stato fatto, nella maniera più accurata possibile, un esame dei premi e delle riserve, al fine di determinare la misura di detta provvigione. Tale esame preliminare, però, può essere soppresso o, meglio, le operazioni necessarie per il calcolo del compenso possono essere conglobate in una sola, qualora si adotti il metodo che sto per descrivere. Metodo che, pertanto, ritengo più razionale e che, fra l'altro, permette di tenere conto anche di eventuali eccedenze o deficienze che dovessero riscontrarsi nei premi unici trasferiti, rispetto a quelli della impresa acquirente.

È nota l'espressione della riserva matematica in funzione dei premi annui

$${}_tV_x = a_{x+t, n-t} [P(x+t, n-t) - P(x, n)] \quad (1)$$

dove ${}_tV_x$ rappresenta la riserva di un contratto stipulato sulla testa di età x , t anni dopo la stipulazione e $P(x+t, n-t)$, $P(x, n)$ rappresentano i premi puri annui per una data forma assicurativa rispettivamente per individui di età $x+t$ e x e durata $n-t$ ed n . Dalla (1) si ricava

$$P(x+t, n-t) = P(x, n) + {}_tV_x \frac{1}{a_{x+t, n-t}} \quad (2)$$

dalla quale si deduce che il premio per la durata $n-t$, dovuto da un individuo di età $x+t$, è eguale al premio dovuto dallo stesso individuo se avesse contratto l'assicurazione t anni prima, più la rata di ammortamento demografico-finanziario della riserva che si sarebbe accumulata nei t anni trascorsi. Tenendo presente la formula del premio puro della mista semplice

$$P_{x, n} = \frac{1}{a_{x, n}} - d,$$

la (2) si può scrivere

$$P(x+t, n-t) = P(x, n) + {}_tV_x (P_{x+t, n-t} + d). \quad (3)$$

Quest'ultima relazione, cessa di esser valida quando ai premi puri di una data forma assicurativa, si sostituiscano i premi di tariffa, nel caso, s'intende, che si adottino dei caricamenti razionali. Si può dire, in generale, che è

$$\pi(x+t, n-t) > \pi(x, n) + {}_tV_x(P_{x+t, n-t} + d) \quad (4)$$

indicando con π il premio di tariffa.

Ora, se ${}_tV_x^c$ rappresenta la riserva trasferita dalla impresa cedente C e $\pi^c(x, n)$ il premio che ad essa corrispondeva l'assicurato, mentre $P_{x+t, n-t}^a, d^a$ rappresentano il premio puro di mista e il tasso di sconto secondo le basi tecniche adottate dalla impresa acquirente A e $\pi^a(x+t, n-t)$ il premio di tariffa di detta impresa relativo al contratto da essa acquisito dalla cedente C , il complemento all'unità del rapporto

$$\frac{\pi^c(x, n) + {}_tV_x^c(P_{x+t, n-t}^a + d^a)}{\pi^a(x+t, n-t)} \quad (5)$$

ci dà la misura della riduzione (o dell'aumento, in qualche raro caso) che le entrate effettive annue di A subiscono nel rilevare il contratto da C piuttosto che acquisirlo direttamente. Se poi si indica con β la percentuale del premio che l'agente incaricato della riscossione trattiene a titolo di provvigione di incasso il rapporto tra le entrate nette diviene

$$\frac{(1-\beta)\pi^c(x, n) + {}_tV_x^c(P_{x+t, n-t}^a + d^a)}{(1-\beta)\pi^a(x+t, n-t)} \quad (5')$$

e il suo complemento all'unità ci dirà quale riduzione esse vengono a subire per effetto della anzidetta operazione, e permetterà di ricavare la corrispondente decurtazione da apportare alla provvigione di acquisto rispetto al contratto assunto direttamente; tenendo presente, eventualmente, che mentre quest'ultimo contratto sarebbe di recente selezionato, quello rilevato, per via del tempo trascorso, t , potrebbe non presentare più gli effetti della selezione medica all'ingresso in assicurazione.

Le (5) e (5') contengono al denominatore il premio di tariffa della impresa cessionaria; così che l'attuario, conoscendo i margini provvigionali contenuti nei premi di tariffa della propria impresa, potrà determinare la misura del compenso da attribuire alla cedente in funzione della normale provvigione di acquisto concessa ai propri agenti. Se poi si volesse conoscere di quali margini effettivi si può disporre sui contratti ceduti, sarebbe opportuno sostituire a $P_{x+t, n-t}^a$, d^a , $\pi^a(x+t, n-t)$ gli elementi corrispondenti dedotti dalle basi tecniche di secondo ordine della impresa acquirente.

È interessante notare come il metodo ora indicato sia meno laborioso di quello comunemente seguito, di ricercare il valore attuale della provvigione da ammortizzare per ogni singolo contratto, poichè in base alla (5) basta raggruppare insieme, per ogni forma assicurativa, tutti i contratti aventi la stessa scadenza per individui di età comune $x+t$ alla data del trasferimento. Si aggiunga ancora che tali raggruppamenti vengono fatti, indipendentemente dal calcolo della provvigione, ai fini della valutazione delle riserve matematiche con metodo prospettivo ed è noto che sui fogli di calcolazione si trovano segnati d'ordinario oltre agli elementi necessari per il calcolo della riserva, anche i premi di tariffa dimodochè si viene a disporre di tutti i dati utili per i confronti indicati dalle (5) e (5'). Se si vuole ancora semplificare, si può introdurre per ogni anno di scadenza, un'età media degli assicurati, in ciascuna delle forme più numerose che costituiscono il portafoglio ceduto. È da notare infine, che se per ogni anno di scadenza si raggruppano insieme, per ciascuna forma, tanto i contratti a premio annuo quanto quelli a premio unico, il risultato della calcolazione di cui si è detto, viene a dipendere anche dall'ammontare delle riserve su questi ultimi contratti.

SULLA DETERMINAZIONE DEL TASSO D'INVESTIMENTO DI UN TITOLO

GUIDO SANTACROCE

1. — Di elementare importanza nella tecnica finanziaria è la questione seguente: determinare a quale saggio d'interesse si effettua l'investimento di una somma A per l'acquisto di un titolo di credito che rappresenti l'impegno da parte del mutuatario di corrispondere una rendita posticipata, temporanea per n periodi, di termine Cj , e di rimborsare il capitale C alla scadenza n .

Detto x il saggio d'investimento incognito, riferito, come il saggio nominale j , al periodo considerato, si ha l'equazione

$$(1) \quad \begin{aligned} A &= C(1+x)^{-n} + Cj \frac{1 - (1+x)^{-n}}{x} = \\ &= C(1+x)^{-n} + Cj a_{\overline{n}|x}. \end{aligned}$$

Per $x < 0$, A è funzione decrescente di x e poichè risulta per

$$\begin{array}{ll} x = 0 & A = C(1 + jn) \\ x = j & A = C \\ x \rightarrow \infty & \lim A = 0 \end{array}$$

s'inferisce che, per

$$0 < A \leq C(1 + jn),$$

la (1) ammette una ed una sola radice positiva, maggiore o minore di j secondo che si abbia $A \leq C$.

La risoluzione numerica della (1), che è di grado $n + 1$ in x (e si può abbassare al grado n) dovrà effettuarsi in generale con procedimenti di approssimazione. Nella presente nota mi propongo dedurre una formula che implica calcoli semplicissimi specie nei casi in cui sono utilizzabili le ordinarie tavole monetarie e consente di ottenere direttamente la radice cercata, con un grado di approssimazione pienamente rispondente alle esigenze pratiche.

