

ATTI
DELL'ISTITUTO NAZIONALE
DELLE ASSICURAZIONI

—
VOL. XI



ISTITUTO NAZIONALE DELLE ASSICURAZIONI
ROMA - 1939-XVII



Corporate Heritage
& Historical Archive

—
DIRITTI RISERVATI
—

Città di Castello - Tip. « Unione Arti Grafiche » - 1939-XVII



Corporate Heritage
& Historical Archive

POSSIBILITÀ E LIMITI
DI UN REGOLAMENTO INTERNAZIONALE
DELLE ASSICURAZIONI AERONAUTICHE

S. E. PROF. AMEDEO GIANNINI
della R. Università di Roma

SOMMARIO: — 1. Gli studi del C. I. T. E. J. A. per le assicurazioni aeronautiche. — 2. L'assicurazione della responsabilità pei danni ai terzi. — 3. L'assicurazione obbligatoria dei viaggiatori — 4. Il cumulo delle assicurazioni speciali. — 5. Possibilità di un regolamento internazionale delle assicurazioni con carattere obbligatorio. — 6. Le possibilità del C. I. T. E. J. A. — 7. Le intese internazionali per un diritto uniforme delle assicurazioni.

1. — Nella sessione di Bruxelles dello scorso settembre il C. I. T. E. J. A. (Comitato internazionale tecnico esperti giuridici aeronautici) ha, fra l'altro, deciso di riprendere gli studi per una disciplina internazionale delle assicurazioni aeronautiche.

Gioverà ricordare i precedenti di tale iniziativa.

Subito dopo la sua costituzione (1926), il Comitato rilevò più volte che molti problemi avrebbero potuto trovare più facilmente una soluzione qualora si fosse potuto adottare un sistema di assicurazioni obbligatorie. Nel 1927 il problema delle assicurazioni fu posto senz'altro allo studio con un minuto questionario (ben 71 quesiti), redatto dal delegato brasiliano DA SILVA COSTA. Risposero, con molta cura, pochi Stati (Francia, Gran Bretagna, Danimarca, Polonia, Cecoslovacchia). Il relatore MEDEIROS DO PACO (che aveva sostituito il DA SILVA COSTA) predispose un breve e denso rapporto preliminare, toccando soltanto due problemi: l'assicurazione della responsabilità verso i terzi e l'assicurazione dei passeggeri.



La prima questione veniva concepita piuttosto come obbligo per l'esercente di fornire una garanzia legale pei danni arrecati ai terzi. Mentre la Germania propendeva per l'assicurazione obbligatoria, la Gran Bretagna non trovava necessario il nuovo carico che si voleva imporre agli esercenti. La Svizzera invece non solo voleva l'assicurazione obbligatoria, ma esigeva che essa fosse contratta con una compagnia nazionale e gradita dal Governo. La Danimarca, per contro, opinava che il gradimento ottenuto da una Compagnia in uno Stato dovesse esser valido e sufficiente presso ognuno degli Stati contraenti. Altri, infine, ed a questa opinione accedeva il relatore, opinavano che lo Stato dovesse divenire garante, legale, sussidiario o diretto, pei danni arrecati ai terzi.

Più semplice sembrava al relatore il problema dell'assicurazione dei passeggeri. Scartando l'assicurazione obbligatoria, egli opinava che le Compagnie dovessero assicurare facoltativamente i passeggeri, sostituendo al regime della responsabilità quello dell'assicurazione.

Le conclusioni del relatore furono dibattute largamente. Persistevano le divergenze di veduta e, in fondo, affiorava sempre l'immatùrità dei problemi. Le discussioni si chiusero con due risoluzioni:

a) per quanto concerne la responsabilità verso i terzi, si fece voto che gli Stati adottassero disposizioni atte a garantire il risarcimento dei danni subiti dai terzi per effetto della assicurazione aerea.

b) per quanto concerne l'assicurazione passeggeri, pur decidendo di continuare i lavori, si emise il voto che gli Stati studiassero i mezzi più efficaci per incoraggiarne la pratica (1).

In sostanza il Comitato non solo non fece un completo esame dei problemi delle assicurazioni, ma pei due, ai quali limitò le sue discussioni, dovette contentarsi di soluzioni poco

(1) Per questo e per altri problemi cfr. il mio studio *Il movimento internazionale per la disciplina giuridica delle assicurazioni aeronautiche*, in « Assicurazioni », 1934, fasc. 4-5.

soddisfacenti o, per lo meno, poco confortanti. Il voto per la garanzia dei danni ai terzi rappresentava un puro e semplice rinvio alle leggi nazionali, pur affermandosi l'esigenza di dare ai terzi una garanzia. Quello per l'assicurazione ai passeggeri tendeva a far avviare una pratica di tale assicurazione su basi nazionali, pur ritenendo il problema degno di esser risolto in via internazionale, e accentuava la mancanza di una sufficiente esperienza.

2. — Sul problema della garanzia per danni ai terzi il Comitato ritornò presto.

Quando venne discusso il progetto di convenzione per i danni ai terzi e fu adottato il sistema della responsabilità oggettiva e limitata, si affermò la tendenza a temperare gli effetti della limitazione con la certezza per il danneggiato di esser garantito pel pagamento della somma dovutagli a titolo di risarcimento, mediante un sistema di garanzie. Questi principî fondamentali furono accolti nella convenzione di Roma del 23 maggio 1933, la quale (art. 13), pur accentuando una preferenza per l'assicurazione, non esclude altre due forme, distinte o concorrenti, di garanzia, e cioè il deposito di numerario e la garanzia di banca.

Durante la conferenza di Roma non fu possibile raggiungere un'intesa sul regolamento dell'assicurazione, auspicato specialmente dalla delegazione britannica (1) Gli studi vennero immediatamente ripresi, ma soltanto nella conferenza di Bruxelles del 1938 si è potuto adottare un protocollo, in data 29 settembre, col quale il problema dell'assicurazione per i danni ai terzi è disciplinato, rendendo così possibile anche la ratifica e l'entrata in vigore dell'accordo di Roma (2). La questione quindi entrerà quanto prima nella fase delle pratiche realizzazioni.

(1) Cfr. il mio studio *La convenzione di Roma per la responsabilità per i danni causati ai terzi dagli aeromobili* in « Studi dir. aeronautico », 1933, vol. VI.

(2) Cfr. il mio studio *L'assicurazione per danni ai terzi secondo il protocollo di Bruxelles del 1938* in « Assicurazioni », 1938, fasc. 4-5,

Giova tener presente che i motivi addotti per giustificare il sistema adottato si riassumono nella considerazione che il terzo innocente è estraneo interamente alla navigazione aerea, non ne ha voluto correre il rischio, e quindi dovrebbe essere integralmente risarcito pei danni subiti da un aeromobile. Se si impone quindi la limitazione della responsabilità, che ridonda a vantaggio dell'esercente e gli facilita l'assicurazione, è giusto almeno che il terzo sia garentito pel pagamento di quanto gli è dovuto a titolo di risarcimento dei danni dall'esercente stesso.

3. — Tale situazione non trova riscontro in tema di danni contrattuali. Chi si fa trasportare da un aeromobile o fa trasportare il suo bagaglio o le sue merci, si inserisce volontariamente nella navigazione aerea e ne corre il rischio. Quando stipula il contratto di trasporto, di sua volontà, egli sa preventivamente che il sistema legale che disciplina il contratto computa una responsabilità oggettiva e limitata dell'esercente.

Tali considerazioni hanno indotto il C. I. T. E. J. A. a non richiedere all'esercente una garanzia per il risarcimento dei danni contrattuali, analoga a quella stabilita pei danni ai terzi. La convenzione di Varsavia del 12 ottobre 1929 infatti, non la richiede e quindi l'assicurazione pei danni ai viaggiatori e alle merci trasportate è facoltativa.

Il fondamento di tale regolamento non appare a tutti però giustificato. Onde si è da qualcuno sostenuto che la convenzione di Varsavia debba essere integrata, rendendo obbligatoria l'assicurazione per l'esercente, ma esonerandolo dalla responsabilità (1). A tal punto di vista ha acceduto anche il V Congresso internazionale di navigazione aerea (L'Aja. 1-6 settembre 1930) (2).

Lasciamo da parte la grossa questione se l'assicurazione sostituisce

(1) Cfr. A. KAFTAL, *La réparation des dommages causés aux voyageurs dans les transports aériens*, Paris, 1930.

(2) Cfr. testo nel II vol. degli Atti del Congresso, riportati nel mio citato lavoro *Il movimento internazionale*, § 3.

tuisca la responsabilità, che non è qui il caso di affrontare, ma alla quale, ad ogni modo, non credo si possa accedere, e vediamo se il problema ora accennato possa esser ripreso, in occasione della revisione della convenzione di Varsavia, auspicata dalla conferenza di Bruxelles del 1938 e già messa allo studio dal C. I. T. E. J. A.

È noto che l'assicurazione obbligatoria dei passeggeri ha trovato molte opposizioni in occasione del progetto già da un decennio adottato dal *Comité maritime* di Anversa. Questo cattivo precedente non deve certamente impressionarci, ma non è inutile tener presente che anche esso tendeva a sostituire la assicurazione alla responsabilità del vettore, con l'aggravante che tentava di far pesare sul viaggiatore l'onere dell'assicurazione.

Quel che rende difficile l'assicurazione obbligatoria è, in in questo caso, la *specialità* dell'assicurazione, cioè la sua particolare destinazione.

4. — Nella convenzione di Roma e nel protocollo di Bruxelles l'assicurazione (come ognuna delle altre forme di garanzia) deve essere *speciale*. Questo sistema dà indubbiamente la massima garanzia al terzo danneggiato.

Senonchè, quando il C. I. T. E. J. A. studiò il problema dell'urto degli aeromobili e dovette preoccuparsi della garanzia da dare ai terzi per i danni derivanti dall'urto, si trovò di fronte alla costituzione di una seconda garanzia, con destinazione speciale, e al dilemma: mantenere il cumulo delle garanzie speciali ovvero dare al cumulo delle garanzie una speciale disciplina, temperandone gli effetti?

La specialità della garanzia giova ai danneggiati. Ma se si sommano le garanzie speciali, l'esercente si trova di fronte ad un cumulo di oneri che non può sopportare.

Il Comitato non trovò una soluzione e si limitò a stabilire una nuova garanzia speciale.

Ma il problema resta aperto e si aggrava, se si adotta anche per la responsabilità contrattuale un sistema di garanzia spe-

ciale. A un certo momento dovrà pur prendersi una decisione fra la preoccupazione dei danneggiati ed il carico che si addossa agli esercenti.

A me sembra che la specialità della garanzia debba esser limitata alla tutela del terzo innocente, tanto più che in materia aeronautica essa è stata imposta per una considerazione di particolare pericolosità pei terzi dell'aeromobile, che è forse esagerata e sarà un giorno superata.

5. — Ritornando ai problemi che dovrebbero esser ripresi dal C. I. T. E. J. A., riteniamo utile ricordare (1) che una più generale visione dei problemi delle assicurazioni aeronautiche fu tenuta presente dal *Comité juridique international de l'aviation*, il quale, come è noto, con la collaborazione di giuristi liberi, tende a creare un *code de l'air*. Ma se giova non dimenticare le discussioni fatte in seno ai suoi Congressi, ben poco ci offrono le norme inserite nel Codice dell'aria (art. 65 a 73), frutto di transazioni e di compromessi tra tendenze varie e diverse, le quali trovano sempre un punto di conciliazione e di interesse quando si adottano norme vuote o, almeno, evanescenti.

6. — Tutto ciò premesso ci si presenta subito un problema fondamentale: che cosa potrà fare il C. I. T. E. J. A.?

Evidentemente sarà difficile che possa pensare ad imporre agli Stati l'assicurazione obbligatoria di tutti i rischi della navigazione aerea.

Non gli resterà pertanto che esaminare i problemi particolari di più grande rilievo, specialmente agli effetti internazionali, i quali possono raggrupparsi in tre categorie, per ragioni pratiche:

- 1) assicurazioni di merci e bagagli trasportati;
- 2) assicurazione di persone:
 - a) viaggiatori;

(1) Per ampie indicazioni cfr. il mio citato lavoro *Il movimento internazionale ecc.*, § 1.

- b) personale navigante ;
- 3) assicurazione di responsabilità :
 - a) contrattuale ;
 - b) extracontrattuale ;
 - c) da urto.

Abbiamo detto che questi raggruppamenti hanno carattere pratico, poichè, rigorosamente, potrebbero comprendersi nelle due categorie generali della assicurazioni di responsabilità contrattuale e extracontrattuale. Comunque, preferiamo attenerci a un criterio pratico.

Non appare troppo chiaro come potrebbe imporsi l'assicurazione obbligatoria delle merci e dei bagagli, trattandosi di un trasporto che lo speditore ha liberamente scelto. Non si potrebbe giustificare la norma con l'utilità di imporre la previdenza, perchè tal principio dovrebbe valere per l'uso di ogni altro mezzo di trasporto e nessuno pensa ad imporlo pel trasporto marittimo, ferroviario, automobilistico. L'eccezione per l'aeromobile potrebbe giustificarsi con la pericolosità del mezzo adoperato. Ma, a parte ogni altra considerazione, questo criterio di politica legislativa sarebbe in netto contrasto con la politica aeronautica di tutti gli Stati, che tende ad avvicinare il pubblico all'aeromobile ed a far entrare questo nelle consuetudini normali dei mezzi di trasporto.

Quanto all'assicurazione delle persone, bisogna scartare da ogni possibilità di disciplina internazionale l'assicurazione obbligatoria del personale navigante. Il problema è troppo legato al sistema nazionale del regime di previdenza dei lavoratori e le legislazioni negoziali sono troppo lontane per ravvicinarle. Al più si potrebbe pensare ad un minimo di tutela, come si è fatto dal B. I. T. per taluni problemi relativi ai marittimi, con norme generiche e talora evanescenti, ma la situazione dei marittimi non può confondersi con quella della gente dell'aria, poichè l'aviazione ha importanza presso pochi Stati, i quali hanno già una larga legislazione di previdenza sociale.

Resta l'assicurazione dei viaggiatori. Per essi potrebbero

però ripetersi quasi interamente le osservazioni fatte per le merci ed i bagagli. Dico quasi interamente, perchè non è certo da escludere che il regime possa esser diverso, trattandosi di persone, per le quali quindi, possono farsi prevalere criteri e considerazioni di ordine superiore. Ma queste considerazioni possono portare tanto ad imporre l'assicurazione ai viaggiatori quanto ad imporla all' esercente. Se si impone ai viaggiatori, resta evidentemente integra la responsabilità dell' esercente. Se si addossa all' esercente, occorrerebbe imporgli l'assicurazione speciale, e allora si ricade nelle difficoltà che abbiamo precedentemente accennate. D'altra parte se non si istituisce l'assicurazione speciale, il problema non fa grandi passi.

Passando all'assicurazione della responsabilità dobbiamo rilevare :

a) che per quanto concerne la responsabilità contrattuale abbiamo già avuto occasione di esaminare distintamente i problemi relativi alle persone ed alle merci e bagagli, e abbiamo visto che essi possono esser disciplinati distintamente e diversamente, ma nulla osta a che siano disciplinati anche congiuntamente, in rapporto alla convenzione di Varsavia ;

b) la responsabilità extracontrattuale è stata già disciplinata con la convenzione di Roma ed il protocollo di Bruxelles ;

c) la responsabilità in seguito ad urto presenta un incrocio di situazioni che si dissolvono, in definitiva, in problemi di responsabilità contrattuale ed extracontrattuale. Il C. I. T. E. J. A. li ha già esaminati e, se la conferenza di Bruxelles non si fosse svolta in un'atmosfera di minacce internazionali, sarebbero già oggetto di una convenzione internazionale, la quale, a ogni modo, sarà oggetto della prossima conferenza internazionale (1).

