

SULLA RAPPRESENTAZIONE ANALITICA DELLE CURVE DI FREQUENZA

RAFFAELE D'ADDARIO

SOMMARIO. — 1. Cenno sui criteri sostanziali e formali che presiedono alla scelta della funzione interpolatrice. Problema proposto dall'AMOROSO al CASSINIS. — 2. Principio della trasformazione della variabile. — 3. Il metodo della trasformazione della variabile per la ricerca della funzione interpolatrice. — 4. Quando la funzione generatrice è quella gaussiana degli errori casuali, il metodo della trasformazione della variabile conduce al metodo di traslazione di EDGEWORTH-KAPTEYN. — 5. Un'applicazione del metodo di traslazione. L'equazione di MCALISTER. — 6. Generalizzazione del metodo di traslazione. — 7. Un'applicazione del metodo di traslazione generalizzato. Si propone una nuova equazione per le distribuzioni zeromodali dei redditi. — 8. Confronto tra i risultati che si ottengono con le equazioni del PARETO e dell'AMOROSO ed i risultati che si ottengono con la nuova equazione. Quest'ultima dà sempre risultati migliori. — 9. Sinottico richiamo delle equazioni di PARETO e di AMOROSO. — 10. Confronto tra i risultati che si ottengono con l'equazione di MCALISTER ed i risultati che si ottengono con la nuova equazione. Ragioni di preferenza di quest'ultima. — 11. Il metodo della trasformazione della variabile risolve ed allarga il problema proposto dall'AMOROSO al CASSINIS. Conclusioni e programma di lavoro.

1. — Il primo problema da risolvere, per rappresentare analiticamente una distribuzione di frequenze, consiste nello scegliere una conveniente funzione.

Tale scelta si fonda, anzitutto, sopra un criterio d'ordine *sostanziale*, consistente nella concordanza fra le proprietà della funzione interpolatrice e quelle della distribuzione osservata.

Si scarteranno, perciò, tutte le funzioni aventi, *nell'intervallo che si considera*, proprietà incompatibili con quelle del fenomeno

cui la distribuzione osservata si riferisce. Onde, se questa, per esempio, è zeromodale, unimodale, o plurimodale bisognerà senz'altro escludere tutte le funzioni che non presentino rispettivamente lo stesso carattere.

La funzione prescelta, dunque, non deve godere proprietà incompatibili con quelle della distribuzione osservata *nell'intervallo che si considera*; però, se una funzione presenta *entro* detto intervallo proprietà concordanti con quelle della distribuzione osservata e *fuori* di detto intervallo proprietà eventualmente discordanti, detta funzione potrà essere utilmente impiegata, coll'avvertenza, comunque, che la sua validità è circoscritta a quell'intervallo e che ogni extrapolazione è assolutamente vietata. A questo proposito ricordiamo che la vivace polemica tra il PARETO e l'EDGEWORTH — in occasione della curva dei redditi — fu generata appunto dall'aver l'EDGEWORTH voluto considerare, a torto, l'equazione paretiana oltre i limiti dell'intervallo in cui esplicitamente dal PARETO era stata definita e considerata (1).

Le scelte della funzione interpolatrice, inoltre, è subordinata a *pratici* ed *intuitivi* criteri di semplicità e quindi, allo scopo di evitare calcoli lunghi e laboriosi, si dà la preferenza a funzioni di forma *relativamente semplice* e contenenti il minor numero possibile di parametri.

Il criterio della semplicità, ovviamente, va inteso in senso pratico e discrezionale, in quanto il confine tra il semplice ed il complesso è essenzialmente relativo e perciò indeterminabile in senso assoluto.