2. — Se A^* designa il corso unitario A/C , segue dalla (1)

$$A^* = (1 + x)^{-n} + j a_{\overline{n}|x},$$

che si può scrivere

$$(2) \quad A^* = \sum_{t=1}^{t=n} p_t (1 + x)^{-t},$$

dove

$$p_1 = p_2 = \dots = p_{n-1} = j, \quad p_n = 1 + j.$$

Ponendo poi

$$x = j + h$$

ed osservando che si ha

$$1 + x = 1 + j + h = (1 + j)(1 + h v),$$

dove

$$v = (1 + j)^{-1},$$

la (2) diventa

$$(3) \quad A^* = \sum_{t=1}^{t=n} p_t v^t (1 + h v)^{-t}.$$

Ora, per $|h v| < 1$, cioè per $|h| < 1 + j$, vale lo sviluppo binomiale

$$(1 + h v)^{-t} = 1 - t (h v) + \frac{t(t+1)}{2} (h v)^2 - \dots$$

e quindi osservando che

$$\sum_{t=1}^{t=n} p_t v^t = 1,$$

si può rappresentare A^* mediante lo sviluppo in serie

$$A^* = 1 - h v \sum_{t=1}^{t=n} t p_t v^t + (h v)^2 \sum_{t=1}^{t=n} \frac{t(t+1)}{2} p_t v^t - \dots ,$$

che, introducendo le notazioni

$$(4) \quad \begin{aligned} S_1 &= \sum_{t=1}^{t=n} t p_t v^t \\ S_2 &= \sum_{t=1}^{t=n} \frac{t(t+1)}{2} p_t v^t \\ &\dots\dots\dots, \end{aligned}$$

assume l'aspetto seguente

$$A^* = 1 - S_1 h v + S_2 (h v)^2 - \dots\dots\dots,$$

da cui, indicando con θ un parametro arbitrario, si ha

$$(1 - A^*) \theta = S_1 h v \theta - S_2 h^2 v^2 \theta + \dots\dots\dots$$

e analogamente

$$(1 - A^*) h = S_1 h^2 v - S_2 h^3 v^2 + \dots\dots\dots$$

e quindi, sommando le due serie, si ottiene

$$(5) \quad (1 - A^*) (h + \theta) = S_1 h v \theta + (S_1 - S_2 v \theta) h^2 v - \dots\dots\dots$$

Ove si trascurino nella serie che figura al secondo membro i termini contenenti potenze di h d'ordine superiore al secondo e si usufruisca dell'arbitrarietà di θ , determinandola in guisa che

$$S_1 - S_2 v \theta = 0 ,$$

ossia assumendo

$$\theta = \frac{S_1}{S_2 v} ,$$

dalla (5) si deduce

$$(1 - A^*) \left(h + \frac{S_1}{S_2 v} \right) = \frac{S_1^2}{S_2} h ,$$

donde si raccoglie

$$(6) \quad h = \frac{1 + j}{\frac{S_1}{1 - A^*} - \frac{S_2}{S_1}} ,$$

si trasforma come segue

$$(8) \quad \sum_{t=1}^n t^2 p_t v^t = a_{\overline{n}|} + 2 (Ia)_{\overline{n-1}|}.$$

Ciò premesso, si può scrivere

$$S_2 = \sum_{t=1}^{t=n} \frac{1}{2} t (t + 1) p_t v^t = \frac{1}{2} \left(\sum_{t=1}^{t=n} t^2 p_t v^t + S_1 \right),$$

ovvero tenendo conto delle relazioni (7) e (8),

$$(9) \quad S_2 = a_{\overline{n}|} + (Ia)_{\overline{n-1}|} = (Ia)_{\overline{n}|},$$

ove $(Ia)_{\overline{n}|}$ denota il valor attuale di una rendita anticipata, i cui termini sono 1, 2, ..., n.

4. — In forza delle espressioni ricavate per S_1 e S_2 nel numero precedente, la formula definitiva per il calcolo di h si presenta sotto la forma

$$(10) \quad h = \frac{1 + j}{\frac{a_{\overline{n}|}}{1 - A^*} - \frac{(Ia)_{\overline{n}|}}{a_{\overline{n}|}}}$$

e pertanto si ottiene la seguente formula per la determinazione approssimata del tasso x

$$(11) \quad x = j + \frac{1 + j}{\frac{a_{\overline{n}|}}{1 - A^*} - \frac{(Ia)_{\overline{n}|}}{a_{\overline{n}|}}},$$

che si dimostra specialmente idonea al calcolo numerico, col sussidio delle tavole finanziarie.

Dell'efficienza di questa formula per quanto concerne l'approssimazione si può giudicare in base agli esempi raccolti nei quadri che seguono.

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{j} \left\{ a_{\overline{n}|} + 2 (va_{\overline{n-1}|} + v^2 a_{\overline{n-2}|} + \dots + v^{n-1} a_{\overline{1}|}) - \right. \\ &\quad \left. - 2 (n - 1 + n - 2 + \dots + 1) v^n - nv^n \right\} = \\ &= \frac{1}{j} \left\{ a_{\overline{n}|} + 2 \frac{a_{\overline{n-1}|} - (n - 1) v^{n-1}}{j} - n (n - 1) v^n - nv^n \right\} = \\ &= \frac{1}{j} \left\{ a_{\overline{n}|} + 2 (Ia)_{\overline{n-1}|} - n^2 v^n \right\} \end{aligned}$$

TAV. 1

| $A^* = A/C$ | j Saggio nominale | n Durata | x Saggio di rendimento calcolato | Saggio di rendimento esatto |
|-------------|------------------------|---------------|--|-----------------------------------|
| 1,09222184 | 0,025 | 10 | 0,015007 | 0,015 |
| 1,13343233 | | 15 | 0,015015 | |
| 1,17168639 | | 20 | 0,015025 | |
| 1,20719611 | | 25 | 0,015036 | |
| 1,24015838 | | 30 | 0,015048 | |
| 1,27075595 | | 35 | 0,015066 | |
| 1,29915845 | | 40 | 0,015075 | |
| 1,04491293 | 0,025 | 10 | 0,020001 | 0,02 |
| 1,06424632 | | 15 | 0,020002 | |
| 1,08175716 | | 20 | 0,020003 | |
| 1,09761728 | | 25 | 0,020004 | |
| 1,11198228 | | 30 | 0,020006 | |
| 1,12499309 | | 35 | 0,020008 | |
| 1,13677740 | | 40 | 0,020009 | |
| 0,95734898 | 0,025 | 10 | 0,029999 | 0,03 |
| 0,94031033 | | 15 | 0,029998 | |
| 0,92561262 | | 20 | 0,029997 | |
| 0,91293426 | | 25 | 0,029996 | |
| 0,90199776 | | 30 | 0,029994 | |
| 0,89256390 | | 35 | 0,029993 | |
| 0,88442614 | | 40 | 0,029991 | |
| 0,91683394 | 0,025 | 10 | 0,034993 | 0,035 |
| 0,88482589 | | 15 | 0,034986 | |
| 0,85787596 | | 20 | 0,034976 | |
| 0,83518485 | | 25 | 0,034965 | |
| 0,81607955 | | 30 | 0,034953 | |
| 0,79999339 | | 35 | 0,034942 | |
| 0,78644928 | | 40 | 0,034930 | |
| 0,87833657 | 0,025 | 10 | 0,039977 | 0,04 |
| 0,83322419 | | 15 | 0,039951 | |
| 0,79614511 | | 20 | 0,039920 | |
| 0,76566880 | | 25 | 0,039884 | |
| 0,74061950 | | 30 | 0,039846 | |
| 0,72003080 | | 35 | 0,039807 | |
| 0,70310839 | | 40 | 0,039769 | |
| 0,84174563 | 0,025 | 10 | 0,044946 | 0,045 |
| 0,78520908 | | 15 | 0,044886 | |
| 0,73984127 | | 20 | 0,044811 | |
| 0,70343582 | | 25 | 0,044729 | |
| 0,67422223 | | 30 | 0,044641 | |
| 0,65077975 | | 35 | 0,044553 | |
| 0,63196831 | | 40 | 0,044468 | |