6. — La conclusione che, mi pare, può trarsi da quanto siamo venuti dicendo è che la possibilità di una codificazione inter-

(1) Cfr. in proposito il mio studio *L'urto di aeromobili alla conferenza di Bruxelles del 1938* in « Riv. dir. aeronautico », 1939, fasc. I.

nazionale dei problemi delle assicurazioni aeronautiche sono assai limitate. Se si tien conto di quanto si è già fatto, non resta che l'auspicata integrazione della convenzione di Varsavia con norme parallele a quelle adottate per la convenzione di Roma, o limitatamente ai viaggiatori o estesa anche ai bagagli ed alle merci.

Mi sembra assai difficile che possa avere qualche possibilità di essere accolta la tendenza a sostituire la assicurazione alla responsabilità dell'esercente. Praticamente essa porta ad obbligare l'esercente ad assicurarsi per le somme che dovrebbe corrispondere, a termini della convenzione, a titolo di risarcimento dei danni; dopo di che, in caso di danni, subentra a lui l'assicuratore, contro il quale il danneggiato dovrebbe unicamente rivolgersi.

Questa concezione urta però contro la legislazione degli Stati che non escludono la responsabilità dell'esercente assicurato e non consentono nemmeno che il danneggiato agisca direttamente contro l'assicuratore.

Ma urta anche contro la tendenza degli assicuratori a non addossarsi senz'altro, illimitatamente, le conseguenze del contratto concluso dall'esercente. Abbiamo infatti visto, durante la lunga preparazione del protocollo di Bruxelles del 1938, che, in definitiva, l'assicurazione ha portato ad un'interferenza di rapporti fra:

- l'esercente e l'assicuratore;
- l'esercente e il danneggiato;
- il danneggiato e l'assicuratore.

Le situazioni si complicano e le garanzie finiscono per divenire illusorie.

Si può opporre che queste difficoltà da parte degli assicuratori sussistono anche se, escludendo la sostituzione dell'assicurazione alla responsabilità, il C. I. T. E. J. A., si limiti ad adottare il sistema dell'obbligo dell'assicurazione da parte dell'esercente. Ciò è vero e non è superabile, ma questa difficoltà non esclude l'altro ostacolo, non sormontabile, dell'urto dei sistemi legislativi, che non consentono intese.

7. — Non vedo, in conclusione, che cosa potrà ancora fare il C. I. T. E. J. A., se deve restare sul terreno delle assicurazioni obbligatorie internazionalmente.

Restano i problemi delle assicurazioni volontarie e le possibilità di arrivare per esse ad un diritto uniforme.

Vanno qui ricordate due iniziative, una di carattere industriale e l'altra di carattere scientifico.

Gli assicuratori, che sono organizzati nella I. U. A. I. (*International Union of Aviation Insurers*), nelle loro periodiche riunioni, procedono ad intese circa le clausole inserite nelle polizze e si avvicinano sempre più, raggiungendo norme uniformi per molti problemi. Questo movimento avrà una certa uniformità di disciplina per via contrattuale, mettendosi sul terreno della pratica. Le intese toccano anche le assicurazioni aeronautiche, ed agiscono fortemente nella prassi, attraverso le riassicurazioni.

Tende ad avviare un movimento di codificazione uniforme l'altra iniziativa, di carattere scientifico, che fa capo all'Istituto delle assicurazioni di Amburgo. I giuristi di più Stati tendono a creare una legge uniforme sulle assicurazioni. È un problema di vasta portata, di lunga e difficile realizzazione, ma che va segnalato. Esso, ad ogni modo, segue fini e metodi del tutto diversi da quelli perseguiti dal C. I. T. E. J. A., il quale si limita a regolare i problemi in quanto hanno un carattere internazionale, pur cercando che le leggi interne si armonizzino liberamente con la disciplina internazionale. Si arriva quindi alla creazione del diritto uniforme con mezzi interni ed internazionali, attraverso la più lunga via dell'armonizzazione, con vantaggi e svantaggi che ho avuto già altra volta occasione di porre in rilievo (1).

(1) Cfr. in proposito i miei studi. *Tendenze della codificazione del diritto privato aeronautico* in « Saggi di diritto aeronautico » Milano 1930, pag. 359; *Le droit international aérien* in « Rev. gén. dr. aérien » 1932, pag. 91 segg. e *Il movimento internazionale per la codificazione del diritto privato aeronautico* premesso al vol. *Le convenzioni internazionali di diritto privato aeronautico*, Roma, 1933.

SULLA RIASSICURAZIONE DELL'ECCELENTE
PER SINISTRO NELLE ASSICURAZIONI
DI RESPONSABILITÀ

Prof. RAFFAELE D'ADDARIO
della R. Università di Bari

SOMMARIO. — 1. Premessa. Oggetto dell'indagine. — 2. Collettività di rischi. Chiarimenti sui concetti di: importo complessivo dei danni verificatisi, importo complessivo dei risarcimenti, importo medio dei danni verificatisi ed importo medio dei risarcimenti. — 3. Comportamento dell'importo medio dei risarcimenti al variare del massimale di garanzia. — 4. Tasso unitario del premio e premio per unità di rischio. — 5. Grado medio dei risarcimenti e suo comportamento al variare del massimale di garanzia. Comportamento del tasso unitario del premio e del premio per unità di rischio al variare del massimale di garanzia. — 6. Premio per unità di rischio nel caso ci sia una franchigia di avaria. — 7. Premio da cedere al riassicuratore nella riassicurazione dell'eccedente per sinistro. — 8. Priorità italiana di alcune ricerche. — 9. Equazione rappresentatrice della distribuzione dei sinistri secondo l'ammontare del danno provocato. — 10. Equazione del tasso del premio in funzione del massimale di garanzia. — 11. Equazione del premio per unità di rischio in funzione del massimale di garanzia. Equazione del premio da cedere al riassicuratore nella riassicurazione dell'eccedente per sinistro in funzione del massimale di garanzia e del pieno di conservazione per sinistro. Conclusione.

1. — Da qualche tempo incominciano a farsi strada nella pratica assicurativa due particolari forme di riassicurazione:

- 1^a la riassicurazione dell'*eccedenza globale sinistri* (*excess-loss*);
- 2^a la riassicurazione dell'*eccedente per sinistro*.

Con la prima forma la cedente fissa anticipatamente, ogni anno, l'importo complessivo dei risarcimenti (*pieno globale sinistri*) ch'essa intende sopportare per suo conto e chiede al riassicuratore la copertura dell'eventuale eccedenza (*eccedenza globale*

sinistri). Il pieno globale sinistri è solitamente espresso in percentuale dei sinistri ai premi, ovvero in percentuale dei sinistri alla somma complessivamente assicurata.

Con la seconda forma la cedente fissa anticipatamente l'importo del risarcimento ch'essa intende sopportare per suo conto su ogni sinistro (*pieno per sinistro*) e chiede al riassicuratore la copertura dell'eventuale eccedenza (*eccedente per sinistro*).

Ognuna delle due forme presenta vantaggi e svantaggi che la pratica rispettivamente utilizza ed attenua con opportuni accorgimenti.

Qui, comunque, non intendiamo parlare di questi vantaggi, nè degli svantaggi e conseguenti correttivi escogitati dalla teoria e dalla pratica (1).

Il nostro assunto, invece, è molto circoscritto, in quanto qui intendiamo stabilire l'equazione che dà il premio da cedere al riassicuratore nel caso della riassicurazione dell'eccedente per sinistro nelle assicurazioni di responsabilità, in funzione del massimale di garanzia e del pieno di conservazione per sinistro.

(1) V. fra gli altri: G. CRUCIGER, *Die Praxis der Rückversicherung*, München, 1926; S. HAVELEC, *Sur la réassurance, son importance, son but et ses principes*, 1922; F. HERMANSDORFER, *Technik und Bedeutung der Rückversicherung*, München, 1927; N. SERGOWSKIJ, *Introduzione alla teoria dell'assicurazione incendi*, Torino, 1933; N. SERGOWSKIJ, *Jahresüberschaden-Rückdeckung in der Feuerversicherung*, in « Neumanns Zeitschrift für Versicherungswesen », 1934; P. THORIN, *La réassurance contre l'incendie*, Orléans, 1929; R. MAINARDI, *La riassicurazione*, Torino, 1923; W. LETHAY *Das Gesetz über die Verteilung der Auto-Haftpflichtschäden*, in « Das Versicherungsarchiv », dicembre 1936; A. ALZHEIMER, *Die Rückversicherung in der Lebensversicherung und in der Feuer-, Unfall-, und sonstigen Schadenversicherungen*, in « Atti dell' XI Congresso internazionale degli attuari », vol. I, pp. 389-396; P. DUBOIS, *Contribution à l'étude de la réassurance*, ibid., pp. 397-412; O. GRAN, *The Application of the Excess-Method in Life Reinsurance*, ibid., pp. 413-416; I. HESSELBERG, *La réassurance des excédents de sinistres en assurance sur la vie*, ibid., pp. 417-432; J. JANKO, *Les méthodes de réassurance en Tchécoslovaquie*, ibid., pp. 433-446; J. LOISEL, *Essai de tarification rationnelle de la réassurance en excédent du risque de non-payement des loyers*, ibid., pp. 461-468; H. O. A. WOLD, *A technical Study on Reinsurance*, ibid., pp. 549-559; vedi anche il rapporto introduttivo al III Tema dell' XI Congresso internazionale degli attuari di M. COSMAO DUMANOIR e le discussioni sul tema stesso di A. ALZHEIMER, A. H. CLOUGH, H. CRAMER, P. DUBOIS, I. HESSELBERG, W. SCHULZ nel volume V degli « Atti » del Congresso.

Abbiamo limitato la nostra indagine a questo, caso specifico poichè la riassicurazione dell'eccedente per sinistro si palesa particolarmente indicata nelle assicurazioni di responsabilità. La pratica assicurativa estera, infatti, si orienta decisamente in tal senso. Di qui la urgente necessità teorica e pratica di stabilire razionalmente come il premio dovrà essere ripartito fra cedente e riassicuratore.

Il problema basilare, come si vedrà, è un problema squisitamente statistico e su questo problema, perciò, ci siamo particolarmente fermati, utilizzando i risultati da noi stessi conseguiti in precedenti ricerche.

2. — Consideriamo — in un certo intervallo di tempo — una collettività di rischi *omogenei ed indipendenti* e poniamo:

- N = numero dei rischi assicurati;
- M = massimale di garanzia;
- n = numero dei sinistri verificatisi;
- S = importo complessivo dei danni verificatisi;
- $s(M)$ = importo complessivo dei risarcimenti;
- A = importo medio dei danni verificatisi;
- $a(M)$ = importo medio dei risarcimenti.

Indicando con x , variabile nel campo $(0, \infty)$, il danno provocato(1) da un certo sinistro e con $\varphi(x)dx$ il numero dei sinistri il cui danno provocato è compreso tra x ed $x + dx$, avremo

$$[1] \quad n = \int_0^{\infty} \varphi(x)dx;$$

$$[2] \quad S = \int_0^{\infty} x\varphi(x)dx;$$

$$[3] \quad s(M) = \int_0^M x\varphi(x)dx + M \int_M^{\infty} \varphi(x)dx \quad ;$$

(1) Nel corso della trattazione useremo spesso la dizione ellittica di *danno provocato* in luogo di quella più completa di *importo del danno provocato*.

$$[4] \quad A = \frac{S}{n} = \frac{\int_0^{\infty} x\varphi(x)dx}{\int_0^{\infty} \varphi(x)dx};$$

$$[5] \quad a(M) = \frac{s(M)}{n} = \frac{\int_0^M x\varphi(x)dx + M \int_M^{\infty} \varphi(x)dx}{\int_0^{\infty} \varphi(x)dx}.$$

Osservando la [2] e la [3] si nota immediatamente la differenza sostanziale che passa tra l'*importo complessivo dei danni verificatisi* e l'*importo complessivo dei risarcimenti*. Il primo, infatti, è indipendente dalle condizioni contrattuali, mentre il secondo dipende proprio da tali condizioni ed in particolare dall'altezza del massimale di garanzia.

Analoga differenza, naturalmente, intercede tra l'*importo medio dei danni verificatisi*, dato dalla [4], e l'*importo medio dei risarcimenti*, dato dalla [5]. Spesso, invece, è usata la dizione di *costo medio dei sinistri* per indicare indifferentemente l'uno e l'altro concetto, generando, di conseguenza, confusioni ed errori. Nè manca qualche caso in cui non viene assolutamente avvertita la differenza tra i due concetti.

Da tutto ciò sorge la necessità, nella raccolta dei dati statistici, di distinguere nettamente e chiaramente, senza possibilità di equivoci, l'importo del danno provocato da un determinato sinistro dall'importo del corrispondente risarcimento (vincolato e condizionato dall'altezza del massimale di garanzia).

Ovviamente poi, per M determinato e finito,

$$[6] \quad S > s(M),$$

da cui segue

$$[7] \quad A > a(M).$$

Dimostreremo, di qui a poco, che

$$\lim_{M \rightarrow \infty} s(M) = S ;$$

$$\lim_{M \rightarrow \infty} a(M) = A .$$

Cioè, quando l'istituto assicuratore accorda una garanzia illimitata, l'importo complessivo dei danni verificatisi coincide, naturalmente, con l'importo complessivo dei risarcimenti e quindi l'importo medio dei danni verificatisi coincide anche con l'importo medio dei risarcimenti. Solo in questo caso particolare, quindi, i due concetti si confondono e si equivalgono. In tutti gli altri casi, invece, i due concetti sono distinti e diversi e valgono le disequaglianze [6] e [7].

3. — Ponendo

$$[8] \quad f(x) = \frac{\varphi(x)}{n} ,$$

per indicare l'equazione della curva di frequenza dei sinistri per ammontare del danno provocato, la [5] può essere scritta più brevemente come segue

$$[9] \quad a(M) = \int_0^M xf(x)dx + M \int_M^\infty f(x)dx .$$

Derivando rispetto ad M abbiamo

$$[10] \quad \frac{d}{dM} a(M) = \int_M^\infty f(x)dx > 0 ,$$

cioè, com'era da attendersi, l'importo medio dei risarcimenti cresce col crescere del massimale di garanzia. Esso, propriamente, da zero, per M uguale a zero, tende ad A (importo medio dei danni verificatisi), per M tendente all'infinito. Infatti, dalla [9] si vede immediatamente che $a(0) = 0$, mentre

$$\begin{aligned} \lim_{M \rightarrow \infty} a(M) &= \lim_{M \rightarrow \infty} \left[\int_0^M xf(x)dx + M \int_M^\infty f(x)dx \right] \\ &= \lim_{M \rightarrow \infty} \left[\int_0^\infty xf(x)dx - \int_M^\infty (x - M) f(x)dx \right] \\ &= \int_0^\infty xf(x)dx \end{aligned}$$

ossia, per la [4],

$$[11] \quad \lim_{M \rightarrow \infty} a(M) = \int_0^\infty xf(x)dx = A .$$

Da ciò segue che

$$[12] \quad \lim_{M \rightarrow \infty} s(M) = n \lim_{M \rightarrow \infty} a(M) = nA = S .$$

Passando alla derivata seconda abbiamo

$$[13] \quad \frac{d^2}{dM^2} a(M) = -f(M) < 0 .$$

Concludendo, quindi, abbiamo che $a(M)$ dà luogo graficamente ad una curva crescente, volgente la concavità verso il basso ed avente per asintoto la retta parallela all'asse dei valori di M e di ordinata uguale ad A .