(1) V. PARETO, *La curva delle entrate e le osservazioni del Prof. Edgeworth*, in « Giornale degli economisti », novembre 1896, pagg. 439-448; V. PARETO, *Ultima risposta al Prof. Edgeworth*, in « Giornale degli economisti », marzo 1897, pagg. 219-220; V. PARETO, *Quelques exemples d'application des méthodes d'interpolation à la statistique*, in « Journal de la société de statistique de Paris », novembre 1897; F. Y. EDGEWORTH, *Supplementary Notes on Statistics*, in « Journal of the Royal Statistical Society », settembre 1896, pagg. 529-539; F. Y. EDGEWORTH, *La curva delle entrate e la curva di probabilità*, in « Giornale degli economisti », marzo 1897, pagg. 215-218.

Le forme funzionali comunemente usate nelle applicazioni statistiche non vanno al di là di semplici combinazioni di funzioni elementari della variabile statistica e raramente si fa ricorso a forme più complicate od a trascendenti più complesse.

Ora, quando la curva empirica del fenomeno da studiare è piuttosto complicata, una buona rappresentazione analitica, volendo impiegare combinazioni semplici di funzioni elementari, può essere ottenuta aumentando convenientemente il numero dei parametri. Questo aumento, però, oltre ad essere dannoso alla chiara comprensione del fenomeno, porta, al di là di un certo punto, ad un aumento eccessivo ed antieconomico della mole dei calcoli.

In tal caso, quindi, vien fatto di « esaminare se e quale vantaggio potrebbe ottenersi sostituendo alle funzioni elementari delle funzioni trascendenti più complesse come, per esempio potrebbero essere le funzioni ellittiche o le funzioni Gamma. È, infatti, intuitivo che la maggiore complicazione insita in queste funzioni deve consentire di ottenere con pochissimi parametri forme di curve che non si possono convenientemente rappresentare con funzioni elementari se non impiegando molti parametri » (1).

È questo il problema proposto dall'AMOROSO al CASSINIS, ed è questo il problema cui il CASSINIS stesso ha portato un prezioso contributo, mostrando quali e quante forme diverse di curve è possibile ottenere dalla funzione Gamma mediante la variazione di un solo parametro.

Io non mi propongo di dare fondo al problema elegantissimo ; desidero solamente mostrare, invece, come, mediante un'opportuna sostituzione di variabile, ogni curva di frequenza possa essere ricondotta a qualche tipo fondamentale maggiormente studiato sia nelle sue proprietà analitiche, sia nel suo fondamento razionale.

(1) G. CASSINIS, *Sull'impiego di alcune funzioni trascendenti nelle rappresentazioni empiriche*, in « Atti dell'Istituto nazionale delle assicurazioni », vol. II, pagg. 245-266, Roma, 1930.

2. — Sia $f(x)$ l'equazione della densità della frequenza di x , definita nel campo (a, b) , così che

$$[1] \quad f(x)dx$$

sarà la frequenza dei valori di x compresi tra x ed $x + dx$.
Operando la sostituzione

$$[2] \quad x = \psi(z),$$

la cui inversa è

$$[3] \quad z = \varphi(x),$$

avremo

$$[4] \quad f(x) = f[\psi(z)];$$

$$[5] \quad f(x)dx = f[\psi(z)] \psi'(z)dz;$$

ovvero, ponendo

$$[6] \quad F(z) = f[\psi(z)] \psi'(z),$$

avremo ancora

$$[7] \quad f(x)dx = F(z)dz.$$

Ma per la [3] sarà anche

$$[8] \quad f(x)dx = F(z)dz = F[\varphi(x)]\varphi'(x)dx,$$

cioè

$$[9] \quad f(x) = F[\varphi(x)]\varphi'(x).$$

Sarà, infine, per un qualsiasi punto c dell'intervallo (a, b)

$$[10] \quad \int_a^c f(x)dx = \int_a^c F[\varphi(x)]\varphi'(x)dx = \int_{\varphi(a)}^{\varphi(c)} F(z) dz$$

e quindi (*condizione dell'area*)

$$[11] \quad \int_a^b f(x)dx = \int_a^b F[\varphi(x)] \varphi'(x) dx = \int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} F(z)dz = 1.$$

Chiamando x *argomento originario* e z *argomento coniugato*, da quanto precede risulta che, attraverso la [8], si può passare dall'equazione della curva di frequenza dell'argomento coniugato all'equazione della curva di frequenza dell'argomento originario e, viceversa, dall'equazione della curva di frequenza dell'argomento originario all'equazione della curva di frequenza dell'argomento coniugato.