TAV. 2

| $A^* = A/C$ | j Saggio nominale | n Durata | x Saggio di rendimento calcolato | Saggio di rendimento esatto |
|-------------|------------------------|---------------|--|-----------------------------------|
| 1,08110896 | 0,05 | 10 | 0,040006 | 0,04 |
| 1,11118387 | | 15 | 0,040012 | |
| 1,13590327 | | 20 | 0,040018 | |
| 1,15622080 | | 25 | 0,040024 | |
| 1,17292034 | | 30 | 0,040030 | |
| 1,18164613 | | 35 | 0,040035 | |
| 1,19792774 | | 40 | 0,040039 | |
| 1,03956359 | 0,05 | 10 | 0,045001 | 0,045 |
| 1,05369773 | | 15 | 0,045001 | |
| 1,06503968 | | 20 | 0,045002 | |
| 1,07414105 | | 25 | 0,045003 | |
| 1,08144445 | | 30 | 0,045004 | |
| 1,08730506 | | 35 | 0,045004 | |
| 1,09200792 | | 40 | 0,045005 | |
| 0,96231187 | 0,05 | 10 | 0,054999 | 0,055 |
| 0,94981210 | | 15 | 0,054999 | |
| 0,94024808 | | 20 | 0,054998 | |
| 0,93293033 | | 25 | 0,054997 | |
| 0,92733128 | | 30 | 0,054996 | |
| 0,92304724 | | 35 | 0,054996 | |
| 0,91976937 | | 40 | 0,054996 | |
| 0,92639913 | 0,05 | 10 | 0,059994 | 0,06 |
| 0,90287751 | | 15 | 0,059989 | |
| 0,88530079 | | 20 | 0,059983 | |
| 0,87216644 | | 25 | 0,059977 | |
| 0,86235169 | | 30 | 0,059972 | |
| 0,85501754 | | 35 | 0,059968 | |
| 0,84953703 | | 40 | 0,059965 | |
| 0,89216755 | 0,05 | 10 | 0,064981 | 0,065 |
| 0,85895996 | | 15 | 0,064962 | |
| 0,83472239 | | 20 | 0,064942 | |
| 0,81703185 | | 25 | 0,064924 | |
| 0,80411987 | | 30 | 0,064908 | |
| 0,79469565 | | 35 | 0,064895 | |
| 0,78781709 | | 40 | 0,064886 | |
| 0,85952837 | 0,05 | 10 | 0,069955 | 0,07 |
| 0,81784172 | | 15 | 0,069911 | |
| 0,78812613 | | 20 | 0,069865 | |
| 0,76692834 | | 25 | 0,069822 | |
| 0,75181918 | | 30 | 0,069786 | |
| 0,74104656 | | 35 | 0,069758 | |
| 0,73336582 | | 40 | 0,069739 | |



Corporate Heritage
& Historical Archive

GUADAGNI E PERDITE NELLE ASSICURAZIONI DI RESPONSABILITÀ DERIVANTI DALLE FLUTTUAZIONI DEL VALORE DELLA MONETA

RAFFAELE D'ADDARIO

1. — Consideriamo in una certa unità di tempo, per esempio l'anno, una collettività di N rischi di responsabilità civile, *uguali, omogenei ed indipendenti*.

Indichiamo con m il *massimale di garanzia*; con n il *numero dei sinistri*, cioè quegli eventi che abbiano dato luogo nell'anno ad un risarcimento di danni sino alla concorrenza, bene inteso, di un importo, per ogni sinistro, non maggiore del massimale di garanzia m ; con x , variabile nel campo $(0, \infty)$, l'*importo dei danni causati da ogni sinistro*; con $\varphi(x)dx$ il *numero dei sinistri il cui importo dei danni da ognuno d'essi causati sia compreso tra x ed $x + dx$* .

Indicando ancora con $s(m)$ l'*importo complessivo dei risarcimenti* e con $a(m)$ l'*importo medio dei risarcimenti*, cui nell'anno gli n sinistri hanno dato luogo, per le posizioni fatte avremo

$$[1] \quad s(m) = \int_0^m x\varphi(x)dx + m \int_m^\infty \varphi(x)dx \quad ;$$

$$[2] \quad a(m) = \frac{1}{n} \left[\int_0^m x\varphi(x)dx + m \int_m^\infty \varphi(x)dx \right] .$$

Infine, indicando con $P(m)$ il *premio annuale per unità di rischio*, sarà

$$[3] \quad P(m) = \frac{1}{N} \left[\int_0^m x\varphi(x)dx + m \int_m^\infty \varphi(x)dx \right],$$

ovvero, per la [2],

$$[4] \quad P(m) = \frac{n}{N} a(m) .$$

Tale premio, evidentemente, varia col variare del massimale di garanzia e propriamente, com'è facile dimostrare, cresce col crescere di m .

In particolare, indicando con A l'*importo medio dei danni* causati nell'anno dagli n sinistri, cioè

$$[5] \quad A = \frac{1}{n} \int_0^\infty x\varphi(x)dx ,$$

e con P il premio annuale per unità di rischio e per un massimale di garanzia illimitato, per la [4] si ricava

$$[6] \quad P = \frac{n}{N} A .$$

La [2] e la [5] mettono in evidenza la differenza sostanziale che passa tra l'*importo medio dei risarcimenti* e l'*importo medio dei danni*. Cioè, mentre il secondo è indipendente dalle condizioni contrattuali, il primo dipende proprio da tali condizioni ed in particolare dall'altezza del massimale di garanzia. Spesso, invece, è usata la dizione di *costo medio dei sinistri* per indicare indifferentemente l'uno e l'altro concetto, generando, di conseguenza, confusioni ed errori.

I due concetti si confondono e si equivalgono nel solo caso particolare in cui il massimale di garanzia è illimitato, in quanto

$$\lim_{m \rightarrow \infty} a(m) = A ,$$

mentre in tutti gli altri casi, per $0 < m < \infty$, è sempre

$$a(m) < A .$$

2. — È bene sottolineare, prima di passare oltre, che con n abbiamo indicato il *numero dei sinistri* e cioè il numero degli eventi che nell'anno abbiano dato luogo ad un risarcimento di danni.

Da ciò deriva che il rapporto $\frac{n}{N}$ sta ad indicare il *numero medio dei sinistri* avvenuti nell'anno imputabili ad ogni rischio assicurato.

Indicando con v il *numero dei rischi sinistrati*, cioè i rischi che hanno provocato gli n sinistri, e considerando che quello in esame è un *fenomeno ripetibile*, in quanto ogni rischio assicurato può provocare nell'anno uno o più sinistri, ne deriva che $v \leq n$, l'eguaglianza valendo nel caso particolare in cui ogni rischio sinistrato abbia provocato un solo sinistro.

Il rapporto $\frac{v}{N}$ sta a rappresentare, di conseguenza, la *frequenza dei rischi sinistrati*, cioè la *frequenza o probabilità statistica che un rischio assicurato provochi nell'anno almeno un sinistro*; mentre il rapporto $\frac{n}{N}$ sta a rappresentare, come si è detto, il *numero medio dei sinistri avvenuti nell'anno imputabili ad ogni rischio assicurato*.

Indicando con α il *numero medio dei sinistri imputabili ad ogni rischio sinistrato*, cioè

$$[7] \quad \alpha = \frac{n}{v},$$

sarà

$$[8] \quad \frac{v}{N} \alpha = \frac{n}{N},$$

in cui: $\alpha = 1$ per i *fenomeni non ripetibili*, ed $\alpha \geq 1$ per i *fenomeni ripetibili*. Da questo segue immediatamente che $\frac{n}{N} = \frac{v}{N}$ per i *fenomeni non ripetibili* ed $\frac{n}{N} \geq \frac{v}{N}$ per i *fenomeni ripetibili*.