4. — Indicando con $p(M)$ il tasso unitario del premio per un massimale di garanzia uguale ad M , sarà (1):

(1) Per la tecnica delle assicurazioni di responsabilità vedi: P. J. RICHARD, *Les Assurances de Responsabilité civile*, Paris, 1914; P. J. RICHARD, *Théorie mathématique des assurances*, Paris, 1922, vol. II; L. POTIN, *Calcul des tarifs des assurances des « risques divers » et quelques autres questions de technique*, Paris 1934; H. GOURY *Assurances automobiles*, in « Bulletin trimestriel de l'Institut des actuaires français », n. 164, 1936; R. D'ADDARIO, *Osservazioni sulla tariffa nelle assicurazioni-danni*, in « Atti dell'XI Congresso internazionale degli actuari », vol. II, Paris, 1937; R. D'ADDARIO, *Sulla tariffa nelle assicurazioni danni*, in « Atti dell'Istituto nazionale delle assicurazioni », vol. IX, Roma, 1937; ecc.

$$[14] \quad p(M) = \frac{s(M)}{NM} = \frac{n}{N} \frac{a(M)}{M},$$

cioè, il tasso unitario del premio è uguale al prodotto del rapporto $\frac{n}{N}$ (*frequenza dei sinistri*) (1) per il rapporto $\frac{a(M)}{M}$ (*grado medio dei risarcimenti*).

La stabilità di $p(M)$ può risultare, quindi, o dalla stabilità dei due menzionati rapporti, ovvero da una variazione dell'uno esattamente compensata da una simultanea ed inversa variazione dell'altro.

I fattori che agiscono sull'intensità di quei due rapporti sono — a seconda della natura e della specie dei rischi assicurati — vari, molteplici e variabili. E, mentre per alcuni rischi questi fattori agiscono nel senso di un simultaneo aumento o di una simultanea diminuzione dei due rapporti, per altri rischi tali fattori agiscono, sui due rapporti, in senso contrario.

Il fatto, quindi, che alcuni di quei fattori sieno variabili col tempo — e spesso molto fortemente — porta alla necessità pratica di rivedere continuamente le tariffe sulla base delle osservazioni ed esperienze man mano accumulate.

Indicando, infine, con $P(M)$ il *premio per unità di rischio*, sarà

$$[15] \quad P(M) = Mp(M) = \frac{n}{N} a(M),$$

cioè, il premio per unità di rischio è uguale al prodotto del rapporto $\frac{n}{N}$ (*frequenza dei sinistri*) per $a(M)$ (*importo medio dei risarcimenti*).

Sostituendo nella [14] e nella [15] l'espressione di $a(M)$ data dalla [9], avremo

$$[16] \quad p(M) = \frac{n}{N} \left[\frac{1}{M} \int_0^M xf(x)dx + \int_M^\infty f(x)dx \right] ;$$

(1) A. BURLLOT, *Étude sur la fréquence des sinistres dans l'assurance automobiles* in « Bulletin trimestriel de l'Institut des actuaires français », n. 164, 1936.

$$[17] \quad P(M) = \frac{n}{N} \left[\int_0^M xf(x)dx + M \int_M^\infty f(x)dx \right] .$$

5. — Per studiare il comportamento di $p(M)$ e di $P(M)$ al variare di M basta studiare il comportamento di $\frac{a(M)}{M}$ (grado medio dei risarcimenti) e rispettivamente di $a(M)$ (importo medio dei risarcimenti), in quanto il fattore $\frac{n}{N}$ (frequenza dei sinistri), che compare sia nell'espressione di $p(M)$ che nell'espressione di $P(M)$, è indipendente da M .

Studiamo, quindi, il comportamento del grado medio dei risarcimenti, in quanto il comportamento dell'importo medio dei risarcimenti l'abbiamo già studiato.

Per la [9] è

$$[18] \quad g(M) = \frac{a(M)}{M} = \frac{1}{M} \int_0^M xf(x)dx + \int_M^\infty f(x)dx .$$

Derivando rispetto ad M abbiamo

$$[19] \quad \frac{d}{dM} g(M) = - \frac{1}{M^2} \int_0^M xf(x)dx < 0 ,$$

cioè, *il grado medio dei risarcimenti decresce col crescere del massimale*. Esso, propriamente, da uno, per M tendente a zero, tende a zero, per M tendente all'infinito.

Passando alla derivata seconda abbiamo

$$[20] \quad \frac{d^2}{dM^2} g(M) = \frac{2}{M^3} \int_0^M xf(x)dx - \frac{1}{M} f(M) .$$

Integrando per parti l'integrale che compare al secondo membro e supponendo che $f(x)$ sia finita nel punto zero, abbiamo

$$[21] \quad \frac{2}{M^3} \int_0^M xf(x)dx = \frac{1}{M} f(M) - \frac{1}{M^3} \int_0^M x^2 f'(x)dx ;$$

e quindi

$$[22] \quad \frac{d^2}{dM^2} g(M) = - \frac{1}{M^3} \int_0^M x^2 f'(x) dx ,$$

da cui appare chiaro che il segno della derivata seconda dipende dalla particolare forma di $f(x)$.

Raccogliendo abbiamo che :

1) *il grado medio dei risarcimenti varia, sempre decrescendo, da uno, per M tendente a zero, a zero per M tendente all'infinito ;*

2) *l'importo medio dei risarcimenti varia, sempre crescendo, da zero, per M uguale a zero, ad A (importo medio dei danni verificatisi) per M tendente all'infinito.*

Da ciò segue, ricordando l'espressione di $p(M)$ e di $P(M)$, che :

1) *il tasso unitario del premio varia, sempre decrescendo, da $\frac{n}{N}$ (frequenza dei sinistri), per M tendente a zero, a zero, per M tendente all'infinito ;*

2) *il premio per unità di rischio varia, sempre crescendo, da zero, per M uguale a zero, ad $\frac{n}{N} A$ (prodotto della frequenza dei sinistri per l'importo medio dei danni verificatisi), per M tendente all'infinito. L'esistenza di questo asintoto spiega perchè alcune compagnie di assicurazione accordano anche una garanzia illimitata.*

6. — Vediamo brevemente qual'è l'influenza sul premio di una eventuale franchigia di avaria.

La franchigia, com'è noto, è generalmente praticata à forfait o mediante riduzione proporzionale dell'importo del sinistro.

Nel primo caso, cioè, l'istituto assicuratore, se λ è la franchigia convenuta, non paga i sinistri di importo non maggiore di λ , mentre paga $x - \lambda \leq M - \lambda$ per i sinistri di importo $x > \lambda$. Nel secondo caso, invece, l'istituto assicuratore per un

sinistro di importo x paga $(1 - \beta)x$ essendo $0 < \beta < 1$ il tasso di franchigia.

Il primo modo è il più praticato, in quanto esso presenta il vantaggio di eliminare tutti i sinistri di importo non maggiore della franchigia, il che significa una non indifferente economia di tempo e di lavoro e quindi di spese generali e particolari di gestione.

Dunque, applicando una franchigia à *forfait* uguale a λ , il premio per unità di rischio sarà dato da

$$\begin{aligned}
 P(M, \lambda) &= \frac{n}{N} \left[\int_{\lambda}^M (x - \lambda) f(x) dx + (M - \lambda) \int_M^{\infty} f(x) dx \right] \\
 &= \frac{n}{N} \left[\int_0^M x f(x) dx + M \int_M^{\infty} f(x) dx \right] - \frac{n}{N} \left[\int_0^{\lambda} x f(x) dx + \lambda \int_{\lambda}^{\infty} f(x) dx \right] \\
 [23] \qquad &= P(M) - P(\lambda) \ ,
 \end{aligned}$$

cioè, il premio per unità di rischio per un massimale di garanzia uguale ad M ed una franchigia di avaria uguale a λ è uguale alla differenza tra il premio per unità di rischio per un massimale di garanzia uguale ad M ed il premio per unità di rischio per un massimale di garanzia uguale a λ .

7. — Passiamo alla determinazione del premio che la cedente dovrà cedere al riassicuratore nel caso della riassicurazione dell'ecedente per sinistro.

Se λ è il *limite di risarcimento su ogni sinistro che la cedente conserva a suo carico (pieno di conservazione per sinistro)*, sarà anzitutto

$$0 \leq \lambda \leq M \ ,$$

essendo M il massimale di garanzia assunto dalla cedente.

I due casi estremi si hanno quando $\lambda = 0$ e quando $\lambda = M$. Nel primo caso, quando cioè $\lambda = 0$, si ha cessione totale e quindi l'intero risarcimento del sinistro è a carico del riassicuratore. Nel secondo caso, quando cioè $\lambda = M$, non si ha riassicurazione.

Sia x il danno provocato da un determinato sinistro. Ora:

1) se $x \leq \lambda$, il risarcimento è completamente a carico della cedente ed il riassicuratore non interviene per niente;

2) se $x > \lambda$, il risarcimento è a carico della cedente per una somma pari a λ ed a carico del riassicuratore per l'eccedenza che, in ogni caso, non può superare $M - \lambda$.

Ponendo

$$L = M - \lambda ,$$

sarà L il limite di risarcimento su ogni sinistro a carico del riassicuratore, mentre λ è, come sopra abbiamo detto, il limite di risarcimento su ogni sinistro a carico della cedente.

Per la [3] e la [9] abbiamo che:

1) l'importo complessivo dei risarcimenti è dato da

$$\begin{aligned} [24] \quad s(M) &= n \left[\int_0^M x f(x) dx + M \int_M^\infty f(x) dx \right] \\ &= na(M) ; \end{aligned}$$

2) l'importo dei risarcimenti a carico della cedente è dato da

$$\begin{aligned} [25] \quad s(\lambda) &= n \left[\int_0^\lambda x f(x) dx + \lambda \int_\lambda^\infty f(x) dx \right] \\ &= na(\lambda) ; \end{aligned}$$

3) e quindi l'importo dei risarcimenti a carico del riassicuratore è dato da

$$\begin{aligned} [26] \quad e(M, \lambda) &= s(M) - s(\lambda) \\ &= n \left[\int_\lambda^M (x - \lambda) f(x) dx + (M - \lambda) \int_M^\infty f(x) dx \right] \\ &= n [a(M) - a(\lambda)] . \end{aligned}$$

Da tutto ciò segue che il premio per unità di rischio a favore del riassicuratore è uguale a

$$\begin{aligned} [27] \quad \pi (M, \lambda) &= \frac{1}{N} \left[s(M) - s(\lambda) \right] \\ &= \frac{n}{N} \left[a[M] - a(\lambda) \right] \\ &= P(M) - P(\lambda) . \end{aligned}$$

Esso, cioè, equivale al premio per un massimale di garanzia M con una franchigia à *forfait* pari a λ . Nella riassicurazione dell'eccedente per sinistro, infatti, il riassicuratore non fa altro che assumere un rischio per un massimale di garanzia uguale ad M (massimale assunto dalla cedente) con una franchigia uguale a λ (limite di risarcimento a carico della cedente).

8. — La determinazione razionale della tariffa e la risoluzione di quasi tutti i problemi connessi richiedono, quindi, la conoscenza della forma di $f(x)$.

Ci troviamo, come si vede, di fronte a due problemi squisitamente statistici: un problema preliminare e basilare di rilevazione dei dati ed un problema di rappresentazione analitica delle distribuzioni osservate.

Noi abbiamo dato mano — per primi nella letteratura internazionale — a questi due problemi sin dal 1932 (1) ed il nostro esempio, all'estero, non è andato perduto.

L'esempio non è andato perduto, ma in terra francese si è

(1) R. D'ADDARIO, *Curve di frequenza nelle assicurazioni di infortuni e di responsabilità civile*, in « Atti del secondo congresso internazionale di scienza delle assicurazioni » (Trieste, dicembre 1932), vol. III, ovvero in « Rivista italiana di statistica, economia e finanza », anno V, n. 1, 1933. Il contenuto di questa memoria formò oggetto di una comunicazione fatta il 4 ottobre 1932 alla seconda riunione annuale della Società internazionale di econometrica tenuta a Parigi, (v. « Econometrica », vol. I, n. 1, gennaio 1933, ovvero il resoconto di LUTFALLA pubblicato nella « Revue d'économie politique », aprile 1933).

tentato, da parte di qualcuno, di sottrarci, con molta disinvoltura, questo primato.

Il signor MARCEL HENRY, infatti, in una memoria del 1937 sul costo medio dei sinistri di responsabilità civile(1) pure avendo seguito metodi e procedimenti da me proposti sin dal 1932, pure avendo accertato la validità su materiale statistico appositamente rilevato in un complesso di istituti assicurativi francesi, analogo a quello relativo a « Le Assicurazioni d'Italia » da me rilevato ed utilizzato, della forma di $f(x)$ da me proposta ed utilizzata a quella stessa epoca, dimentica di farne esplicita menzione, limitandosi a scrivere quasi per inciso nelle conclusioni, senza peraltro specificare autori e memorie, che « les études présentées par les Italiens au dernier Congrès des Actuaires avaient déjà conclu dans ce sens ». Tutto ciò duole e non può non essere rilevato, specialmente perchè il signor HENRY, a sostegno delle sue ricerche, si rifà ad una memoria del RISSER,(2) il quale esplicitamente si rimena e cita proprio la mia memoria del 1932, ove, per la prima volta, fu accertato l'invariante distributivo in questione, del quale lo stesso RISSER, a più riprese (3), mi ha sempre riconosciuto la priorità.

(1) M. HENRY, *Étude sur le coût moyen des sinistres en responsabilité civile automobile*, in « Bulletin trimestriel de l'Institut des actuaires français », n. 169, 1937.

(2) R. RISSER, *A propos de quelques applications relatives d'une part à la recherche de la loi de fréquence de certaines séries statistiques et d'autre part à l'emploi d'une transformation simple à l'étude de l'assurance accidents*, in « Bulletin trimestriel de l'Institut des actuaires français », n. 165, giugno 1936. Gli esempi, i calcoli ed un grafico contenuti in questa memoria sono riportati tali e quali, come l'Autore esplicitamente dichiara, dalla mia memoria già menzionata e che il RISSER ripetutamente cita.

(3) R. RISSER, *Problème de l'établissement des statistiques d'accidents du travail suivant un cadre international. Étude de tarifs rationnels pour lesdites assurances*, in « Atti dell'XI Congresso internazionale degli attuari », vol. II, Parigi, 1937.

Alla seduta del 15 aprile 1937 dell'Istituto degli attuari francesi il Presidente « adresse un appel à tous les membres pour qu'ils donnent connaissance de travaux, études et renseignements pouvant intéresser les actuaires ». Il signor RISSER « indique des questions pouvant être traitées dans les travaux d'Edgeworth et D'Addario » (v. a pag. 107 del « Bulletin trimestriel de l'Institut des Actuaires français », n. 169, il Compte rendu de la séance du 15 avril 1937).

Lo sforzo dell'HENRY, nel *volere tacere ad ogni costo* la mia citata memoria del 1932, in cui, bene o male, egli ha trovato il modello per le sue ricerche, è quindi palese e lampante. Tale suo sforzo è tanto più evidente in quanto non posso ammettere che egli ignori la circostanza decisiva che quelle mie ricerche, iniziate in un clima di generale scetticismo, hanno dato luogo, sin dall'inizio, a discussioni e riserve sollevate, in un senso o nell'altro, nei congressi scientifici e nella stampa tecnica di pressochè tutti i Paesi. In una di queste discussioni (seduta pomeridiana del 9 maggio 1934 del X Congresso internazionale degli attuari) assunsi in vivace polemica con gli scettici, una posizione piuttosto intransigente (9).