Dalla [8] si vede, cioè, come, mediante un'opportuna sostituzione di variabile, ogni curva di frequenza possa essere ricondotta a qualche tipo fondamentale maggiormente studiato sia nelle sue proprietà analitiche, sia nel suo fondamento razionale.

3. — Il principio esposto — *trasformazione della variabile* — può essere convenientemente sfruttato ai fini della rappresentazione analitica delle distribuzioni statistiche.

Sia data, infatti, una distribuzione di frequenze, di cui conosciamo solamente i seguenti valori empirici :

$$P_1 = \int_{x_0}^{x_1} f(x)dx \quad ;$$

$$P_2 = \int_{x_0}^{x_2} f(x)dx \quad ;$$

.....

$$P_n = \int_{x_0}^{x_n} f(x)dx = 1,$$

essendo $x_i < x_{i+1}$.



Sia poi $F(z)$ l'equazione della densità della frequenza di una certa variabile z definita nell'intervallo (α, β) in modo che

$$\int_{\alpha}^{\beta} F(z) dz = 1 .$$

Ponendo

$$P_1 = \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx = \int_{\alpha}^{z_1} F(z) dz \quad ;$$

$$P_2 = \int_{x_0}^{x_2} f(x) dx = \int_{\alpha}^{z_2} F(z) dz \quad ;$$

.....

$$P_n = \int_{x_0}^{x_n} f(x) dx = \int_{\alpha}^{\beta} F(z) dz = 1 ,$$

ne deriverà che ad ogni valore osservato di x corrisponderà un valore di z . Si avranno, cioè, i punti di coordinate (x_0, α) , (x_1, z_1) , (x_2, z_2) , , (x_n, β) , fra i quali si farà passare una *conveniente* curva di equazione

$$z = \varphi(x) ,$$

tale che

$$\alpha = \varphi(x_0)$$

$$z_1 \simeq \varphi(x_1)$$

$$z_2 \simeq \varphi(x_2)$$

.....

 $\beta = \varphi(x_n)$

e quindi

$$P_1 = \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx \simeq \int_{\alpha}^{\varphi(x_1)} F(z) dz \quad ;$$

$$P_2 = \int_{x_0}^{x_2} f(x) dx \simeq \int_{\alpha}^{\varphi(x_2)} F(z) dz \quad ;$$

.....

$$P_n = \int_{x_0}^{x_n} f(x) dx = \int_{\alpha}^{\beta} F(z) dz = 1 ,$$

da cui segue che

$$f(x) \simeq F[\varphi(x)] \varphi'(x) .$$

Si arguisce, da quanto precede, che la ricerca sarà proficua se e quando l'equazione $z = \varphi(x)$ si adatti bene ai punti (x_0, α) , (x_1, z_1) , (x_2, z_2) , , (x_n, β) e la sua forma sia piuttosto semplice.

Il metodo consiste nel semplificare una ricerca, una scelta, che è e sarà sempre intuitiva; e si palesa molto fecondo nella pratica, in quanto è quasi sempre più facile, assegnata una certa $F(z)$ — *funzione generatrice* —, determinare *statisticamente* la forma di $z = \varphi(x)$, e quindi $f(x)$, anzichè determinare *direttamente* la forma di $f(x)$.

Il metodo esposto, infine, oltre a consentire una certa speditezza e facilità di calcolo, tabulando opportunamente ed una volta per sempre i valori numerici di

$$\int_{\alpha}^z F(z) dz$$

per successivi valori di z ; oltre a consentire la scelta di $F(z)$ di una forma tale che la conseguente $f(x) = F[\varphi(x)] \varphi'(x)$ possa essere

sottoposta con facilità e speditezza a tutti quei procedimenti di derivazione e di integrazione particolarmente interessanti l'analisi del fenomeno in esame; consente anche, subordinando la scelta di $F(z)$ a certi criteri logici-probabilistici, di dare alla $f(x)$ un fondamento razionale.