Per i fenomeni ripetibili, dunque, i due rapporti $\frac{n}{N}$ e $\frac{v}{N}$ esprimono concetti profondamente diversi. Tale differenza, nel caso in esame delle assicurazioni di responsabilità, i cui sinistri costituiscono un fenomeno ripetibile, non solo non è stata mai avvertita, ma è stato erroneamente assunto il rapporto $\frac{n}{N}$ come probabilità statistica del fenomeno.

Il premio annuale per unità di rischio, per la [4] e la [8], sarà quindi dato anche da

$$[9] \quad P = \frac{v}{N} \alpha a(m),$$

cioè, dal prodotto dei tre fattori: probabilità che un rischio assicurato provochi nell'anno almeno un sinistro, numero medio dei sinistri imputabili ad ogni rischio sinistrato, risarcimento medio per sinistro.

L'espressione del premio sotto la forma [9], che qui diamo *esplicitamente* per la prima volta, ci sembra assolutamente nuova non solo, ma è atta a porre immediatamente in evidenza un errore concettuale molto diffuso nella letteratura internazionale, in cui, come s'è detto, si assume il rapporto $\frac{n}{N}$ come probabilità di un fenomeno ripetibile qual'è quello dei sinistri di responsabilità.

In conclusione, sostituendo nella [9] ad $a(m)$ la sua espressione data dalla [2], il premio annuale per unità di rischio può essere posto sotto la forma

$$[10] \quad P = \frac{v}{N} \alpha \frac{\int_0^m x\varphi(x)dx + m \int_m^\infty \varphi(x)dx}{n},$$

ovvero, poichè

$$[11] \quad \int_0^m dx \int_x^\infty \varphi(x)dx = \int_0^m x\varphi(x)dx + m \int_m^\infty \varphi(x)dx,$$

sarà anche

$$[12] \quad P = \frac{v}{N} \alpha \frac{\int_0^m dx \int_x^\infty \varphi(x) dx}{n} .$$

Osservando l'espressione analitica del premio, si nota immediatamente che la determinazione razionale del premio e la risoluzione di tutti i problemi connessi richiedono la conoscenza della funzione $\varphi(x)$.

Noi abbiamo risolto da tempo questa questione preliminare e successivamente, facendo leva sui risultati già acquisiti, abbiamo dato l'espressione analitica di $P(m)$, cioè l'equazione del premio annuale per unità di rischio in funzione del massimale di garanzia m . Non è il caso, quindi, di ripetere il già detto e perciò passiamo alla risoluzione del problema oggetto di questa rapidissima nota.

3. — Immaginiamo che, dall'epoca t_0 , in cui furono calcolati i premi, ad un'epoca successiva t , siano avvenute delle variazioni nel potere d'acquisto della moneta e proponiamoci di studiare la variazione corrispondente del premio annuale relativo ad *uno stesso massimale nominale* m nelle ipotesi che :

1^a) *il numero medio dei sinistri imputabili ad ogni rischio assicurato, cioè $\frac{n}{N}$, sia eguale alle due epoche ;*

2^a) *la ripartizione dei sinistri secondo la gravità dei danni da ognuno d'essi causati sia la stessa alle due epoche.*

Quello postoci equivale, nella sostanza, al problema della determinazione degli utili o delle perdite (derivanti da variazioni nel potere d'acquisto della moneta) in un esercizio t , successivo all'esercizio t_0 in cui furono assunti, per un periodo poliennale, un certo numero di rischi ad un premio annuale *nominalmente* costante (determinato, perciò, sulla base delle condizioni economiche dell'epoca di assunzione e cioè sulla base delle valutazioni monetarie dei danni all'epoca di assunzione).

Osserviamo anzitutto che, indicando con x e con z la valutazione monetaria di un danno della stessa gravità all'epoca t_0 e rispettivamente all'epoca t , e con σ l'indice unitario della variazione dei prezzi dall'epoca t_0 all'epoca t , sarà in media

$$[13] \quad z = \sigma x .$$

Conservando tutte le notazioni precedenti e ponendo :

$$[14] \quad \left\{ \begin{array}{l} a(m) = \text{importo medio dei risarcimenti all'epoca } t_0 ; \\ \bar{a}(m) = \text{importo medio dei risarcimenti all'epoca } t ; \\ P(m) = \text{premio annuale all'epoca } t_0 ; \\ \bar{P}(m) = \text{premio annuale all'epoca } t , \end{array} \right.$$

avremo -

$$[15] \quad P(m) = \frac{n}{N} a(m) ;$$

$$[16] \quad \bar{P}(m) = \frac{n}{N} \bar{a}(m) ,$$

da cui si vede immediatamente che, essendo $\frac{n}{N}$ eguale per ipotesi alle due epoche, la variazione del premio, da un'epoca all'altra, dipende dalla variazione che nello stesso periodo di tempo subisce l'importo medio dei risarcimenti. Passiamo, quindi, allo studio di questa variazione.

4. — Indicando con $\varphi(x)dx$ il numero dei sinistri all'epoca t_0 il cui importo dei danni da ognuno d'essi causati sia compreso tra x ed $x + dx$ e con $g(z)dz$ il numero dei sinistri all'epoca t il cui importo dei danni da ognuno d'essi causati sia compreso tra z e $z + dz$, per la [2] e per le posizioni [14] avremo :

$$[17] \quad a(m) = \frac{1}{n} \left[\int_0^m x \varphi(x) dx + m \int_m^\infty \varphi(x) dx \right] ;$$

$$[18] \quad \bar{a}(m) = \frac{1}{n} \left[\int_0^m z g(z) dz + m \int_m^\infty g(z) dz \right] .$$

Ora, se la ripartizione dei sinistri secondo la gravità dei danni da ognuno d'essi causati è, come si è ammesso, la stessa alle due epoche, dovrà essere

$$[19] \quad \int_0^z g(z) dz = \int_0^{\frac{z}{\sigma}} \varphi(x) dx ,$$

cioè, il numero dei sinistri la cui valutazione monetaria all'epoca t dei danni da ognuno d'essi causati non supera un certo valore di z è uguale al numero dei sinistri la cui valutazione monetaria all'epoca t_0 dei danni da ognuno d'essi causati non supera quel valore di z diviso per l'indice unitario della variazione dei prezzi da un'epoca all'altra, in quanto il valore di x corrispondente ad un determinato valore di z è dato, per la [13], da

$$[20] \quad x = \frac{z}{\sigma} .$$

Derivando ambo i membri della [19] rispetto a z , abbiamo

$$[21] \quad g(z) = \frac{1}{\sigma} \varphi\left(\frac{z}{\sigma}\right) ,$$

per cui, sostituendo nella [18], abbiamo

$$[22] \quad \bar{a}(m) = \frac{1}{n} \left[\int_0^m \frac{z}{\sigma} \varphi\left(\frac{z}{\sigma}\right) dz + m \int_m^\infty \frac{1}{\sigma} \varphi\left(\frac{z}{\sigma}\right) dz \right] ,$$

ovvero, operando la sostituzione

$$x = \frac{z}{\sigma} ,$$

avremo ancora

$$[23] \quad \bar{a}(m) = \frac{1}{n} \left[\sigma \int_0^{\frac{m}{\sigma}} x \varphi(x) dx + m \int_{\frac{m}{\sigma}}^\infty \varphi(x) dx \right]$$

$$= \sigma \frac{1}{n} \left[\int_0^{\frac{m}{\sigma}} x\varphi(x)dx + \frac{m}{\sigma} \int_{\frac{m}{\sigma}}^{\infty} \varphi(x)dx \right] ,$$

ovvero, per le posizioni [14],

$$[24] \quad \bar{a}(m) = \sigma a\left(\frac{m}{\sigma}\right) ,$$

cioè, l'importo medio dei risarcimenti all'epoca t , relativo a rischi assicurati per un massimale m , è uguale al prodotto dell'indice unitario σ della variazione dei prezzi dall'epoca t_0 all'epoca t per l'importo medio dei risarcimenti all'epoca t_0 relativo a rischi assicurati per un massimale uguale ad $\frac{m}{\sigma}$.