Nella scienza c'è posto per tutti, ma ad ognuno la sua pietruzza. Riconosciamo, quindi l'importanza delle ricerche dell'HENRY, ma rivendichiamo, senza concessione alcuna, quel diritto di priorità ormai sancito e riconosciuto in tutti i Paesi, non escluso quello del signor HENRY.

Altre conclusioni del signor HENRY infine, piuttosto autonome rispetto a tutta la sua trattazione, in quanto non esiste alcun legame consequenziale tra premesse e conclusioni, sono parimenti risultati a cui io ero prevenuto da tempo. Ma il signor HENRY continua, è inutile dirlo *a voler dimenticare* e ad ignorare gli italiani. Di tutto ciò, comunque, diciamo meglio e più

(9) « Atti del X Congresso internazionale degli attuari », vol. VI, Roma 1935, pp. 629-635; vedi, nello stesso volume: in senso contrario K. JANNOT, pp. 622-628, in senso favorevole H. SERINI, pp. 635-643. Nella relazione introduttiva al tema IX di R. OTTAVIANI (v. il sopracitato volume, pp. 241-257) è detto: « Dalla formula rappresentativa di siffatte distribuzioni, il D'Addario ha ricavato una formula teorica per il calcolo della riserva sinistri al 31 dicembre di ogni esercizio, ponendola come differenza fra la somma complessiva pagata per tutti i sinistri di una generazione determinata teoricamente col procedimento interpolativo suaccennato, e le somme pagate per i sinistri stessi fino alla fine dell'esercizio. Questo è il primo tentativo serio di appoggiare su base matematica l'importante operazione del calcolo della Riserva danni nel bilancio Infortuni e Responsabilità Civile e su di esso richiamo l'attenzione degli attuari e degli assicuratori dei rami elementari ».

compiutamente in altra sede. Ritorniamo, quindi, al nostro argomento.

9. — Indicando, dunque, con $F(x)$ la frequenza complessiva dei sinistri il cui danno provocato non supera x , nel 1932 accertai impiegando il *metodo di traslazione* di EDGEWORTH-KAPTEYN e su materiale statistico appositamente rilevato presso «Le Assicurazioni d'Italia», che può porsi con ottima approssimazione

$$\begin{aligned}
 F(x) &= \int_0^x f(x) dx = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\alpha \log \frac{x}{c}} e^{-z^2} dz \\
 [28] \quad &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + \Theta \left[\alpha \log \frac{x}{c} \right] \right\},
 \end{aligned}$$

ove: α e c sono costanti positive; i logaritmi sono decimali; x varia nel campo $(0, \infty)$; e Θ sta a rappresentare il ben noto integrale di LAPLACE.

Derivando $F(x)$ rispetto ad x abbiamo $f(x)$, cioè

$$[29] \quad f(x) = \frac{\alpha \log e}{x \sqrt{\pi}} e^{-\left[\alpha \log \frac{x}{c}\right]^2}.$$

Questa equazione può essere posta sotto una forma che a volte può riuscire più comoda per l'analisi e per il calcolo delle costanti. Essa, cioè, può essere posta sotto la forma

$$[30] \quad f(x) = \frac{\log e}{x \sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} (\log x - m)^2},$$

ove: m è la media dei $\log x$, ossia il logaritmo della media geometrica dei valori di x ; σ lo scarto quadratico medio dei $\log x$ intorno alla loro media m .

Infatti

$$[31] \quad m = \frac{\alpha \log e}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{\log x}{x} e^{-\left[\alpha \log \frac{x}{c}\right]^2} dx,$$

ovvero, operando la sostituzione

$$z = \alpha \log \frac{x}{c} ,$$

avremo

$$[32] \quad m = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{z}{\alpha} + \log c \right] e^{-z^2} dz = \log c .$$

La costante c , quindi, è la media geometrica dei valori di x .
Con procedimento simile si ha

$$[33] \quad \begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{\alpha \log e}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} (\log x - m)^2 \frac{1}{x} e^{-[\alpha \log \frac{x}{c}]^2} dx \\ &= \frac{1}{\alpha^2 \sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} z^2 e^{-z^2} dz \\ &= \frac{1}{2 \alpha^2} , \end{aligned}$$

da cui

$$[34] \quad \alpha = \frac{1}{\sigma \sqrt{2}} .$$

Per le stesse posizioni la [28] può essere posta anche sotto la forma

$$[35] \quad F(x) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \Theta \left[\frac{\log x - m}{\sigma \sqrt{2}} \right] \right\} .$$

La frequenza dei sinistri il cui danno provocato è compreso tra x ed $x + dx$ è data, per la [30], da

$$f(x)dx = \frac{\log e}{x \sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} (\log x - m)^2} dx .$$

Ponendo

$$t = \log x$$

abbiamo

$$[36] \quad f(x) dx = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(t-m)^2} dt$$

cioè, gli scarti dei valori di t dalla corrispondente media m danno luogo ad una distribuzione normale di precisione $\frac{1}{\sigma\sqrt{2}}$. È questo un risultato della massima importanza sia dal punto di vista teorico che dal punto di vista pratico.

La [30] ha, come è facile vedere, un massimo nel punto

$$[37] \quad v = c e^{-\frac{\sigma^2}{\log^2 e}} .$$

Essa, propriamente, dà luogo, graficamente, ad una curva unimodale ed asimmetrica a destra, il cui primo ramo nasce nell'origine delle coordinate ed il secondo ramo ha per asintoto la direzione positiva dell'asse delle ascisse. Si può dimostrare (1) che l'asimmetria è tanto più forte quanto più alto è il valore di σ .

La [30], come ripetutamente ho avvertito (2), fu scritta, per primo, da MCALISTER (3) in un articolo ispirato da GALTON (4)

(1) R. D'ADDARIO, *Intorno ad una curva di ripartizione*, in « Rivista italiana di statistica, economia e finanza », anno IV, n. 4, 1932.

(2) D'ADDARIO, *Intorno ad una curva di ripartizione*, in « Rivista italiana di statistica, economia e finanza », anno IV, n. 4, 1932; R. D'ADDARIO, *Intorno alla validità dei due teoremi paretiani sulla dinamica distributiva*, in « Atti dell'Istituto nazionale delle assicurazioni », vol. VI, 1934; R. D'ADDARIO, *Sulla misura della concentrazione dei redditi*, Roma, 1934; R. D'ADDARIO, *Sulla rappresentazione analitica delle curve di frequenza*, in « Atti dell'Istituto nazionale delle assicurazioni », vol. VIII, Roma 1936, ovvero in « Annali dell'Istituto di statistica della R. Università di Bari », vol. IX, Bari, 1936; R. D'ADDARIO, *Le trasformate euleriane*, in « Annali dell'Istituto di Statistica della R. Università di Bari », vol. VIII, Bari 1936; ecc.

(3) D. MC. ALISTER, *The Law of the Geometric Mean*, in « Proceedings of the Royal Society », XXIX, n. 198, 1879.

(4) F. GALTON, *Statistics by Intercomparison, with Remarks on the Law for Frequency of Error*, in « Philosophical Magazine », serie IV, vol. 49, 1875; F. GALTON, *The Geometric Mean in Vital and social Statistics* in « Proceedings of the Royal Society », vol. XXIX, n. 198, 1879.

e pubblicato nel 1879. Essa ha dato luogo, in epoche remote, recenti e recentissime, a numerose applicazioni in campi svariatisimi (1) (economia, demografia, biologia, psicologia, astronomia, meteorologia, idraulica, ecc.) e credo, sino a prova contraria, di essere stato il primo a farne applicazione nel campo assicurativo (2). Con la stessa equazione, infatti, ho rappresentato analiticamente non solo le menzionate distribuzioni per importo del

(1) Una rassegna completa delle diverse applicazioni è praticamente impossibile. Comunque, un tentativo di rassegna delle principali applicazioni trovasi in: R. D'ADDARIO, *Sulla rappresentazione analitica delle curve di frequenza*, in « Atti dell'Istituto nazionale delle assicurazioni », vol. VIII, 1936 (note al paragrafo 5). In questa memoria sono citati un centinaio di autori ed opere in cui trovansi applicazioni varie dell'equazione in oggetto.

(2) Oltre la memoria del 1932 già citata, v. ancora: R. D'ADDARIO, *Il calcolo della riserva sinistri nelle assicurazioni elementari* (comunicazione fatta il 24 aprile 1933 al Seminario degli attuari italiani), in « Giornale dell'Istituto italiano degli attuari », anno IV, n. 3, 1933. Il contenuto di questa memoria formò oggetto di una comunicazione fatta il 2 ottobre 1933 alla terza riunione annuale della società internazionale di Econometria (v. « Econometrica », vol. II, n. 2 ed il resoconto di LUTFALLA pubblicato nella « Revue d'économie politique », 1934) e di una comunicazione fatta alla riunione annuale dell'ottobre 1933 della Società italiana per il progresso delle scienze (v. « Atti » di detta Società); R. D'ADDARIO, *Considerazioni intorno alla riserva sinistri*, in « Assicurazioni », anno I, n. 1, 1934; R. D'ADDARIO, *Sulla tariffa delle assicurazioni danni*, in « Atti dell'Istituto nazionale delle assicurazioni », vol. IX, Roma 1937; R. D'ADDARIO, *Osservazioni sulla tariffa nelle assicurazioni danni*, in « Atti dell'XI Congresso internazionale degli attuari », vol. II, Parigi 1937; L. AMOROSO, *Curve di frequenza nelle assicurazioni di infortuni e di responsabilità civile*, Roma 1932. Il contenuto di questa memoria (in quattro lingue) formò oggetto di una comunicazione presentata nel settembre 1932 al Congresso internazionale dei matematici di Zurigo (v. « Atti del congresso », vol. II, Zurigo 1932); L. AMOROSO, *La rappresentazione analitica delle curve di frequenza nei sinistri di infortuni e di responsabilità civile*, Roma, 1934 (memoria in quattro lingue pubblicata in occasione del X Congresso internazionale degli attuari e che raccoglie tutte le applicazioni dell'equazione in oggetto da me fatte sino al maggio 1934). Il contenuto di questa memoria formò oggetto di una comunicazione presentata al medesimo congresso (L. AMOROSO, *La rappresentazione analitica delle curve di frequenza nei sinistri di infortuni e di responsabilità civile*, in « Atti del X Congresso internazionale degli attuari », vol. III, Roma 1934) e da me discussa nella seduta pomeridiana del 9 maggio 1934, v. discussione sul tema IX nel vol. VI degli « Atti del X Congresso internazionale degli attuari », Roma 1934. Per altre memorie v. le note successive.

danno dei sinistri di responsabilità civile, ma anche parecchie altre distribuzioni varie di sinistri, relative ai rami infortuni e responsabilità civile, ricavate dal materiale statistico de « Le Assicurazioni d' Italia », da una memoria del THÉPAUT (1), da una memoria del BUFANO (1) e da una memoria del LETHAY (2). Le ricerche successive del RISSER (3) hanno confermato, utilizzando il materiale statistico de « La Concorde », quanto io avevo accertato per primo, come lo stesso RISSER a più riprese riconosce, che le distribuzioni per ammontare e per età dei sinistri infortuni possono essere rappresentate con la predetta equazione.

10. — Passiamo alla determinazione del *tasso del premio* nella ipotesi che sia valida la [29], ovvero la [30].

È anzitutto, come abbiamo visto,

(1) A. THÉPAUT, *La détermination du bénéfice industriel dans les compagnies d'assurance contre les accidents*, Paris 1933; G. BUFANO, *Il calcolo delle riserve nei rami elementari*, in « Atti del secondo congresso nazionale di scienza delle assicurazioni », vol. III, Roma 1933 ed in « Rivista italiana di statistica, economia e finanza », anno V, n. 1, 1933.

(2) W. LETHAY, *Das Gesetz über die Verteilung der Auto-Haftpflichtschäden*, in « Das Versicherungsarchiv », dicembre 1936.

(3) R. RISSER, *Problème de l'établissement des statistiques d'accidents du travail suivant un cadre international. Étude de tarifs rationnels pour lesdites assurances*, in « Atti dell'XI Congresso internazionale degli attuari », vol. II, Parigi 1937. In questa memoria il Risser scrive: « Nous avons eu l'occasion de présenter dans le n. 165 du *Bulletin de l'Institut des Actuaires français* une Note au sujet de l'emploi d'une transformation due à Edgeworth, dont l'idée maîtresse a été reprise et adoptée par Kaptyn et Van Uven, puis utilisée dans le domaine de l'assurance-accidents par M. R. D'Addario; nous rappelons que si une répartition par rapport à la variable x est asymétrique, la méthode de Kaptyn conduit à la recherche d'une transformation $z = f(x)$, telle que la répartition de z soit symétrique.

« On constate dans le cas actuel que la transformation $z = a \log_{10} x + b$ fournit des résultats intéressants au point de vue pratique » (pp. 81-82 del volume menzionato).

Si osservi che il Risser, sia in questa che in altre memorie, scrive sempre Kaptyn anzichè Kapteyn. Dico questo, per avvertire che nel periodo soprariportato non ho voluto assolutamente variare nulla.

$$\begin{aligned}
 [28] \quad F(x) &= \int_0^x f(x) dx = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\alpha \log \frac{x}{c}} e^{-z^2} dz \\
 &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + \Theta \left[\alpha \log \frac{x}{c} \right] \right\} \\
 &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + \Theta \left[\frac{\log x - m}{\sigma \sqrt{2}} \right] \right\}.
 \end{aligned}$$

Analogamente

$$[38] \quad C(x) = \int_0^x x f(x) dx = \frac{\alpha \log e}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\left[\alpha \log \frac{x}{c} \right]^2} dx,$$

ovvero, operando la solita sostituzione

$$z = \alpha \log \frac{x}{c},$$

avremo ancora

$$C(x) = \frac{c}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\alpha \log \frac{x}{c}} e^{-z^2 + \frac{z}{\alpha \log e}} dz.$$

Ma

$$[39] \quad z^2 - \frac{z}{\alpha \log e} = \left[z - \frac{1}{2 \alpha \log e} \right]^2 - \frac{1}{4 \alpha^2 \log^2 e},$$

sicchè

$$C(x) = c e^{\frac{1}{4 \alpha^2 \log^2 e}} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\alpha \log \frac{x}{c}} e^{-\left[z - \frac{1}{2 \alpha \log e} \right]^2} dz,$$

ovvero, operando la sostituzione

$$\xi = z - \frac{1}{2 \alpha \log e},$$

avremo infine

$$\begin{aligned}
 [40] \quad C(x) &= c e^{\frac{1}{4\alpha^2 \log^2 e}} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\alpha \log \frac{x}{c} - \frac{1}{2\alpha \log e}} e^{-\xi^2} d\xi \\
 &= \frac{1}{2} c e^{\frac{1}{4\alpha^2 \log^2 e}} \left\{ 1 + \Theta \left[\alpha \log \frac{x}{c} - \frac{1}{2\alpha \log e} \right] \right\} \\
 &= \frac{1}{2} c e^{\frac{1}{4\alpha^2 \log^2 e}} \left\{ 1 + \Theta \left[\frac{\log x - m}{\sigma \sqrt{2}} - \frac{\sigma}{\sqrt{2} \log e} \right] \right\}.
 \end{aligned}$$