4. — In particolare, se la funzione generatrice è

$$[12] \quad F(z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-z^2},$$

ponendo $z = \varphi(x)$ sarà

$$[13] \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-[\varphi(x)]^2} \varphi'(x).$$

Cioè, quando $F(z)$ è l'equazione gaussiana degli errori accidentali, il metodo della *trasformazione della variabile* porta al metodo di *traslazione* di EDGEWORTH-KAPTEYN, mediante il quale una distribuzione qualsiasi può essere ricondotta, attraverso un'opportuna trasformazione di variabile, ad una distribuzione gaussiana (1).

(1) F. Y. EDGEWORTH, *On the Representation of Statistics by Mathematical Formulae*, in « Journal of the Royal Statistical Society », 1898, pagg. 670-700; 1899, pagg. 125-140, 373-385, 534-555; 1900, pagg. 72-81; F. Y. EDGEWORTH, *A Method of Representing Statistics by Analytical Geometry*, in « Proceedings of the Fifth International Congress of Mathematicians » (Cambridge, August, 1912), vol. II, pagg. 427-440; F. Y. EDGEWORTH, *On the Use of Analytical Geometry to Represent Certain Kinds of Statistics*, in « Journal of the Royal Statistical Society », 1914, pagg. 300-312, 415-432, 653-671, 724-749, 838-852; F. Y. EDGEWORTH, *On the Mathematical Representation of Statistical Data*, in « Journal of the Royal Statistical Society », 1916, pagg. 455-500; 1917, pagg. 65-83, 266-288, 411-437; F. Y. EDGEWORTH, *Untried Methods of Representing Frequency*, in « Journal of the Royal Statistical Society », 1924, pagg. 571-594; J. C. KAPTEYN, *Skew Frequency Curves in Biology and Statistics*, Groningen, 1903; J. C. KAPTEYN, *Reply to Professor Pearson's Criticisms*, in « Recueil des Travaux Botaniques Néerlandais », vol. II, pagg. 216-222, 1906; J. C. KAPTEYN and M. J. VAN UVEN, *Skew Frequency Curves in Biology and Statistics* (2nd paper), Groningen, 1916; M. J. VAN UVEN, *Skew Frequency Curves*, in « Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam Proceedings », vol. XIX, n. 4, pagg. 670-684, 1917; M. J. VAN UVEN, *On Treating Skew Correlation*, in « Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam Proceedings », vol. XXVIII, nn. 8-9, pagg. 797-811; n. 10, pagg. 919-935; vol. XXIX,

Siccome $f(x)$ è per sua natura positiva, dalla [13] si vede che $\varphi'(x) > 0$, ossia $\varphi(x)$ dovrà essere una funzione crescente di x .

Inoltre, poichè z varia nel campo $(-\infty, +\infty)$, la $\varphi(x)$ dovrà essere tale, se (x_0, x_n) è il campo di variabilità di x , che