È poi

$$[25] \quad \lim_{m \rightarrow \infty} \bar{a}(m) = \sigma \lim_{m \rightarrow \infty} a\left(\frac{m}{\sigma}\right) ,$$

ovvero, indicando con \bar{A} e con A l'importo medio dei danni causati da ogni sinistro all'epoca t e rispettivamente all'epoca t_0 , sarà ancora

$$[26] \quad \bar{A} = \sigma A ,$$

in quanto, come precedentemente s'è detto, quando il massimale di garanzia è illimitato l'importo medio dei risarcimenti coincide con l'importo medio dei danni.

Dalla [26] appare, dunque, che solo quando il massimale di garanzia è illimitato l'importo medio dei risarcimenti all'epoca t è uguale al prodotto dell'importo medio dei risarcimenti all'epoca t_0 per l'indice unitario della variazione dei prezzi da un'epoca all'altra, mentre in tutti gli altri casi, per $0 < m < \infty$, vale la [24]. E ciò è evidente, in quanto quando il massimale è illimitato i danni causati da ogni sinistro, qualunque sia il loro ammontare, sono integralmente risarciti e per cui, ammesso, come noi abbiamo ammesso, che la ripartizione dei sinistri secondo la gravità dei danni da ognuno d'essi causati sia la stessa

alle due epoche, ne deriva che l'assicuratore fa fronte ai suoi impegni all'epoca t con una somma pari a σ volte la somma necessaria all'epoca t_0 e quindi l'importo medio dei risarcimenti all'epoca t risulta uguale a σ volte l'importo medio dei risarcimenti all'epoca t_0 .

5. — Passando al premio, per la [16] e la [24], avremo

$$[27] \quad \bar{P}(m) = \frac{n}{N} \sigma a \left(\frac{m}{\sigma} \right) ,$$

ovvero

$$[28] \quad \bar{P}(m) = \sigma P \left(\frac{m}{\sigma} \right) ,$$

cioè, nelle ipotesi formulate, il premio annuale al tempo t per un massimale di garanzia m è uguale al prodotto dell'indice unitario σ della variazione dei prezzi dall'epoca t_0 (in cui furono calcolati i premi o assunti i rischi) all'epoca t per il premio annuale al tempo t_0 relativo ad un massimale di garanzia uguale ad $\frac{m}{\sigma}$.

In particolare, il premio \bar{P} per un massimale di garanzia illimitato sarà dato, per la [28], da

$$[29] \quad \bar{P} = \sigma P ,$$

essendo P il premio per un massimale di garanzia illimitato all'epoca t_0 . Dunque, solo nel caso di un massimale di garanzia illimitato, il rapporto tra i due premi è uguale all'indice unitario della variazione dei prezzi da un'epoca all'altra. In tutti gli altri casi, e cioè per $0 < m < \infty$, vale la [28].

Consideriamo, ora, la differenza

$$[30] \quad d(m, \sigma) = \bar{P}(m) - P(m) ,$$

ovvero, per le posizioni [14],

$$[31] \quad d(m, \sigma) = \frac{n}{N} \left[\bar{a}(m) - a(m) \right] ,$$

ossia, per la [27],

$$[32] \quad d(m, \sigma) = \frac{n}{N} \left[\sigma a\left(\frac{m}{\sigma}\right) - a(m) \right],$$

ovvero ancora, per la [17] e la [23],

$$[33] \quad d(m, \sigma) = \frac{1}{N} \left[(\sigma - 1) \int_0^{\frac{m}{\sigma}} x \varphi(x) dx + \int_{\frac{m}{\sigma}}^m (m - x) \varphi(x) dx \right],$$

da cui si vede, anzitutto, che la differenza $d(m, \sigma)$ è positiva, nulla o negativa, a seconda che σ sia rispettivamente maggiore, uguale o minore dell'unità, a seconda, cioè, che il potere di acquisto della moneta sia rispettivamente diminuito, rimasto costante od aumentato.

Da tutto questo segue che, se al tempo t_0 l'assicuratore ha assunto un certo numero di rischi per un periodo poliennale ed al premio annuale $P(m)$, determinato naturalmente sulla base delle valutazioni monetarie dei danni all'epoca di assunzione, in un'epoca successiva t , *ferme rimanendo le condizioni contrattuali* e nelle ipotesi sopra formulate, conseguirà un utile o una perdita di congiuntura a seconda che nel frattempo il potere d'acquisto della moneta sia rispettivamente aumentato o diminuito, utile medio o perdita media per unità di rischio dati dalla [33].

Derivando la [33] rispetto a σ , abbiamo

$$[34] \quad \frac{\partial}{\partial \sigma} d(m, \sigma) = \frac{1}{N} \int_0^{\frac{m}{\sigma}} x \varphi(x) dx > 0,$$

cioè, l'utile medio o la perdita media dell'assicuratore, per unità di rischio ed a parità di massimale, sarà tanto più grande quanto maggiore, nel frattempo, sarà stato l'apprezzamento e rispettivamente il deprezzamento monetario.

Analogamente, derivando la [33] rispetto ad m , abbiamo

$$[35] \quad \frac{\partial}{\partial m} d(m, \sigma) = \frac{1}{N} \int_{\frac{m}{\sigma}}^m \varphi(x) dx \quad ,$$

da cui si vede che la differenza $d(m, \sigma)$, fermo restando σ , cresce o decresce col crescere del massimale di garanzia a seconda che σ sia rispettivamente maggiore o minore dell'unità. Cioè, l'utile medio o la perdita media dell'assicuratore, per unità di rischio ed a parità di σ , sarà tanto più grande quanto più alto è il massimale di garanzia.

6. — La [32], ovvero la [33], ci dà, come si è visto, il guadagno medio o la perdita media per unità di rischio, derivante dalle fluttuazioni del valore della moneta, al tempo t , successivo al tempo t_0 in cui fu assunto il rischio, nelle ipotesi che:

1^a) *il numero medio dei sinistri imputabili ad ogni rischio assicurato sia uguale alle due epoche;*

2^a) *la ripartizione dei sinistri secondo la gravità dei danni da ognuno d'essi causati sia la stessa alle due epoche.*

Ora, sino a qual punto queste ipotesi possono ritenersi più o meno aderenti alla realtà?

La risposta, ovviamente, non può essere fornita che dall'esperienza ed il materiale statistico atto allo scopo per ora manca assolutamente o è insufficiente ed embrionale.

È questo, pertanto, un argomento di studio che merita una urgente ed accurata indagine.

Che una correlazione, infatti, per i rischi di responsabilità civile automobili, che costituiscono il grosso del portafoglio rischi di responsabilità, tra numero e gravità dei sinistri da una parte e fluttuazioni del valore della moneta dall'altra debba sussistere, è evidente, in quanto tali fluttuazioni, essendo espressione del movimento economico complessivo, rappresentano anche un indice di un maggiore o minore uso di automezzi e

quindi di una maggiore o minore probabilità di sinistri e di una diversa gravità dei sinistri stessi.

Da questa naturale presunzione segue la necessità di indagare, quindi, il senso e l'intensità di tale correlazione e soprattutto le conseguenti perturbazioni sugli elementi costitutivi del premio, che sono appunto il numero medio dei sinistri imputabili ad ogni rischio assicurato e la ripartizione dei sinistri stessi secondo la gravità dei danni da ognuno d'essi causati.