Ora, l'importo complessivo dei danni verificatisi, per la [2] sarà dato da

$$[41] \quad S = n \int_0^{\infty} x f(x) = n \lim_{x \rightarrow \infty} C(x),$$

ossia, per la [40], da

$$\begin{aligned}
 [42] \quad S &= n \frac{1}{2} c e^{\frac{1}{4\alpha^2 \log^2 e}} \lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ 1 + \Theta \left[\alpha \log \frac{x}{c} - \frac{1}{2\alpha \log e} \right] \right\} \\
 &= n c e^{\frac{1}{4\alpha^2 \log^2 e}} = n e^{m + \frac{\sigma^2}{2 \log^2 e}},
 \end{aligned}$$

da cui segue che l'importo medio dei danni verificatisi è dato da

$$[43] \quad A = \frac{S}{n} = c e^{\frac{1}{4\alpha^2 \log^2 e}} = e^{m + \frac{\sigma^2}{2 \log^2 e}}.$$

Sostituendo questo valore nella [40] possiamo anche scrivere

$$\begin{aligned}
 [44] \quad C(x) &= \frac{A}{2} \left\{ 1 + \Theta \left[\alpha \log \frac{x}{c} - \frac{1}{2\alpha \log e} \right] \right\} \\
 &= \frac{A}{2} \left\{ 1 + \Theta \left[\frac{\log x - m}{\sigma \sqrt{2}} - \frac{\sigma}{\sqrt{2} \log e} \right] \right\}.
 \end{aligned}$$

L'importo complessivo dei risarcimenti, per la [3] è dato da

$$\begin{aligned} s(M) &= n \left[\int_0^M x f(x) dx + M \int_M^\infty f(x) dz \right] \\ &= n \left\{ C(M) + M \left[1 - F(M) \right] \right\}, \end{aligned}$$

ossia, per le [28] e la [44]

$$\begin{aligned} [45] \quad s(M) &= \frac{n}{2} \left\{ A \left\{ 1 + \Theta \left[\alpha \log \frac{M}{c} - \frac{1}{2 \alpha \log e} \right] \right\} + \right. \\ &\quad \left. + M \left\{ 1 - \Theta \left[\alpha \log \frac{M}{c} \right] \right\} \right\} \\ &= \frac{n}{2} \left\{ A \left\{ 1 + \Theta \left[\frac{\log M - m}{\sigma \sqrt{2}} - \frac{\sigma}{\sqrt{2} \log e} \right] \right\} + \right. \\ &\quad \left. + M \left\{ 1 - \Theta \left[\frac{\log M - m}{\sigma \sqrt{2}} \right] \right\} \right\}, \end{aligned}$$

da cui segue che l'importo medio dei risarcimenti è dato da

$$\begin{aligned} [46] \quad a(M) &= \frac{s(M)}{n} = \frac{A}{2} \left\{ 1 + \Theta \left[\alpha \log \frac{M}{c} - \frac{1}{2 \alpha \log e} \right] \right\} + \\ &\quad + \frac{M}{2} \left\{ 1 - \Theta \left[\alpha \log \frac{M}{c} \right] \right\} \\ &= \frac{A}{2} \left\{ 1 + \Theta \left[\frac{\log M - m}{\sigma \sqrt{2}} - \frac{\sigma}{\sqrt{2} \log e} \right] \right\} + \\ &\quad + \frac{M}{2} \left\{ 1 - \Theta \left[\frac{\log M - m}{\sigma \sqrt{2}} \right] \right\} \end{aligned}$$

ed il grado medio dei risarcimenti è dato da

$$\begin{aligned}
 [47] \quad g(M) &= \frac{a(M)}{M} = \frac{A}{2M} \left\{ 1 + \Theta \left[\alpha \log \frac{M}{c} - \frac{1}{2\alpha \log e} \right] \right\} + \\
 &\quad + \frac{1}{2} \left\{ 1 - \Theta \left[\alpha \log \frac{M}{c} \right] \right\} \\
 &= \frac{A}{2M} \left\{ 1 + \Theta \left[\frac{\log M - m}{\sigma\sqrt{2}} - \frac{\sigma}{\sqrt{2} \log e} \right] \right\} + \\
 &\quad + \frac{1}{2} \left\{ 1 - \Theta \left[\frac{\log M - m}{\sigma\sqrt{2}} \right] \right\}.
 \end{aligned}$$

Da tutto quanto precede si ha infine

$$\begin{aligned}
 [48] \quad p(M) &= \frac{n}{N} g(M) = \frac{n}{N} \frac{A}{2M} \left\{ 1 + \Theta \left[\alpha \log \frac{M}{c} - \frac{1}{2\alpha \log e} \right] \right\} + \\
 &\quad + \frac{n}{N} \frac{1}{2} \left\{ 1 - \Theta \left[\alpha \log \frac{M}{c} \right] \right\} \\
 &= \frac{n}{N} \frac{A}{2M} \left\{ 1 + \Theta \left[\frac{\log M - m}{\sigma\sqrt{2}} - \frac{\sigma}{\sqrt{2} \log e} \right] \right\} + \\
 &\quad + \frac{n}{N} \frac{1}{2} \left\{ 1 - \Theta \left[\frac{\log M - m}{\sigma\sqrt{2}} \right] \right\},
 \end{aligned}$$

cioè una espressione analitica del *tasso del premio* delle assicurazioni di responsabilità civile in funzione del massimale di garanzia.

11. — Il *premio per unità di rischio* per la [17] e la [48] è quindi dato da

$$\begin{aligned}
 [49] \quad P(M) &= A \frac{n}{2N} \left\{ 1 + \Theta \left[\alpha \log \frac{M}{c} - \frac{1}{2\alpha \log e} \right] \right\} + \\
 &\quad + M \frac{n}{2N} \left\{ 1 - \Theta \left[\alpha \log \frac{M}{c} \right] \right\} \\
 &= A \frac{n}{2N} \left\{ 1 + \Theta \left[\frac{\log M - m}{\sigma\sqrt{2}} - \frac{\sigma}{\sqrt{2} \log e} \right] \right\} + \\
 &\quad + M \frac{n}{2N} \left\{ 1 - \Theta \left[\frac{\log M - m}{\sigma\sqrt{2}} \right] \right\}.
 \end{aligned}$$

Il limite di $P(M)$ per M tendente all'infinito ci dà il premio per un massimale di garanzia illimitato. Cioè, in caso di sinistro, l'assicuratore risarcisce completamente il danno provocato, qualunque sia il suo ammontare. In questo caso, quindi, si ha

$$\lim_{M=\infty} P(M) = \frac{n}{N} A ,$$

ovvero per la [43]

$$\begin{aligned} [50] \quad \lim_{M=\infty} P(M) &= \frac{n}{N} c e^{\frac{1}{4 \alpha^2 \log^2 e}} \\ &= \frac{n}{N} e^{m + \frac{\sigma^2}{2 \log^2 e}} . \end{aligned}$$

Infine, il premio da cedere al riassicuratore, se λ è il pieno per sinistro a carico della cedente, sarà dato, per la [26], da

$$\begin{aligned} [51] \quad \pi(M, \lambda) &= A \frac{n}{2N} \left\{ \Theta \left[\alpha \log \frac{M}{c} - \frac{1}{2 \alpha \log e} \right] \right. \\ &\quad \left. - \Theta \left[\alpha \log \frac{\lambda}{c} - \frac{1}{2 \alpha \log e} \right] \right\} + \\ &\quad - \frac{n}{2N} \left\{ M - \lambda - M \Theta \left[\alpha \log \frac{M}{c} \right] + \lambda \Theta \left[\alpha \log \frac{\lambda}{c} \right] \right\} , \end{aligned}$$

ovvero da

$$\begin{aligned} [52] \quad \pi(M, \lambda) &= A \frac{n}{2N} \left\{ \Theta \left[\frac{\log M - m}{\sigma \sqrt{2}} - \frac{\sigma}{\sqrt{2} \log e} \right] \right. \\ &\quad \left. - \Theta \left[\frac{\log \lambda - m}{\sigma \sqrt{2}} - \frac{\sigma}{\sqrt{2} \log e} \right] \right\} + \\ &\quad - \frac{n}{2N} \left\{ M - \lambda - M \Theta \left[\frac{\log M - m}{\sigma \sqrt{2}} \right] + \lambda \Theta \left[\frac{\log \lambda - m}{\sigma \sqrt{2}} \right] \right\} . \end{aligned}$$

Abbiamo stabilito così l'equazione del premio da cedere al riassicuratore nel caso di riassicurazione dell'eccedente per sinistro nelle assicurazioni di responsabilità civile.

Detto premio è dato in funzione delle due variabili M e λ e cioè del massimale di garanzia e del pieno di conservazione per sinistro. La variabile M , come sappiamo, varia nel campo $(0, \infty)$, mentre la variabile λ varia nel campo $(0, M)$.

Nella predetta equazione compaiono due parametri: α e c (ovvero: σ ed m); un numero minimo di parametri, quindi, col risultato notevole di una perfetta aderenza dei dati calcolati ai dati osservati.

Il calcolo di $\pi(M, \lambda)$, per i diversi valori di M e di λ , è facile ed immediato.

Il nostro problema, in conclusione, consiste nel:

1) rilevare i dati necessari: *a)* frequenza dei sinistri; *b)* distribuzione dei sinistri secondo l'ammontare del danno provocato;

2) rappresentare analiticamente la predetta distribuzione con l'equazione [29].

Rilevata la frequenza dei sinistri, cioè $\frac{n}{N}$, e determinati, con un qualsiasi metodo di interpolazione, i valori dei parametri α e c (ovvero: σ ed m), che compaiono nella predetta equazione [29], avremo tutti gli elementi per risolvere compiutamente e razionalmente il problema oggetto di questa rapidissima memoria.



Corporate Heritage
& Historical Archive

CONSIDERAZIONI SULL'ASSICURAZIONI DEI RISCHI TARATI

PROF. PAOLO MEDOLAGHI

della R. Università di Roma

I.

L'assicurazione sulla vita umana, con l'estensione ai rischi aggravati, affronta uno dei compiti socialmente più alti e tecnicamente più difficili, un compito la cui importanza non può essere misurata soltanto con criteri finanziari, e in base al numero di coloro ai quali è aperta per tal modo la via della previdenza.

Le cure poste dalle imprese per sviluppare questo genere di operazioni hanno già ottenuto notevoli risultati, ma è evidente che esiste tuttora un sensibile divario nell'apprezzamento del rischio tra coloro che assicurano e coloro che vorrebbero essere assicurati.

In nessun altro campo dell'assicurazione l'incontro tra la domanda e l'offerta avviene con tanta difficoltà; delle proposte presentate soltanto una parte che oscilla tra i limiti più disparati, discendendo in Italia, p. es., in alcuni anni fino al 56 %, è accettata, e delle accettate soltanto una parte che di rado supera il 65 % e spesso scende sotto il 50 % si traduce in contratti definitivi, cosicchè le polizze emesse rappresentano in generale

meno della metà delle proposte di assicurazione, come risulta dai seguenti dati :

Finlandia (1920-1935)	41,9 %
Svezia (1915-1935).	48,5 %
Norvegia (1917-1934)	53,6 %
Germania (Münchener Rück.)	31,7 %
Italia (1934-1939)	30,8 %

Nemmeno questo così ridotto contingente resta fedele all'assicurazione ; le decadenze, più frequenti che nella assicurazione ordinaria, ne assottigliano ancora più il numero e sono naturalmente i rischi migliori che si allontanano.

La eloquenza di questi fatti ha già indotto in molti casi le imprese a rivedere le condizioni di polizza e le tariffe, ma il processo di revisione sarebbe certamente più rapido e fruttuoso se potesse essere fondato su statistiche che illustrino i fenomeni di autoselezione e di antiselezione che si manifestano tra la massa degli assicurati, e le leggi di mortalità per le singole classi di rischio, e se potessero essere riveduti alcuni criteri di classificazione che non sembrano fondati su convincenti basi statistiche.

Alludo principalmente al criterio in base al quale le tare si distribuiscono in tre categorie secondo che presentano, in confronto alla normale, una mortalità decrescente, costante o crescente. Questo criterio fu accennato per la prima volta nel 1884 nell'Istituto degli attuari inglesi da WHITE e WHITTALL, e poi riesumato da HARDY nella sua relazione riassuntiva dei lavori presentati al Congresso internazionale degli attuari tenuto a Vienna nel 1909 (Vol. III, pag. 271); ma l'HARDY stesso riconosceva che esistono senza dubbio rischi aggravati che non rientrano nei tre tipi sopra accennati, ed in conclusione esprimeva molti dubbi sulla opportunità di una tale classificazione. Questa ha però trovato favore negli ultimi tempi presso alcuni

istituti assicuratori, nonostante le serie obiezioni mosse contro di essa (1).

Quantunque, a mio parere, una tale questione non possa oggi essere trattata in modo conclusivo per insufficienza di elementi statistici, espongo tuttavia, nell'ultima parte di questo scritto, in qual modo, per via di deduzione da alcune premesse che mi sembrano incontestabili, si giunga ad un risultato che mentre giustifica in parte, sotto l'aspetto pratico, l'attuale procedimento, ne fa intravedere la sostanziale inconsistenza teorica.

L'assicurazione dei rischi aggravati non può giovare, almeno per ora, che in assai modesta misura della propria esperienza, sia perchè troppo scarsa, sia soprattutto perchè troppo alterata dalla autoselezione e dalla antiselezione, di cui le rinunzie a perfezionare le assicurazioni già concesse e le decadenze premature non sono i soli indici.

Finchè il divario tra il numero delle proposte presentate e quello delle polizze perfezionate si conserva così grande quale è attualmente è lecito dubitare che molte siano coloro che nemmeno si presentano, e che siano appunto i rischi migliori che si astengono dal chiedere l'assicurazione, come sono certamente i migliori quelli che chiestala ed ottenutala vi rinunziano.

Così il giudizio sulla gravità del rischio risulta alterato dalla antiselezione come è stato già osservato da molti attuari e medici (CROSATO, WINTERNITZ, SMOLENSKI...), e conduce a sovrappremi eccessivi che a loro volta inducono un ulteriore aggravamento del rischio.

Queste considerazioni ci pongono dunque davanti al problema, che a me pare preliminare e fondamentale, di indagare quale sia nella massa della popolazione — e intendo riferirmi naturalmente a quella parte di essa dalla quale provengono i contingenti dell'assicurazione ordinaria sulla vita — il numero dei rischi aggravati e come vi siano rappresentate le singole classi del rischio. Soltanto mediante tale conoscenza e soltanto

(1) Anche in Italia; vedasi la discussione nel Seminario attuariale di Roma «Giornale dell'istituto italiano degli attuari» 1932, pag. 436).

confrontando il numero di coloro che potrebbero assicurarsi con il numero di coloro che effettivamente si assicurano, sarà possibile accertare come, a parità di ogni altra condizione, aderiscano alla assicurazione, con eguale o con diversa frequenza, proporzionatamente al rispettivo numero, i rischi normali ed i rischi aggravati delle diverse specie e quindi misurare la intensità dei vari fenomeni di autoselezione ed antiselezione che oggi si osservano, ed infine suggerire i provvedimenti atti a modificarli, risolvendo, dove faccia difetto, il desiderio della protezione assicurativa e ristabilendo, tra le varie qualità di rischio, l'equilibrio necessario alla stabilità dell'impresa.

Se anche infatti non ci inducesse a svolgere questo programma un preminente interesse umano e sociale, vi ci obbligherebbero ragioni tecniche in quanto la stabilità dell'assicurazione non si consegue se tutti i rischi non vi sono rappresentati in una proporzione non troppo differente dalla loro frequenza nella massa della popolazione assicurabile.

La instabilità dei rapporti è una caratteristica di tutti i rami di assicurazione nel loro inizio, ed è quì più particolarmente accentuata.

Vediamo, per esempio, nelle relazioni di molti autori che si sono occupati di questo argomento, che le brusche variazioni nelle percentuali dei rischi rifiutati tra un anno ed il successivo (1), oppure tra una parte della produzione e la rimanente (2), sono spiegate, almeno in parte, con la tendenza sviluppata tra il pubblico a presentare proposte di assicurazione per rischi delle classi più elevate.