$$\begin{cases} \varphi(x_0) = -\infty \\ \varphi(x_n) = +\infty \end{cases}$$

n. 4, pagg. 580-590; vol. XXXII, n. 4, pagg. 408-413; M. J. VAN UVEN, *Skew Correlation between Three and More Variables*, in «Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam Proceedings», vol. XXXII, n. 6, pagg. 793-807; n. 7, pagg. 995-1007; n. 8, pagg. 1085-1103; K. PEARSON, *Das Fehlergesetz und seine Verallgemeinerungen durch Fechner und Pearson. A Rejoinder*, in «Biometrika», vol. IV, pagg. 169-212; K. PEARSON, *Skew Frequency Curves. A Rejoinder to Professor Kapteyn*, in «Biometrika», vol. V, pagg. 168-171; S. D. WICKSELL, *On the Genetic Theory of Frequency*, in «Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik», Band 12, n. 20, 1917 oppure in «Meddelanden från Lunds Astronomiska Observatorium», n. 83, 1917; S. D. WICKSELL, *Elementen av Statistikens Teori*, Stockholm, 1919; A. L. BOWLEY, *F. Y. Edgeworth's Contributions to Mathematical Statistics*, London, 1928 (Royal Statistical Society), pagg. 65-85; A. L. BOWLEY, *The Action of Economic Forces in Producing Frequency Distributions of Income, Prices, and other Phenomena: A suggestion for Study*, in «Econometrica», 1933, n. 4, pagg. 358-372; T. KAMEDA, *On the Reduction of Frequency Curves*, in «Skandinavisk Aktuarietidsskrift», 1928, pagg. 112-118; S. BERNSTEIN, *Sur les courbes de distribution des probabilités*, in «Mathematische Zeitschrift», Band 24, 1926, pagg. 199-211; H. L. RIETZ, *Frequency Distributions Obtained by Certain Transformations of Normally Distributed Variates*, in «Annals of Mathematics», vol. 23, 1923, pag. 292-300; H. L. RIETZ, *Mathematical Statistics*, Chicago, 1927, pagg. 72-75; C. V. L. CHARLIER, *Das Strahlungsgesetz*, in «Meddelanden från Lunds Astronomiska Observatorium», n. 55, 1913 oppure in «Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik», Band 9, n. 11; C. V. L. CHARLIER, *Contributions to the Mathematical Theory of Statistics, Frequency Curves of Compound Functions*, in «Meddelanden från Lunds Astronomiska Observatorium», n. 61, 1914 oppure in «Svenska Aktuarietidsföreningens Tidskrift» 1914, pagg. 85-107; R. RISSER, *Exposé des principes de la statistique mathématique*, in «Journal de la Société de Statistique de Paris», ottobre 1935, pagg. 302-306; C. JORDAN, *Statistique mathématique*, Paris, 1927, pagg. 217-232; F. VINCI, *Manuale di statistica*, Bologna, 1934, pagg. 99-102, vol. II; G. F. HARDY, *The Theory of the Construction of Tables of Mortality*, London, 1909, pagg. 91-98; E. BLASCHKE, *Vorlesungen über mathematische Statistik*, Leipzig und Berlin, 1906, pagg. 167-170; W. WINKLER, *Grundriss der Statistik*, vol. I, pagg. 103-104, Berlin, 1931; ecc.

in modo che (*condizione dell'area*)

$$[14] \quad \int_{x_0}^{x_n} f(x) dx = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{x_0}^{x_n} e^{-[\varphi(x)]^2} \varphi'(x) dx = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-z^2} dz = 1.$$

Praticamente, data una distribuzione statistica, indichiamo con P_i la frequenza complessiva dei valori di x non maggiori di x_i e determiniamo, per ogni x_i osservato, la quantità *coniugata* z_i definita dall'equazione

$$P_i = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{z_i} e^{-z^2} dz$$

a mezzo di una tavola che dia i valori della ben nota funzione $\Theta(z)$ di LAPLACE.

Poichè

$$\Theta(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-z^2} dz ,$$

sarà

$$P_i = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{z_i} e^{-z^2} dz = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \Theta(z_i)$$

e quindi

$$2 P_i - 1 = \Theta(z_i) .$$

Ai punti (x_i, z_i) , così determinati, adatteremo una conveniente curva di equazione $z = \varphi(x)$ e la funzione $f(x)$ resterà statisticamente determinata.

Il metodo di traslazione si è dimostrato molto fecondo nella pratica, in quanto la determinazione statistica di $\varphi(x)$, date le sue proprietà, cui abbiamo accennato, è quasi sempre molto più facile della scelta diretta di $f(x)$.

Il metodo di traslazione, poi, oltre a consentire una enorme economia di calcoli, consente anche di dare un fondamento

logico-probabilistico — su cui non è nostro proposito qui intrattenerci — alla funzione $f(x)$ (1).