Alle osservazioni fatte, bisogna tuttavia aggiungerne immediatamente un'altra. Noi, cioè, per determinare gli utili o le perdite al tempo t , derivanti dalle fluttuazioni del valore della moneta, abbiamo considerato l'indice della variazione dei prezzi dall'epoca t_0 all'epoca t , ammettendo così implicitamente che i sinistri verificatisi nell'esercizio t siano *tutti* liquidati nello stesso esercizio. Ora, anche questa ipotesi è lontana dalla realtà, in quanto tali sinistri, come statisticamente è stato accertato, sono liquidati tutti nel giro di otto anni in media, in un periodo di tempo, cioè, in cui il movimento iniziale dei prezzi può anche invertirsi e per conseguenza le valutazioni iniziali dei sinistri in riserva possono risentire l'influenza del movimento effettivo dei prezzi.

Per l'esatta valutazione degli utili e delle perdite di congiuntura, dunque, bisognerà tener conto non solo delle eventuali perturbazioni ed alterazioni degli elementi costitutivi del premio, ma ben anche della lunghezza del *ciclo vitale* della *generazione sinistri* in esame, ciclo durante il quale opera, fra le altre, quella particolare forza di inerzia rappresentata dalla cosiddetta *illusione monetaria*, di cui sarebbe interessante studiarne l'influenza sulla effettiva valutazione monetaria dei danni.

Le ipotesi da noi assunte, in conclusione, sono, per necessità di cose, semplificatrici e non completamente aderenti alla realtà e perciò i risultati dovranno essere prudentemente interpretati al lume delle osservazioni fatte.

Giunti a questo punto, è opportuno chiedersi se sia praticamente possibile stipulare contratti di assicurazioni di responsabilità indipendenti dalle fluttuazioni del valore della moneta e

come guadagni o perdite si ripartiscano tra assicuratore diretto e riassicuratore a seconda della forma particolare di cessione.

Ora, pur riservandoci di trattare tali questioni in altra sede, dalle osservazioni fatte poc'anzi ne deriva che esse potranno essere convenientemente risolte solo quando saremo completamente illuminati sulla più o meno stretta aderenza alla realtà delle ipotesi assunte a base della nostra analisi.

Ammettendo, comunque, come valide in prima approssimazione quelle ipotesi e circondando le conclusioni delle necessarie cautele, occorre ancora chiarire e specificare bene il senso ed il contenuto di un contratto indipendente dalle fluttuazioni del valore della moneta. Che cosa, infatti, dobbiamo intendere per tale ?



Corporate Heritage
& Historical Archive

GLI UTILI D'INTERESSE E DI MORTALITÀ E LA LORO INTERDIPENDENZA

PACIFICO MAZZONI

1. — Da poco tempo è stata sollevata dal PAGLINO la questione dell'interdipendenza tra utili d'interesse e utili di mortalità di una Compagnia di assicurazioni sulla vita (1). In questo lavoro ci proponiamo di chiarire e approfondire la questione, dimostrando che essa può avere una risposta piuttosto che un'altra, secondo la definizione che si dà dei due utili; vi sono, insomma, elementi convenzionali che possono dar un orientamento piuttosto che un altro al problema.

Dimostreremo che è possibile stabilire un'opportuna definizione dei detti utili, in modo che essi risultino sempre *indipendenti* tra loro, come anche si può far in modo che essi risultino sempre tra loro *dipendenti*. E se poi, aggiungiamo, si tiene conto del fatto che le basi tecniche da cui si parte (tasso d'interesse e tavola di mortalità) sono sempre, in fondo, qualche cosa di arbitrario e convenzionale, allora si deve concludere che i due suddetti utili possono ritenersi, in un certo senso, sempre

(1) Vedasi l'interessante articolo di F. PAGLINO: *Interdipendenza tra utili di mortalità e utili d'interesse* (negli *Atti dell'Istituto Nazionale delle Assicurazioni*, Vol. XI, 1939-XVII), nel quale l'Autore dimostra che nelle assicurazioni continue i due utili risultano tra loro interdipendenti, nel senso che l'utile globale viene scisso in un primo termine, che l'A. chiama parte principale dell'utile d'interesse, un secondo termine, che chiama parte principale dell'utile di mortalità, ed un terzo termine, che chiama *utile congiunto* d'interesse e di mortalità, sul quale influiscono insieme l'andamento dell'interesse e quello della mortalità.

dipendenti tra loro, anche nei casi schematici considerati dalla teoria.

2. — Ci spieghiamo subito con un esempio. Consideriamo, per semplicità, l'assicurazione unitaria in caso di morte a premio unico e supponiamo che i sinistri siano pagabili alla fine dei relativi esercizi. Se chiamiamo ${}_{t-1}V_x$ la riserva matematica di una polizza al principio del t .mo anno assicurativo e ${}_tV_x$ la riserva alla fine, allora la riserva complessiva al principio del t .mo anno, per una massa iniziale di l_{x+t-1} assicurati, è

$${}_{t-1}V_x \cdot l_{x+t-1}.$$

Questa somma, insieme con gl'interessi calcolati al tasso tecnico i , diventa, alla fine dell'anno:

$${}_{t-1}V_x \cdot l_{x+t-1} (1 + i).$$

Sottraendo da questa quantità la somma d_{x+t-1} che l'assicuratore pagherà alla fine dell'anno per i sinistri verificatisi, si avrà la riserva complessiva alla fine dell'anno, ossia la quantità ${}_tV_x \cdot l_{x+t}$. Ha così luogo la notissima relazione (del FOURET):

$$[1] \quad {}_{t-1}V_x \cdot l_{x+t-1} (1 + i) - d_{x+t-1} = {}_tV_x \cdot l_{x+t}.$$

Ora, se chiamiamo i' il tasso reale d'interesse, d'_{x+t-1} il numero reale dei sinistri nell'anno e l'_{x+t} il numero reale dei sopravvissuti alla fine dell'anno medesimo, abbiamo la relazione:

$$[2] \quad {}_{t-1}V_x \cdot l_{x+t-1} (1 + i') - d'_{x+t-1} = {}_tV_x \cdot l'_{x+t} + B_t,$$

in cui B_t rappresenta l'utile globale dell'esercizio per la classe di polizze considerata. Sottraendo a membro a membro la [1] dalla [2], risulta:

$$B_t = {}_{t-1}V_x \cdot l_{x+t-1} (i' - i) + (d_{x+t-1} - d'_{x+t-1}) - {}_tV_x (l'_{x+t} - l_{x+t}),$$

da cui, tenendo presente che si ha:

$$d_{x+t-1} - d'_{x+t-1} = l'_{x+t} - l_{x+t}, \quad (2)$$

(2) Ricordiamo che è

$$d_{x+t-1} = l_{x+t-1} - l_{x+t},$$

$$d'_{x+t-1} = l'_{x+t-1} - l'_{x+t}.$$

risulta:

$$[3] \quad B_t = {}_{t-1}V_x \cdot l_{x+t-1} (i' - i) + (d_{x+t-1} - d'_{x+t-1}) (1 - {}_tV_x).$$

In questa formola viene spontanea l'idea di chiamare il primo termine

$${}_{t-1}V_x \cdot l_{x+t-1} (i' - i)$$

utile d'interesse e il termine rimanente utile di mortalità; la somma di questi due utili ridà l'utile globale B_t . In questo caso l'utile d'interesse è dato da ciò che risulta quando si supponga che non vi sia scarto di mortalità, e l'utile di mortalità è ciò che risulta quando sia $i' = i$, e i due detti utili sono manifestamente tra loro *indipendenti*.