Naturalmente anche altre cause, riferibili non alle inclina-

(1) *Consorzio Italiano rischi tarati*, relazione per l'anno 1935; O. AABAKKEN, *The insurance of under-average lives in Norway*. Atti dell'XI Congresso internazionale degli attuari, Parigi 1937, Vol. III, pag. 181; P. BERGHOLM, *Some statistical notes on the insurance of under-average lives in Sweden*. Atti come sopra, pag. 202; E. KEINÄNEN, *Statistische Untersuchung über erhöhte risiken in Finnland*. Atti come sopra, pag. 222.

(2) H. BRIX, *Statistische Untersuchungen über erhöht-gefährdete Leben*. Atti come sopra, pag. 122.

zioni del pubblico, ma ai procedimenti delle compagnie, concorrono a tali variazioni, come il ribasso dei premi, l'abbandono delle carenze o la loro limitazione, il perfezionamento degli accertamenti sanitari etc., azioni che determinano a loro volta reazioni nelle scelte del pubblico.

La stessa instabilità di rapporti si osserva nelle percentuali delle polizze perfezionate, e in quelle delle decadenze, dove la antiselezione è l'unica causa determinante. Infine anche se consideriamo i rischi non in base alla gravità, ma alla qualità delle anomalie troviamo distribuzioni instabili di frequenze, percentuali di accettazione da parte delle imprese, e di accettazioni da parte del pubblico, differenti secondo la qualità della tara, e per la stessa tara instabili nel tempo (1).

In tutta questa congerie di differenze e di variazioni l'elemento soggettivo entra con un peso maggiore che nella assicurazione ordinaria.

Ciò è forse in parte fatale, ma ogni studio deve essere posto per ridurne la importanza perchè esso è un elemento dannoso che costituisce il maggiore ostacolo all'ordinamento razionale dell'assicurazione su salde basi statistiche.

II.

Fortunatamente noi ci troviamo per raggiungere tale risultato in condizioni, sotto un certo rapporto, migliori che negli altri rami di assicurazione, nei quali è soltanto l'esperienza raccolta con l'esercizio della assicurazione stessa che può fornire gli elementi base statistici.

Alla soluzione del problema che ci siamo proposto può portare un grande aiuto la esperienza raccolta con l'assicurazione dei rischi normali. L'idea di trarre da tale esperienza elementi per lo studio dei rischi aggravati non è nuova; essa sorge spontanea dalla considerazione che tra la massa degli assicurati, sot-

(1) BRIX, *mem. cit.*, p. 124; BERGHOLM, *mem. cit.*, pag. 210; KEINÄNEN, *mem. cit.*, pag. 223.

toposti al vaglio di una selezione medica, e quindi da ritenersi inizialmente immuni da tare, queste si presentano con il progredire degli anni in numero sempre crescente e contribuiscono a determinare l'aggravamento della mortalità che è messo in evidenza dalle tavole selezionate.

Alcuni autori si sono serviti anche di dati statistici riferentisi alla popolazione generale, ma a tali dati dovrebbe essere riservata tutt'al più una funzione sussidiaria e di controllo.

Contrariamente all'opinione che prevaleva nei primi tempi di questa assicurazione, a quanto almeno si può giudicare dalle relazioni presentate al Congresso internazionale degli attuari in Vienna nel 1909, l'esperienza di questi ultimi decenni credo debba persuaderci che l'assicurazione dei rischi tarati non può trovare in se stessa, almeno per ora, gli elementi statistici su cui costruire la propria tecnica, ma può trovarli soltanto nelle statistiche mediche ed in parte anche nelle statistiche della assicurazione ordinaria opportunamente predisposte. Di queste appunto mi occupo nel presente lavoro.

Le relazioni che collegano i quozienti delle tavole di sopravvivenza selezionate con i tassi di mortalità dei rischi aggravati sono semplici e di facile deduzione; alcune sono state già dedotte ed altre saranno qui indicate, ma prima è necessario che io esponga sotto quale punto di vista, differente da quello degli autori che hanno precedentemente trattato lo stesso argomento, esso è qui considerato.

La separazione tra rischi normali e rischi tarati non è netta, nè può esserlo, come non può esserlo quella tra rischi accettati a condizioni aggravate e rischi rifiutati, ma ogni trattazione teorica sarebbe impossibile se non prescindessimo dalle incertezze che si presentano nelle zone di confine e che la scienza medica potrà forse ridurre.

Dobbiamo considerare la nozione di rischio aggravato come una nozione precisa, interpretata in ogni singolo caso dal giudizio medico, che ammettiamo guidato da criteri invariati nel tempo.

Poste queste premesse possiamo parlare della nascita di un rischio aggravato quando un individuo, precedentemente giudicato normale, viene dal medico riconosciuto aggravato, e poichè al concetto di nascita si associa quello di età, potremmo parlare anche dell'età dei rischi; ma per non ingenerare confusione con l'età dell'assicurato si userà invece la parola antidurata, a somiglianza di quanto si fa per i rischi normali.

Già oggi nella pratica assicurativa si ragiona di rischi a mortalità crescente, decrescente o costante, e con ciò si riconosce, pur traendone deduzioni forse eccessive, che una gradualità accompagna ogni rischio nel suo cammino dalla nascita fino alla morte, e lo differenzia, per tratti più o meno lunghi di tempo, sempre più o sempre meno, o sempre nella stessa misura dalla mortalità di un rischio normale.

La mortalità di un rischio aggravato è dunque caratterizzata ad ogni istante dalla specie, dall'età dell'assicurato, e dall'antidurata della tara; rischi aggravati che hanno in comune queste tre caratteristiche costituiscono rispetto alla probabilità di morte un gruppo che possiamo considerare omogeneo allo stesso modo come si considera omogeneo un gruppo di rischi normali coetanei, e quindi si può introdurre per un tale gruppo il concetto della probabilità di morire in un anno, e, come pei rischi normali, si può considerare la mortalità, per ciascuna specie di tara, come funzione di due variabili, l'età dell'assicurato e l'antidurata della tara stessa.

Poichè questo è un punto di fondamentale importanza, e sul quale a mio parere l'attenzione degli attuari non si è fermata abbastanza, non sarà inutile che io esponga da quali ragioni sono condotto a precisare nel modo sopraindicato il concetto di gruppo omogeneo, in contrapposto ad altre vedute accolte spesso nella pratica.

Quando si parla di rischi aggravati il pensiero ricorre di solito ad una causa principale di aggravamento, anche se insieme a questa concorrono altre cause di minore importanza. Un medico che dovesse valutare le probabilità di sopravvivenza di un

individuo terrebbe conto naturalmente nel suo giudizio soggettivo e sintetico di tutte le circostanze favorevoli e sfavorevoli che cadono sotto la sua osservazione, ma è evidente che una tale valutazione è tipicamente soggettiva. L'altro procedimento, americano, che consiste nell'attribuire un peso, rappresentato da un coefficiente statistico, ad ogni circostanza favorevole o sfavorevole, e nel sommare i vari pesi positivi e negativi per dedurre la misura del rischio, è per lo meno altrettanto poco soddisfacente, sia perchè presuppone la indipendenza dei vari fattori, sia perchè la sopramortalità (o sottomortalità) dipendente da ogni singolo fattore non può essere rappresentata da un solo numero, ma da una funzione dell'età.

D'altra parte, mentre non sarebbe ragionevole pretendere nella graduazione dei rischi tarati una precisione maggiore di quella che è ritenuta sufficiente nella assicurazione dei rischi normali, deve, come per questa, adottarsi un procedimento che permetta di apprezzare il grado di approssimazione, ed anche per tale ragione si deve evitare che l'attribuzione ad una classe di rischio sia fatta in base a giudizi soggettivi.

Per queste considerazioni, fino a che non sia dimostrato statisticamente che assicurati i quali presentano la stessa causa principale di aggravamento, la stessa età e la stessa antidurata della tara, possono presentare normalmente probabilità di mortalmente divergenti da rendere tecnicamente e praticamente inammissibile la loro inclusione in una stessa classe di rischio, fino a che una tale dimostrazione non sia stata data (e non mi consta che ciò sia avvenuto finora) ritengo preferibile, ad ogni altro procedimento, quello che consiste nel costituire le classi di rischio considerando, nei confronti della sola causa principale di aggravamento, le tre caratteristiche specie, età, antidurata della tara, senza tener conto delle tare secondarie.

Le conseguenze pratiche di una tale direttiva potrebbero essere importanti: invece di chiedere al medico un apprezzamento sulla mortalità futura dell'assicurato in base al complesso delle sue constatazioni ed alla sua impressione personale po-

trebbe essergli chiesto soltanto un giudizio sulla antidurata della tara, giudizio che potrebbe essere messo a riscontro con le dichiarazioni dell'assicurato stesso e con altri possibili modi di accertamento.

III.

Il complesso di rischi aggravati che si costituisce nel seno della assicurazione ordinaria dei rischi normali può essere studiato per mezzo di tavole selezionate, purchè protratte per tutta la durata della assicurazione, e compilate tenendo conto, ciò che è possibile, di tutti i principali elementi che disturbano gli effetti della selezione medica.

Diverso è il modo di considerare le tavole selezionate sia che vediamo in esse un elemento della tecnica dei rischi normali sia che pensiamo invece di utilizzarle per l'assicurazione dei rischi aggravati.

La scarsa utilizzazione che si fa nella pratica della assicurazione ordinaria delle tavole selezionate non incoraggia certo gli attuari ad approfondire e perfezionare i metodi di rilevazione, a studiare, per esempio, l'andamento della mortalità per tutta la durata della assicurazione. Le tavole considerano perciò generalmente le antidurate fino a 5 o 10 anni, non già perchè le conseguenze della selezione medica cessino dopo 5 o 10 anni, ma perchè le differenze che potrebbero essere rilevate dopo tale periodo di tempo non hanno praticamente alcuna importanza nell'assicurazione dei rischi normali.

Per misurare la selezione si assume ordinariamente come termine di confronto la mortalità terminale (cioè quella che risulta tenendo conto soltanto degli anni di assicurazione a partire dal 6^o o dall'11^o) o la mortalità aggregata, in ambedue i casi quindi una mortalità che dipende dalla distribuzione delle antidurate; non può far meraviglia che, a seconda del materiale statistico adoperato, la influenza della selezione appaia talvolta superiore a dieci anni, e talvolta molto inferiore, nè può escludersi che tali differenze, oltre che alla diversa qualità delle

clientele, e al diverso rigore delle visite mediche, siano anche da riferire in parte ai metodi di rilevazione.

Ad ogni modo che la selezione prolunghi i suoi effetti oltre il periodo al quale ordinariamente si arrestano le tavole selezionate lo dimostrano le indagini statistiche compiute senza la preoccupazione utilitaria e si deduce anche considerando che una selezione limitata p. es. a 10 anni implica l'una o l'altra di queste due conseguenze, entrambe inammissibili, che cioè entro un periodo di 10 anni o tutti i rischi aggravati siano eliminati per morte, o tutti siano ritornati normali (1).

Come caso tipico si può ricordare la indagine sulla mortalità compiuta in base alla esperienza 1895-1906 dalle 17 compagnie svedesi: tale indagine, intrapresa con il proposito iniziale di limitare la selezione a 10 anni, dovette essere prolungata per tutto il periodo dei contratti onde evitare una troppo grande deformazione dei risultati statistici, deformazione posta in evidenza dal confronto con le tavole dedotte dalla stessa esperienza, ma graduate limitando, per ragioni di praticità, la selezione a 10 anni (2).

Un altro elemento di cui si deve tener conto è la progressiva diminuzione della mortalità generale negli ultimi decenni. Se questa può essere trascurata quando dalle osservazioni raccolte per un periodo di osservazioni relativamente breve, per esempio, due o tre decenni, si vuol dedurre una tavola di mortalità aggregata, ben diverso è il caso quando si debbono costruire le tavole selezionate. Come è stato più volte avvertito, la diminuzione della mortalità generale nasconde in parte gli effetti della selezione che si opera con le visite mediche. Per persuadersene basta osservare che quando si deducono dalle osservazioni i quozienti

$$Q[x + t] \quad Q[x] + t$$

(1) B. DRACHMANN, *Einfach- und doppelt-abgestufte Sterbetafeln*. Atti del X Congresso internazionale degli attuari. Roma, 1934, Vol. II, p. 170.

(2) P. MATTSON, *Mortality in industrial life insurance*. *Liförsäkrings Aktiebolaget De Förenade*, Stockholm 1933, pag. 102 e segg.

si prendono in considerazione due gruppi di dati statistici, dei quali quelli del primo gruppo sono raccolti su tutto il periodo di osservazione e quindi anche su elementi recenti i quali beneficiano del miglioramento delle condizioni generali, mentre per il secondo gruppo i dati sono raccolti su osservazioni che risalgono a t o più anni addietro.

È evidente che le alterazioni sono tanto maggiori quanto più grande è il periodo sul quale si estendono le osservazioni.

Dell'ordine di grandezza di tali alterazioni ci danno una idea gli esempi numerici ricavati da HÖCKNER sulle tavole di mortalità della Società di assicurazioni di Lipsia (1); risulta, per esempio, che una diminuzione di 22 anni nel periodo di osservazione porta nelle antidurate fino a 3 anni un aumento della selezione, o per meglio dire mette in evidenza una parte della selezione che era rimasta occultata nel periodo di osservazione più lungo e che raggiunge il 30 %. È molto probabile che non soltanto la intensità, ma anche la durata della selezione ci appaia ridotta a causa della diminuzione della mortalità generale. Questa è inoltre responsabile di alcune anomalie che si osservano nelle tavole selezionate, quando nello stesso gruppo di esposti al rischio per il calcolo dei tassi di mortalità si confondono anni di vita vissuta in tempi cronologicamente troppo distanti.

Quando sieno riunite negli stessi gruppi di esposti al rischio osservazioni raccolte su contratti di diverse specie e di diversa durata è ovvio che la composizione del gruppo, crescendo il numero degli anni di osservazione, resta alterata, e la conseguenza può essere o l'apparizione di una selezione spuria, o l'occultazione di quella effettiva.

Il primo caso si verifica secondo MATTSON, nella esperienza raccolta dalle 17 compagnie svedesi per il 1895-1906 per la graduale estinzione, con il crescere delle antidurate, delle polizze miste ed il prevalere, nella composizione degli esposti al rischio, delle polizze vita intera. È evidente che tali inconvenienti pos-

(1) G. HÖCKNER, *Einfach und doppelt abgestufte Sterbetafeln*. Atti del X Congresso internazionale degli attuari, Roma 1934, Vol. II.

sono essere evitati raccogliendo le osservazioni distintamente per i principali tipi di operazioni.

La antiselezione che nella assicurazione ordinaria dei rischi normali ha due sole manifestazioni, nella scelta del tipo di contratto da parte degli assicurati e nelle eliminazioni anormali, è probabilmente influenzata dalla selezione e a sua volta ne perturba forse gli effetti, ma si tratta di azioni e reazioni problematiche, di cui non possiamo con le attuali esperienze misurare gli effetti.

IV

Prima di considerare le singole tare conviene esaminare la mortalità complessiva dei rischi tarati costituiti entro l'assicurazione ordinaria. Tale mortalità risulta dalla media delle mortalità delle singole tare, a ciascuna delle quali viene attribuito implicitamente un peso eguale alla sua frequenza relativa. Questo peso a sua volta dipende dalle probabilità che una persona assicurata come rischio normale ad una data età x ha di presentare ad una età successiva $x + t$ un aggravamento del rischio per la tara stessa.

La frequenza con la quale tra gli assicurati ordinari si sviluppano le singole tare si può considerare indipendente dai fenomeni di antiselezione; per lo meno essa presenta un carattere di stabilità maggiore, una maggiore indipendenza dalle scelte degli assicurati che non la frequenza con la quale aderiscono alla assicurazione le varie specie di rischi tarati. Tutt'al più può influire sulla media la qualità della produzione raccolta, ma quando le imprese di assicurazione sulla vita riuniscono la propria esperienza per lo studio della mortalità e la statistica quindi comprende tutti gli assicurati a condizioni normali, le modificazioni che con il tempo intervengono nel reclutamento degli assicurati non possono essere che lente e la loro importanza per la nostra ricerca è trascurabile; sicchè in definitiva ci è lecito ammettere che ciascuna tara sorga, entro l'as-

sicurazione ordinaria, con una frequenza relativa costante nel tempo.

Tale frequenza sarebbe eguale a quella rilevabile statisticamente nella totalità della popolazione se la categoria degli assicurati sulla vita ne fosse un campione nel senso statistico di tale parola, ma ciò generalmente non è; perciò non possiamo valerci se non in casi speciali, delle statistiche relative alla popolazione generale.

Le relazioni che collegano i valori delle tavole di sopravvivenza selezionate con i tassi di mortalità dei rischi aggravati sono state già dedotte in parte da DRACHMANN e INSOLERA (1), prescindendo però dalla antidurata delle tare. Per le necessità di questa esposizione nel riportare in questo paragrafo le relazioni di cui farò uso in seguito accenno anche brevemente come vi si perviene.

Siano l_x rischi normali assicurati all'età x . Dopo t anni sopravvivono $l_{[x]+t}$ assicurati di cui $l_{[x]+t}^{(n)}$ normali ed $L_{[x]+t}^{(a)}$ aggravati. Abbiamo

$$l_{[x]+t} = l_{[x]+t}^{(n)} + L_{[x]+t}^{(a)}$$

Il simbolo $L_{[x]+t}^{(a)}$ non rappresenta un gruppo omogeneo di rischi; esso sta ad indicare il numero di tutti i rischi aggravati di età $x + t$ provenienti da $l_{[x]}$ rischi normali all'età x , e perciò comprende tanto le tare sorte all'età $x + t$ quanto le tare sorte tra l'età x e l'età $x + t$, e cioè non soltanto tare di diversa specie, ma anche, entro la stessa specie, tare di diversa antidurata e quindi di diversa gravità. Il simbolo $l_{[x]+t}^{(a)}$ sarà invece riserbato per indicare il gruppo omogeneo costituito dai rischi

(1) DRACHMANN, *On the Elements of the select Mortality Table*. «Skandinavisk Aktuarietidskrift», 1922; *Einfach- und doppelt-abgestufte Sterbetafeln*, Atti del X Congresso internazionale degli attuari. Roma, 1934, Vol. II, pag. 167; F. INSOLERA, *Sulla mortalità degli assicurati in rapporto alla mortalità generale della popolazione*, Atti del Congresso internazionale per gli studi della popolazione. Roma, 1934, Vol. VII, pag. 737.

aggravati di età $x + t$, provenienti da $l_{[x]}$ rischi normali all'età x , diventati aggravati all'età $x + 1$; sicchè sarà sempre

$$l_{[x]+t}^{(x)} < L_{[x]+t}^{(x)}$$

Gli assicurati normali sono soggetti come tali a due cause di eliminazione, la morte e l'aggravamento del rischio, per effetto del quale passano nella categoria dei rischi tarati; questi ultimi sono soggetti soltanto alla eliminazione per morte.

Se conveniamo di indicare con β_x la probabilità che un assicurato, selezionato all'età x , e sopravvivate all'età $x + 1$, si conservi a questa età tale che, se fosse nuovamente sottoposto a visita medica, sarebbe ancora accolto a condizioni normali, si hanno le relazioni:

$$[1] \quad \left\{ \begin{array}{l} l_{[x]+1}^{(n)} = l_{[x]+1} \cdot \beta_x \\ l_{[x]+1}^{(a)} = l_{[x]+1} (1 - \beta_x) \end{array} \right.$$

In pratica potrà convenire di riferirsi non all'anno, come unità di tempo, ma al biennio o al triennio, perchè il fattore $1 - \beta_x$ che esprime la probabilità, per i sopravvivalenti dopo una unità di tempo dalla stipulazione della polizza, di essere tarati è evidentemente tanto più piccola quanto più piccola è l'unità di tempo prescelta. Perciò anche nel seguito alla parola *anno* si potrà intendere sostituita l'espressione *unità di tempo opportunamente scelta in relazione alle esigenze statistiche*.

La probabilità per un assicurato normale entrato all'età x di sopravvivere all'età $x + t$ è data da $\frac{l_{[x]+t}}{l_{[x]}}$; una seconda espressione della stessa probabilità si ottiene considerando che degli $l_{[x]+1}$ sopravvivalenti all'età $x + 1$, ve ne sono $l_{[x]+1}^{(n)}$ normali, i quali si possono perciò considerare come selezionati all'età $x + 1$, ed $l_{[x]+1}^{(a)}$ tarati. Si ha quindi:

$$\frac{l_{[x]+t}}{l_{[x]}} = \frac{l_{[x]+1}^{(n)}}{l_{[x]}} \frac{l_{[x+1]+t-1}}{l_{[x+1]}} + \frac{l_{[x]+1}^{(a)}}{l_{[x]}} \frac{l_{[x]+t}^{(a)}}{l_{[x]+1}^{(a)}}$$

da cui si ricava (1), tenendo presente le [1]:

$$[2] \quad \left\{ \begin{array}{l} {}_{t-1} p_{[x]+1}^{(a)} = \frac{1}{1 - \beta_x} \left[{}_{t-1} p_{[x]+1} - {}_{t-1} p_{[x+1]} \cdot \beta_x \right] \\ q_{[x]+t}^{(a)} = \frac{{}_{t-1} q_{[x]+1} - {}_{t-1} q_{[x+1]} \cdot \beta_x}{{}_{t-1} p_{[x]+1} - {}_{t-1} p_{[x+1]} \cdot \beta_x} \end{array} \right.$$

Si vede da queste relazioni che quando si abbiano le tavole selezionate complete per i rischi normali, e si conosca la funzione β_x cioè la probabilità di essere tarato all'età $x + 1$ dopo essere stato selezionato all'età x , si possono costruire le tavole a doppia entrata che rappresentano la mortalità dei rischi tarati in funzione della età raggiunta e della antidurata della tara.

V.

Se il materiale statistico che ha servito per costruire le tavole selezionate complete è utilizzato anche per la classificazione delle morti secondo la causa da cui esse dipendono, si può applicare un procedimento analogo a quello or ora indicato anche allo scopo di cercare la probabilità per un rischio aggravato generico di morire per una determinata causa di morte.

I dati forniti dalla statistica sono:

$e_{[x]+t}$ = numero degli assicurati di età $x + t$, e antidurata t , esposti al rischio di morte tra la età $x + t$ ed $x + t + 1$,

$d_{[x]+t}$ = numero delle morti verificatesi tra gli $e_{[x]+t}$ assicurati, nell'intervallo d'età tra $x + t$ ed $x + t + 1$,

$h_{[x]+t}^{(i)}$ = numero delle morti verificatesi per la causa i , e comprese tra le $d_{[x]+t}$ di cui sopra.

Poniamo:

$$q_{[x]+t}^{(i)} = \frac{h_{[x]+t}^{(i)}}{e_{[x]+t}}, \quad q_{[x]+t}^{(-i)} = \frac{d_{[x]+t} - h_{[x]+t}^{(i)}}{e_{[x]+t}}$$

(1) Una relazione analoga alla seconda delle (2), ma di significato diverso; si trova nella memoria di DRACHMANN, *Einfach- und doppelt-abgestufte etc.*, già citata.

Le variazioni che si verificano nell'intervallo di età tra $x + t$ ed $x + t + 1$ fra gli esposti al rischio possono essere per $t > 0$ soltanto eliminazioni dovute ad una delle seguenti cause: a) morte, b) raggiungimento dell'età terminale della polizza, c) eliminazioni anormali per riscatti, decadenze, etc. Si può ammettere, in prima approssimazione, che le eliminazioni per le cause b) e c) non influiscano sui rapporti che andremo ad esaminare.

Per quanto riguarda la causa b) tale ipotesi è perfettamente plausibile se le osservazioni si riferiscono a polizze dello stesso tipo, ma anche per la causa c) la ipotesi è accettabile data la poca importanza che in generale si attribuisce alla antiselezione dipendente dalle eliminazioni anormali. Possiamo quindi considerare il rapporto ${}_t q_{[x]+t}^{(i)}$ come espressione empirica della probabilità per un assicurato di età $x + t$ ed antidurata t di morire entro l'anno per la causa i .

La probabilità per una persona assicurata come rischio normale all'età x di morire tra le età $x + t$ ed $x + t + 1$ per la causa i è:

$$[3] \quad {}_t q_{[x]}^{(i)} = \frac{l_{[x]+t}}{l_{[x]}} q_{[x]+t}^{(i)}$$

Si può trovare di questa probabilità un'altra espressione ricordando che gli $l_{[x]}$ assicurati sono ridotti dopo un anno ad $l_{[x]+1}$ di cui $l_{[x]+1}^{(n)}$ ancora normali (e che perciò si possono considerare selezionati all'età $x + 1$) ed $l_{[x]+1}^{(a)}$ tarati. Si ha così, dopo alcune ovvie riduzioni:

$$[4] \quad \frac{l_{[x]+t}}{l_{[x]+1}} q_{[x]+t}^{(i)} = {}_{t-1} q_{[x]+1}^{(i)} \beta_x + {}_{t-1} q_{[x]+1}^{(ai)} (1 - \beta_x)$$

dove ${}_{t-1} q_{[x]+1}^{(ai)}$ sta ad indicare la probabilità per un rischio aggravato generico sorto all'età $x + 1$ di morire per la causa i nell'intervallo di età tra $x + t$ ed $x + t + 1$. Dalle (2) e (3) si ricava la probabilità $q_{[x]+1}^{(ai)}$ per un rischio aggravato generico di età $x + t$ ed antidurata $t - 1$ di morire per la causa i tra $x + t$ ed $x + t + 1$.

$$q_{[x]+t}^{(ai)} = \frac{l_{[x]+1}^{(a)}}{(1 - \beta_x) l_{[x]+t}^{(a)}} \left[l_{[x]+t}^{(i)} q_{[x]+t}^{(i)} - {}_{t-1}q_{[x]+1}^{(i)} \beta_x \right]$$

che si può mettere sotto la seguente forma :

$$[5] \quad q_{[x]+t}^{(ai)} = \frac{{}_{t-1}q_{[x]+1}^{(i)} - {}_{t-1}q_{[x]+1}^{(i)} \beta_x}{{}_{t-1}p_{[x]+1} - {}_{t-1}p_{[x]+1} \beta_x}$$

che per $t = 1$ diventa :

$$[6] \quad q_{[x]+1}^{(ai)} = \frac{1}{1 - \beta_x} \left[q_{[x]+1}^{(i)} - q_{[x]+1}^{(i)} \beta_x \right]$$

VI.

Per raggiungere lo scopo finale di questa ricerca, che è quello di dedurre dalle tavole selezionate le tavole di sopravvivenza per le diverse specie di rischi tarati, graduate secondo l'età e l'antidurata della tara, occorre ancora conoscere: a) quale è la probabilità per un rischio tarato generico sorto entro l'assicurazione normale di essere aggravato per una tara determinata, b) quale è la relazione che lega le singole tare con le singole cause di morte.

Occupiamoci anzitutto di questo secondo argomento. Molte sono le tabelle di contingenza, tratte dalle più svariate esperienze, che ci fanno conoscere il numero delle morti in base al doppio criterio di classificazione delle tare e delle cause di morte (1), e tutte mettono naturalmente in evidenza la stretta connessione che esiste fra le tare e le cause di morte, ma esse non possono essere utilizzate per le determinazioni quantitative che ci occorrono, perchè non tengono conto delle età e delle antidurate. Non può quindi far meraviglia che per tale ragione,

(1) Per le statistiche della Banca di Gotha, per quelle del Comitato scandinavo e per quelle della Società di riassicurazione di Monaco si può vedere A. BERGER, *Die Prinzipien der Lebens-Versicherungstechnik*, Berlin, Springer, 1925, Vol. II, pag. 152-160. BERGHOLM, *mem. cit.*, pag. 218; KEINÄNEN, *mem. cit.*, p. 263; BRIX, *mem. cit.*, pag. 131.

e probabilmente anche per i diversi criteri di classificazione, i risultati presentino notevoli discordanze. Così per la tubercolosi si ha dalle statistiche svedesi (BERGHOLM) che sopra 248 tarati per tubercolosi pei quali fu accertata la causa di morte questa è risultata essere la tubercolosi in 141 casi (57 %) ed altra malattia in 107 casi. Invece dalle statistiche finlandesi (KEINÄNEN) sopra 559 tarati per tubercolosi la causa di morte è risultata essere la tubercolosi in 431 casi (77 %) ed altra malattia in 128 casi. Per gli assicurati che presentavano tare nel sistema cardiovascolare, e di cui fu accertata la causa di morte, questa è risultata essere attinente alla tara in 116 casi su 219 (53 %) nelle statistiche svedesi, in 168 casi su 366 (46 %) in quelle finlandesi, in 313 su 543 (57.6 %) nelle germaniche (società di riassicurazione di Monaco).

Nel complesso delle morti verificatesi fra rischi tarati quelle in cui la causa di morte risultò attinente alla tara fu, secondo le statistiche di KEINÄNEN, di 865 su 1607 (il 54 %) e secondo quelle del Consorzio italiano dei rischi tarati, in base alla esperienza del 1932-1936 di 79 su 135 (il 58 %), comprendendo però nelle 79 unità anche i casi in cui la morte fu dovuta a causa *probabilmente* attinente alla tara, e quelli in cui la tara ha *influito sfavorevolmente*.

Il significato di questi rapporti non può essere apprezzato convenientemente a causa della loro interdipendenza, se non quando si considerino nelle relazioni reciproche, e se non quando se ne faccia il raffronto con gli analoghi rapporti che si riscontrano per i rischi normali, sui quali è anche possibile studiare la influenza dell'età e della antidurata.

Ho raccolto nel seguente prospetto alcune percentuali ricavate dalle statistiche dell'Istituto nazionale delle assicurazioni e da quelle di alcune Società svedesi. Ho considerato, a titolo di esempio, solo le morti dovute a malattie del sistema circolatorio, e le percentuali contenute nel prospetto indicano il rapporto tra le morti dovute a tali malattie e il numero complessivo delle morti dovute a qualsiasi causa.

Campo di osservazioni statistiche	Età				
	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69
Istituto nazionale delle assicurazioni :					
<i>a)</i>	4.4	6.3	11.6	16.7	21.8
<i>b)</i>	2.1	7.7	12.8	15.3	23.4
<i>c)</i>	4.8	7.7	11.4	14.8	17.8
De Forenade :					
<i>a)</i>	4.6	5.2	6.9	18.1
<i>b)</i>	4.2	6.8	10.8	13.1	20.8
Pensionsbolaget	4.	6.7	7.3	16.3
Thule	4.9	10.8	26.3	38.8	49.3

Per l'Istituto nazionale delle assicurazioni i dati riguardano i sinistri verificatisi nel quinquennio 1932-36. Essi sono ottenuti assumendo come unità di rischio le persone fisiche; i dati della linea *a)* si riferiscono al portafoglio diretto delle assicurazioni ordinarie e collettive con visita medica, quelli della linea *b)* al portafoglio diretto delle assicurazioni ordinarie e collettive senza visita medica, e quelli della linea *c)* al portafoglio delle assicurazioni popolari.