Ma una prima difficoltà sorge quando, invece dell'utile globale, si vuol considerare l'utile individuale, cioè quello per ogni polizza. Per utile individuale si dovrà intendere l'utile *medio*, il quale si otterrà dividendo B_t per il numero degli assicurati. Ma quale numero si dovrà prendere, quello degli assicurati viventi al principio dell'anno o quello dei viventi alla fine? La maggioranza degli Attuari divide B_t per l'_{x+t} , cioè per il numero dei sopravviventi *alla fine* dell'anno assicurativo considerato; ma qualcuno, tra cui appunto il PAGLINO, divide invece B_t per l_{x+t-1} , cioè per il numero dei viventi iniziali. In questo ultimo caso, l'utile medio è

$$[4] \quad {}_{t-1}V_x (i' - i) + (q_{x+t-1} - q'_{x+t-1}) (1 - {}_tV_x),$$

che possiamo scrivere, chiamando brevemente Δi la differenza $i' - i$ e ∇q la differenza $q - q'$:

$$[4'] \quad {}_{t-1}V_x \cdot \Delta i + (1 - {}_tV_x) \cdot \Delta q.$$

Anche in questo caso si chiamerà senz'altro utile individuale d'interesse il primo termine ${}_{t-1}V_x \cdot \Delta i$, e utile individuale di mortalità il secondo termine $(1 - {}_tV_x) \Delta q$. Questi due utili risultano ancora tra loro *indipendenti* e la loro somma ridà l'utile complessivo della polizza.

Ma se si considera invece il primo caso, cioè se si divide

B_t per il numero l'_{x+t} dei viventi alla fine dell'esercizio, si ottiene allora, per l'utile della polizza, l'espressione :

$$[5] \quad u' = {}_{t-1}V_x \frac{l_{x+t-1}}{l'_{x+t}} (i' - i) + \frac{d_{x+t-1} - d'_{x+t-1}}{l'_{x+t}} (1 - {}_tV_x),$$

che si può scrivere, evidentemente, tenendo presente che $p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$:

$$[5'] \quad u' = \frac{{}_{t-1}V_x}{p'_{x+t-1}} \Delta i + \frac{(1 - {}_tV_x)}{p'_{x+t-1}} \Delta q;$$

ossia, tenendo ancora presente che $p' = p + \Delta q$ (a causa della relazione $p + q = 1$:

$$[6] \quad u' = \frac{{}_{t-1}V_x}{p + \Delta q} \Delta i + \frac{(1 - {}_tV_x)}{p + \Delta q} \Delta q,$$

avendo posto, per brevità: $p = p_{x+t-1}$. Questa formola, come abbiamo detto, è appunto quella che ordinariamente viene assunta come espressione dell'utile individuale. Anche in questo caso, di solito, viene chiamato senz'altro utile u_2 d'interesse il primo termine e utile u_1 di mortalità il secondo termine. Seguendo tale definizione, i due utili sarebbero ancora tra loro *indipendenti*, poichè la loro somma $u_1 + u_2$ ridà precisamente l'utile globale u' della polizza.

Ma si può pensare, invece, di chiamare *utile u_2 d'interesse la quantità che si ottiene dalla [6] quando sia $\Delta q = 0$, e utile u_1 di mortalità quella che si ottiene quando sia $\Delta i = 0$* . Secondo quest'ultima definizione, u_2 è dato dalla quantità

$$u_2 = \frac{{}_{t-1}V_x}{p_{x+t-1}} \Delta i,$$

e u_1 è dato dalla quantità

$$u_1 = \frac{(1 - {}_tV_x)}{p + \Delta q} \cdot \Delta q.$$

La somma $u_1 + u_2$ non ridà più l'espressione [6], la quale

allora va scissa, come si vede subito, nella somma dei seguenti tre termini:

$$\begin{aligned}
 [6'] \quad u' &= u_1 + u_2 + {}_{t-1}V_x \cdot \Delta i \left(\frac{1}{p + \Delta q} - \frac{1}{p} \right) = \\
 &= u_1 + u_2 - {}_{t-1}V_x \frac{\Delta i \Delta q}{p(p + \Delta q)},
 \end{aligned}$$

(avendo posto, per brevità: $p = p_{x+t-1}$). Si osserva che *il terzo termine è appunto un utile congiunto di mortalità e d'interesse, nel senso del PAGLINO; questi due utili risultano dunque, in questo caso, tra loro dipendenti.*

In conclusione, mentre, secondo la definizione precedente, che è quella usuale, i due utili sono tra loro indipendenti, secondo quest'ultima definizione essi sono dipendenti. Risulta dimostrato, da queste semplici considerazioni, che l'indipendenza dei due utili di mortalità e d'interesse può sussistere, oppure no, secondo le convenzioni che si pongono intorno alla definizione di questi utili.

3. — Consideriamo ancora un altro esempio. Supponiamo che il pagamento dei sinistri avvenga alla fine di ogni semestre, e, per semplicità, supponiamo che gl'interessi siano semplici nel corso dell'anno e che il numero dei decessi nel primo semestre sia uguale a quello dei decessi nel secondo. La relazione [1] va allora sostituita dalla seguente:

$$\begin{aligned}
 [7] \quad {}_{t-1}V_x l_{x+t-1} (1 + i) - \frac{1}{2} d_{x+t-1} \left(1 + \frac{1}{2} i \right) - \frac{1}{2} d_{x+t-1} \\
 = {}_tV_x l_{x+t},
 \end{aligned}$$

che si semplifica come segue:

$$[7'] \quad {}_{t-1}V_x l_{x+t-1} (1 + i) - d_{x+t-1} \left(1 + \frac{1}{4} i \right) = {}_tV_x l_{x+t}.$$

Analogamente, la relazione [2] va sostituita dalla seguente:

$$[8] \quad {}_{t-1}V_x l_{x+t-1} (1 + i') - d'_{x+t-1} \left(1 + \frac{1}{4} i' \right) = {}_tV_x l'_{x+t} + B_t.$$

Sottraendo la [7] dalla [8], si ottiene la seguente relazione, analoga alla [3], che dà l'utile globale della polizza :

$$B_t = {}_{t-1}V_x l_{x+t-1} (i' - i) + (d_{x+t-1} - d'_{x+t-1}) (1 - {}_tV_x) - \frac{1}{4} (d'_{x+t-1} i' - d_{x+t-1} i).$$

Unicamente per semplicità, dividiamo per l_{x+t-1} i due membri (anzichè per l_{x+t} , come si usa); abbiamo così, per l'utile medio, l'espressione :

$$[9] \frac{B_t}{l_{x+t-1}} = {}_{t-1}V_x \Delta i + (1 - {}_tV_x) \Delta q - \frac{1}{4} (q'_{x+t-1} i' - q_{x+t-1} i).$$

Ma si ha :

$$q'i' - qi = (q - \Delta q) (i + \Delta i) - qi = q\Delta i - i\Delta q - \Delta q \cdot \Delta i,$$

e perciò la [9] diventa :

$$[10] \frac{B_t}{l_{x+t-1}} = \left({}_{t-1}V_x - \frac{1}{4} q \right) \Delta i + \left(1 - {}_tV_x + \frac{1}{4} i \right) \Delta q + \frac{1}{4} \Delta q \cdot \Delta i.$$

Ora, se assumiamo come definizione di utile medio d'interesse u_2 la quantità che si ottiene ponendo $\Delta q = 0$, risulta :

$$[11] u_2 = \left({}_{t-1}V_x - \frac{1}{4} q \right) \Delta i;$$

e, analogamente, se assumiamo come definizione di utile medio di mortalità u_1 la quantità che si ottiene dalla [10] quando $\Delta q = 0$, risulta :

$$[12] u_1 = \left(1 - {}_tV_x + \frac{1}{4} i \right) \Delta q.$$

In questo caso la somma $u_1 + u_2$ non ridà l'utile medio globale; i due detti utili risultano tra loro *dependenti* e vi è un *utile congiunto* di mortalità e d'interesse, che è la quantità $\frac{1}{4} \Delta q \cdot \Delta i$. È, del resto, intuitivo che gli utili di mortalità realizzati nel

primo semestre frutteranno, nel secondo semestre, al saggio i' , anzichè al saggio i e si spiega così come possa formarsi un utile congiunto di mortalità e d'interesse.