Le statistiche della « De Förenade », che è l'istituto sorto in Svezia, con il concorso di alcune tra le principali società di assicurazione sulla vita, per l'esercizio delle assicurazioni popolari, riguardano assicurati delle classi più modeste, accettati di regola senza visita medica. I dati si riferiscono al sesso maschile, quelli della linea *a)* riguardano il periodo 1914-1921, quelli della linea *b)* il periodo 1921-1928.

Anche i dati della « Allmänna Pensionsförsäkringsbolaget », istituto che raccoglie assicurazioni di un tipo meno popolare, ma anch'esse prevalentemente senza visita medica, si riferiscono ad assicurati di sesso maschile; il periodo considerato è il 1900-1923.

Infine i dati della « Thule » si riferiscono al sesso maschile, e ad assicurazioni ordinarie, con visita medica; il periodo di osservazione è il decennio 1922-1931; è importante notare che la statistica considera soltanto gli anni di assicurazione dal 6° in poi; non sono quindi compresi gli anni in cui gli effetti della selezione medica sono più sensibili, e questo spiega l'andamento completamente diverso della mortalità (1). Fra le altre statistiche si riscontra una concordanza notevole, quando tra l'altro si osservi che: 1) i dati sono graduati soltanto in base all'età e non anche alla antidurata della assicurazione; 2) che non si è potuto tener conto della influenza dovuta alle condizioni di polizza (distribuzione dei contratti secondo i vari tipi, e le varie durate, e soprattutto *carenze*); 3) che in alcune statistiche la unità di rischio è la persona fisica (I.N.A. e « Pensionsbolaget »), in altre è la polizza (« De Förenade »); 4) che il periodo cui si riferiscono le esperienze delle « De Förenade » (a) e Pensionsbolaget comprende la grande epidemia influenzale del 1918. Comunque la concordanza, anche a prescindere dal maggior grado cui potrebbe essere portata da statistiche più accurate, è tale da giustificare l'assunto accennato al n. IV circa la relativa stabilità dei rapporti tra le frequenze delle varie specie di tare sviluppantesi, nel corso dei contratti, tra gli assicurati a condizioni normali.

Una ricerca interessante, disgraziatamente fondata sopra un numero scarso di osservazioni, è quella compiuta da LANGE NIELSEN (2) sulla esperienza 1920-1925 delle compagnie norvegesi e riferita alle tare che presentano una minore gravità, escludendo quindi le forme aggravate che fanno capo alla « Norske Folk ».

(1) Per le statistiche dell'Istituto nazionale delle assicurazioni i dati sono ricavati dalla Relazione sull'andamento della gestione nel quinquennio 1932-1936, pag. 129, 144, 148.

Per le statistiche della « De Förenade » e della « Pensionsbolaget » dalla pubblicazione già citata della « De Förenade » (1933), pag. 81, 84.

Per le statistiche della « Thule » dalla pubblicazione in occasione del sessantennio di vita della Società [1872-1932], Stockholm 1933, pag. 17.

(2) LANGE NIELSEN, *The Mortality within some groups of substandard Risks* « Skandinavisk Aktuarietidskrift », 1931, pag. 49 e segg.

Egli considera quattro classi di rischio :

classe 0 - rischi normali,

- » 1 - persone che hanno avuto fratelli morti per tubercolosi,
- » 2 - persone che furono ammalate di pleurite o per altri indizi presentano un rischio aggravato di tubercolosi,
- » 3 - persone che presentano indicazioni sfavorevoli a carico del sistema cardio vascolare,

in corrispondenza alle quali pone le seguenti cause di mortalità :

per le classi 1 e 2 la tubercolosi,

per la classe 3 le malattie dell'apparato circolatorio.

In ognuna delle classi 1, 2, 3 le morti sono classificate secondo gruppi di età e secondo che provengono dalla rispettiva causa aggravante, o da altra causa. Per la classe 0 la classificazione delle morti è pure fatta per gruppi di età e per ciascuna delle cause aggravanti. I rapporti che se ne ricavano sono riassunti nel prospetto seguente :

Classi di rischio	Tassi annui di mortalità moltiplicati per 1000		Rapporto tra i tassi di mortalità per rischi aggravati e quelli per rischi normali	
	per la causa aggravante	per le altre cause	rispetto alla causa aggravante	rispetto alle altre cause (rapporto di Pedersen)
Classe 1 :				
tavola aggregata . .	2.98	4.99	1.78	0.95
primi 5 anni di assi- curazione	3.39	3.17	1.97	0.87
Classe 2 :				
tavola aggregata . .	3.79	6.97	2.25	1.32
primi 5 anni di assi- curazione	4.22	3.04	2.45	0.83
Classe 3 :				
tavola aggregata . .	5.99	8.85	8.68	1.41
Classe 0 :				
tavola aggregata . .	1.68 (t. b. c.)	5.25 (non t.b.c.)	—	—
primi 5 anni di assi- curazione	1.72 (t. b. c.)	3.66 (non t.b.c.)	—	—
tavola aggregata . .	0.69 (app. circol.)	6.25 (non app. cir.)	—	—

Quello che a noi maggiormente interessa nel prospetto sono i dati dell'ultima colonna, in quanto possono costituire una conferma della ipotesi di PEDERSEN. È noto che secondo questa ipotesi, adottata dal comitato delle compagnie svedesi, costituito nel 1918 dalle imprese di assicurazione sulla vita per lo studio statistico dei rischi aggravati, in corrispondenza ad ogni classe di rischi aggravati esiste una causa di morte, o un gruppo di cause di morte, la cui probabilità, in quanto espressa dai tassi annui di mortalità, è maggiore che pei rischi normali, mentre per tutte le altre cause di morte la probabilità, espressa dai tassi annui, è eguale a quella dei rischi normali.

Oltre che nelle statistiche del comitato svedese, questa ipotesi ha trovato gli studi di BRAUN una sufficiente conferma (1); probabilmente la sua attendibilità non è eguale per tutte le tare; essa è certamente abbastanza vicina al vero rispetto alle tare che hanno rapporto con la tubercolosi, sulle quali è stato portato a preferenza lo studio nei paesi scandinavi, mentre probabilmente lo è meno per altre tare. Riprendendo a considerare i numeri dell'ultima colonna nel prospetto ricavato dalla memoria di LANGE NIELSEN si osserva che essi sono inferiori ad uno per la prima classe e superiori ad uno per la terza; ma si deve tener presente che i rapporti non sono calcolati su termini perfettamente omogenei in quanto nelle classi 1 e 2 gli elementi giovani e nella classe 3 gli anziani hanno un peso maggiore che nella classe dei rischi normali. Un'altra osservazione che vien suggerita dal prospetto è che il tasso di mortalità per la causa aggravante è nei rischi tarati maggiore per le polizze con anti-durata fino a 5 anni che per il complesso di tutte le polizze, al contrario di quanto si osserva nei rischi normali, il che costituisce conferma di quanto già risulta per altre indagini, che cioè non esistono tare con sopramortalità indefinitamente crescente.

Le considerazioni che seguono si riferiscono alle tare per le quali è soddisfatta la ipotesi di PEDERSEN. Consideriamo una di

(1) BERGER, *op. cit.*, pag. 157.

tali tare, per esempio una di quelle corrispondenti alle classi di rischio in cui si ripartisce la tubercolosi; e supponiamo di avere osservato che tra gli $l_{[x]} - l_{[x]+1}$ assicurati che muoiono tra l'età x ed $x + 1$, ve ne siano $n_x^{(i)}$ morti per tubercolosi. Poichè vogliamo supporre che al momento della visita iniziale nessuna tara sia sfuggita all'occhio sagace del medico, si deve necessariamente ammettere che, ad un certo momento, nell'intervallo di tempo considerato tra x ed $x + 1$, ognuna delle $n_x^{(i)}$ persone, se fosse stata nuovamente visitata dal sanitario, sarebbe stata giudicata tarata. Si indichi con $\varphi_i(x+t)dt$ la probabilità che ciò avvenga nell'intervallo fra $x+t$ e $x+t+dt$ e cioè si indichi con $\varphi_i(x)$ la densità di probabilità di diventare tarata nella classe di rischio considerata, e si indichi infine con $q_{x,i}^{(i)}$ il tasso annuo medio di mortalità per tubercolosi per una persona di età x all'inizio della malattia. Si può scrivere allora:

$$\int_0^1 \varphi_i(x+t) q_{x+t,i}^{(i)} (1+t) dt = n_x^{(i)}$$

Poichè l'intervallo a cui si estende l'integrale è piccolo, si può, dato il grado di approssimazione di questi ragionamenti, supporre che la funzione φ_i si riduca ad una costante $h_{(i)}$ nell'intervallo tra x ed $x + 1$ (o al più sia rappresentata da una funzione ad un solo parametro). Nel primo caso posto $\varphi(x) = h_x$ si ricava

$$h_x^{(i)} = \frac{2n_x^{(i)}}{q_{x,i}^{(i)}}$$

Poichè per ipotesi la probabilità di morte per cause diverse dalla tubercolosi è eguale a quella dei rischi normali, quando si fosse riusciti a determinare statisticamente $q_{x,i}^{(i)}$ si avrebbe senz'altro il numero $l_{[x]+1,i}$ dei tarati per tubercolosi fra gli $l_{[x]+1}$ sopravvivenuti.

La formazione della tavola di sopravvivenza per le successive

età di questi $l_{[x]+1, i}$ sopravviventi tarati non presenta più alcuna difficoltà. Si ha infatti per il successivo anno :

$$l_{[x]+1} q_{[x]+1}^{(i)} = l_{[x]+1, i} q_{[x]+1, i}^{(i)} + (l_{[x]+1} - l_{[x]+1, 2}) q_{[x]+1}^i$$

in cui $q_{[x]+1, i}^{(i)}$ è il tasso di mortalità per la causa i per gli $l_{[x]+1, i}$ tarati ; e tutti gli altri numeri che intervengono nella relazione precedente sono noti. Il tasso annuo totale di mortalità per gli $l_{[x]+1, i}$ tarati è quindi :

$$q_{[x]+1, i}^{(i)} + q_{[x]+1}^{(-i)}$$

in cui $q_{[x]+1}^{(-i)}$ è il tasso di mortalità dei rischi normali, per tutte le cause, esclusa la tubercolosi.

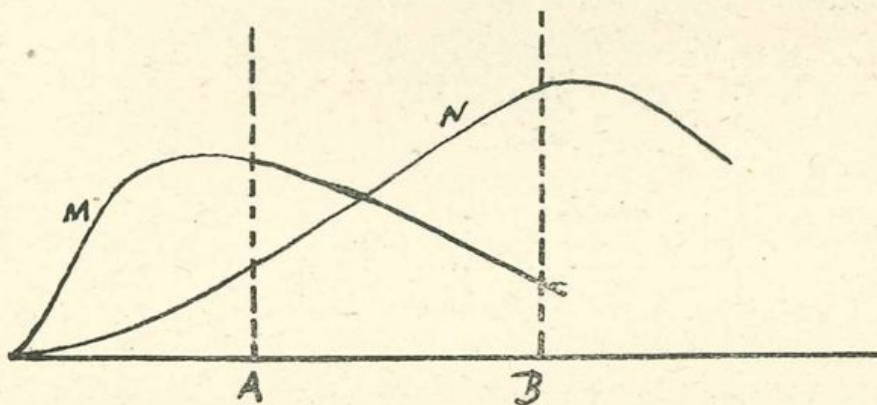
Si può concludere che qualora si conoscessero per tutti i valori di x i quozienti $q_{x, i}^{(i)}$ sarebbe possibile, con un procedimento ricorrente, calcolare le tavole a doppia entrata esprimenti, per tutti i valori della età raggiunta e della antidurata della tara, la mortalità della classe di rischio considerata.

Da questi accenni si rileva il grande interesse che presenta lo studio della mortalità per le varie cause nei primi anni di assicurazione. Indagini di tale natura sono state già fatte da alcune società, ed in Italia dall'Istituto nazionale delle assicurazioni che nella interessante relazione già citata sull'andamento della gestione nel quinquennio 1932-1936 ha esposto (pag. 58) i tassi di mortalità secondo alcune principali cause di morte, rilevati sopra le assicurazioni miste, con antidurata inferiore a 3 anni. Qualora una tale statistica che ci fornisce i valori degli n_x fosse proseguita negli anni successivi e completata con la costruzione di una tavola di mortalità selezionata, avremmo gli elementi sufficienti per calcolare la mortalità iniziale dei tarati, e quindi anche, come si è visto, la probabilità di diventare tarato, e quindi infine la intera legge di mortalità.

VII.

Quando nello studio dei rischi aggravati si tenga conto della evoluzione che ognuno di tali rischi presenta nel tempo, a cominciare dalla sua origine, e si assuma quindi come base per una classificazione di tali rischi non soltanto l'età dell'assicurato, ma anche il periodo decorso dall'inizio della tara, all'ipotesi di WHITE ed WHITTALL accennata in principio di questo scritto se ne può sostituire un'altra che in certo modo ne rappresenta una generalizzazione, e che più di quella mi sembra atta a interpretare alcuni fatti e risultanze statistiche.

Già si è osservato che la distinzione tra rischi normali e rischi aggravati in realtà non è netta, come per le deduzioni teoriche finora è stato supposto; e che tra le due zone ve ne è una intermedia di rischi poco aggravati che, con maggiore o minore larghezza, sono accolti dalle diverse imprese alle condizioni ordinarie tra i rischi normali.



Se ne inferisce che alla statistica dei rischi aggravati sfugge in gran parte il periodo iniziale dei rischi stessi (ed è anche questa una circostanza che accresce le difficoltà di tale statistica). Ponendo mente a ciò ci si può spiegare la esistenza nella pratica assicurativa di rischi a sopramortalità decrescente, che apparirebbe altrimenti in contraddizione con il concetto di tara iniziale. In realtà si tratta di tare con un breve periodo iniziale di rapido aggravamento, e che raggiunto, dopo tale breve periodo

il massimo della sopramortalità da indi in poi presentano un andamento decrescente. I rischi che sono considerati a mortalità crescente presentano invece un opposto andamento, cioè in essi la lunghezza delle fasi, la prima in cui la sopramortalità cresce, la seconda in cui decresce, è invertita.

Nel grafico la curva M rappresenta schematicamente un rischio decrescente e la N un rischio crescente (1).

Se ora si considera la grande prevalenza che nella assicurazione vita hanno le forme miste ed in genere i contratti di durata tra 10 e 25 anni, e la prevalenza delle età medie, e che quindi il lavoro ordinario delle imprese si svolge per gran parte in un intervallo centrale $A B$ della vita umana, si comprende come sia sorta e come possa praticamente corrispondere a molte esigenze della pratica, ma non a tutte, la distinzione tra tare decrescenti e crescenti. Ci si rende conto anche come alcune statistiche attestino una decrescenza della sopramortalità anche pei rischi classificati tra i crescenti, quando sia trascorso un adeguato periodo di assicurazione; infine ci si rende conto della possibilità di accordare, almeno qualitativamente, i fenomeni rilevati dalle statistiche sulla mortalità dei rischi tarati con quelli della mortalità degli invalidi pensionati, la quale, come è noto, è decrescente nel primo periodo di quiescenza.

(1) Per la tubercolosi, che è tra le tare decrescenti, si vedano p. es., i grafici della mortalità calcolati da HAGSTRÖM, nello « Skandinavisk Aktuarietidskrift », anni 1922 e 1923.