Nulla impedirebbe però di chiamare utile di mortalità la medesima quantità [12] e utile d'interesse tutta l'espressione rimanente che figura al secondo membro della [10]; in tal caso i due utili risulterebbero tra loro *indipendenti*.

A conclusioni analoghe si giunge, se si considera l'utile dopo un certo numero di esercizi, ed ancora, come ha fatto il PAGLINO, se si considerano assicurazioni continue.

4. — Ora passiamo a considerare il caso generale di una massa di contratti di assicurazioni sulla vita, e domandiamoci perchè non era mai sorta la questione dell'interdipendenza dei due utili, sia nelle trattazioni teoriche che in pratica. Ciò è dipeso dal modo come ci si è sempre orientati nel definire l'utile di mortalità e quello d'interesse.

In generale, se chiamiamo V_1 la riserva matematica complessiva al principio dell'esercizio, per l'insieme considerato di polizze, V_2 la riserva complessiva alla fine, π l'ammontare dei premi lordi incassati nell'esercizio, M il totale delle somme corrisposte agli assicurati per polizze maturate (sinistri e scadenze), riscatti e rendite, S_1 l'ammontare delle spese proprie dell'esercizio, allora l'utile industriale globale U' è dato dalla formola:

$$[13] \quad U' = V_1 (1 + i') + (\pi - M - S_1) + I' - V_2,$$

in cui i' indica il saggio reale d'interesse ed I' il totale degli interessi introitati nel corso dell'anno dalle somme che entrano a far parte della quantità $\pi - M - S_1$.

Di solito, si ritiene di poter assumere, come valore approssimato di I' , l'interesse prodotto dalla somma $\pi - M - S_1$ in sei mesi; così facendo, si ottiene la seguente espressione dell'utile globale:

$$[14] \quad U' = V_1 (1 + i') + (\pi - M - S_1) \left(1 + \frac{i'}{2}\right) - V_2,$$

ed è questa espressione che appunto assumiamo, per semplicità di esposizione (1).

Ordinariamente, si assume come definizione di utile complessivo di *mortalità, caricamento e storno* la quantità che risulta dalla precedente relazione [14], ponendovi $i' = i$, cioè supponendo che il saggio reale i' coincida con quello teorico i . Si ha dunque, per l'insieme di questi tre utili u_1, u_3, u_4 , l'espressione:

$$[15] \quad u_1 + u_3 + u_4 = V_1 (1 + i) + (\pi - M - S_1) \left(1 + \frac{i}{2}\right) - V_2 .$$

Si assumerà allora come definizione di utile d'interesse u_2 la quantità che si ottiene sottraendo la [15] dalla [14], ossia la quantità:

$$[16] \quad u_2 = \left(V_1 + \frac{\pi - M - S_1}{2} \right) (i' - i) .$$

Tornando ad aggiungere tali utili u_2 ed $u_1 + u_3 + u_4$, si ritrova l'utile globale U . Se si parte dunque da tali definizioni per i suddetti utili, questi risultano *indipendenti* tra loro; ed è questo, ripetiamo, ciò che viene fatto ordinariamente in pratica. Ecco perchè tali utili sono sempre stati considerati indipendenti tra loro. La loro dipendenza, nel senso del PAGLINO, sorge soltanto quando si parta da altre definizioni per gli utili d'interesse e di mortalità; ma, in conclusione, non riteniamo sia consigliabile seguire una via diversa da quella tradizionalmente praticata dagli Attuari, secondo la quale i detti utili risultano tra loro indipendenti.

Crediamo così di aver apportato un chiarimento ed una esauriente precisazione nell'interessante questione (2).

(1) Vedasi: P. MAZZONI, *Sul bilancio tecnico e sugli utili delle Imprese di assicurazioni sulla vita*, nella Rivista « Assicurazioni », Roma, 1937-XV.

(2) È appena necessario ricordare che, nel caso si considerino soltanto premi puri P , non si tenga conto delle spese e si supponga che non vi siano contratti stornati, allora la precedente relazione [15] si modifica come segue:

$$u_1 = V_1 (1 + i) + (P - M) \left(1 + \frac{i}{2}\right) - V_2$$

5. — Fin qui abbiamo considerato le basi tecniche (saggio tecnico d'interesse e tavola di mortalità) come qualche cosa di fisso ed immutabile. Ma, ora, teniamo presente che il saggio tecnico i è, in fondo, anch'esso convenzionale, perchè nulla obbliga, in teoria, ad assumere, poniamo, il 4 % anzichè il 3 %, come tasso tecnico, e soltanto ragioni di opportunità pratica possono guidare nella scelta. D'altra parte, anche la tavola di mortalità assunta per il calcolo dei premi puri e delle riserve è qualche cosa di convenzionale, perchè soltanto ragioni di opportunità pratica possono consigliare all'Attuario di partire, ad esempio, dai risultati del censimento del 1901 piuttosto che del 1931, oppure da una tavola di popolazione generale piuttosto che da una tavola di esperienza.

Ciò premesso, torniamo alle due formole

$$[17] \quad u_2 = \frac{{}_{t-1}V_x}{p'_{x+t-1}} \cdot \Delta i$$

e

$$[18] \quad u_1 = \frac{(1 - {}_tV_x)}{p'_{x+t-1}} \cdot \Delta q,$$

per i due utili d'interesse e di mortalità di una polizza. Notiamo che se si cambia il saggio tecnico i , assumendone un altro i_1 , come punto di partenza per il calcolo dei premi e delle riserve, allora variano i valori di ${}_{t-1}V_x$ e di ${}_tV_x$, e varia naturalmente anche Δi (a parità di saggio reale i'). Dunque allora varia non soltanto l'utile d'interesse [17], ma anche quello di mortalità [18], a causa della variazione subita da ${}_tV_x$. Così pure, se si parte da un'altra tavola di mortalità come base tecnica, allora varia ${}_{t-1}V_x$ e varia anche l'utile d'interesse [17]. Dunque

e dà precisamente il solo utile di mortalità. Questa formola traduce la nota regola di HARDY (vol. 26 del *J.I.A.*): «Escludendo per il momento la questione delle rescissioni e dei riscatti, di cui si può sempre tener conto senza difficoltà, abbiamo la seguente regola: alla riserva al principio dell'anno, aumentata dell'interesse di un anno, si aggiunga la differenza tra i premi netti incassati e le somme liquidate nell'anno, aumentata dell'interesse per mezzo anno, e si sottragga infine la riserva alla fine dell'anno; il risultato darà l'esatto profitto o la perdita di mortalità».

i due utili d'interesse e di mortalità non sono qualche cosa di distinto in modo assoluto, ma dipendono dalle basi tecniche prescelte, e siccome le basi tecniche sono, in fondo, convenzionali, si deve concludere che, anche nella scissione dell'utile nei suoi vari componenti, vi è qualche cosa di convenzionale. In questo senso, può dirsi che vi sia sempre un'*interdipendenza* tra i due utili di mortalità e d'interesse.

Le considerazioni svolte si estendono anche alle altre due fonti di utili, di caricamento e di storno, i quali utili pure dipendono essenzialmente dalle basi tecniche prescelte; partendo da altre basi, varia profondamente la scomposizione dell'utile globale secondo le sue varie fonti.

Possiamo trarre la seguente conclusione: la ricerca della scomposizione dell'utile di un dato esercizio secondo le sue varie fonti ha indubbiamente una grande importanza per lo studio dell'andamento dell'Impresa assicuratrice, ma occorre tener presente che le cifre che si ottengono hanno un valore soltanto, per così dire, in prima approssimazione; nè va dimenticato che, essendo le basi tecniche arbitrarie, figurano come utili di mortalità e d'interesse quelli che, in fondo, non sono altro che utili di caricamento (implicito). Più interessante diviene la ricerca se viene estesa all'esame di parecchi esercizi consecutivi, perchè allora si ha più chiara la visione dell'andamento dei fattori che influiscono sui risultati dell'Azienda.