5. — Ecco, a titolo di esempio, un'applicazione del metodo di traslazione alla distribuzione per età dei sinistri-infortuni liquidati nell'esercizio 1931 da « Le Assicurazioni d'Italia » (2).

Età del sinistro liquidato sta ad indicare l'intervallo di tempo che intercorre tra la data della *denuncia* e la data di *liquidazione* del sinistro.

Nella Tavola I sono chiaramente indicati i momenti successivi del calcolo. Calcolati, per somme successive, i valori di P (colonna 4), ossia le frequenze complessive dei sinistri liquidati la cui età non superi x mesi, si determina per ogni P , a mezzo di una tavola che dia i valori dell'integrale di LAPLACE, il corrispondente valore di z (colonna 5), tale cioè che

$$\Theta(z) = 2P - 1.$$

Ponendo in ascissa i $\log x$ (colonna 6) e in ordinata i corrispondenti valori di z (colonna 5) si riconosce immediatamente che i punti risultanti si dispongono quasi su una retta. Si sceglie, quindi, come interpolante la funzione

$$z = a \log x + b.$$

(1) J. C. KAPTEYN, *Skew Frequency Curves in Biology and Statistics*, già cit.; J. C. KAPTEYN and M. J. VAN UVEN, *Skew Frequency Curves in Biology and Statistics* (2nd paper), già cit.; S. D. WICKSELL, *On the Genetic Theory of Frequency*, già cit.; S. BERNSTEIN, *Sur les courbes de distribution des probabilités*, già cit.

(2) L. AMOROSO, *Curve di frequenza nelle assicurazioni d'infortuni e di responsabilità civile*, in « *Mathematiker Kongress* », Band II, 1932 oppure presso « *Le Assicurazioni d'Italia* » (Roma, 1932); L. AMOROSO, *La rappresentazione analitica delle curve di frequenza nei sinistri di infortuni e di responsabilità civile*, in « *Atti del X Congresso internazionale degli attuari* », vol. V, oppure presso « *Le Assicurazioni d'Italia* » (Roma, 1934); R. D'ADDARIO, *Curve di frequenza nelle assicurazioni di infortuni e di responsabilità civile*, in « *Atti del II Congresso nazionale di scienza delle assicurazioni* », vol. III; R. D'ADDARIO, *Curve di frequenza nelle assicurazioni d'infortuni e di responsabilità civile*, in « *Rivista italiana di statistica, economia e finanza* », 1933, n. 1; R. D'ADDARIO, *Il calcolo della riserva-sinistri nelle assicurazioni elementari*, in « *Giornale dell'istituto italiano degli attuari* », anno IV, n. 3, luglio 1933; R. D'ADDARIO, *Considerazioni intorno alla riserva-sinistri*, in « *Assicurazioni* », anno I, n. 1, gennaio-febbraio 1934.

Non rimane, ora, che determinare i valori di a e di b con un qualsiasi metodo di interpolazione ed accertare successivamente il grado di approssimazione dei valori calcolati ai valori osservati.

Usando, nel nostro esempio, il metodo dei minimi quadrati, si avranno i risultati indicati nella Tavola I.

Sarà quindi

$$f(x) = \frac{a \log e}{x \sqrt{\pi}} e^{-[a \log x + b]^2}$$

che è, come si vede, la funzione di McALISTER (1). Questa funzione è stata ed è largamente usata in campi svariati (eco-

(1) D. McALISTER, *The Law of the Geometric Mean*, in « Proceedings of the Royal Society », vol. XXIX, n. 198, 1879, pagg. 367-376; F. GALTON, *The Geometric Mean in Vital and Social Statistics*, in « Proceedings of the Royal Society », vol. XXIX, n. 198, 1879, pagg. 365-367; F. GALTON, *Statistics by Intercomparison with Remarks on the Law for Frequency of Error*, in « Philosophical Magazine », IV serie, vol. 49, 1875; H. BRUNS, *Wahrscheinlichkeitsrechnung und Kollektivmasslehre*, Berlin-Leipzig, 1906, pagg. 126-139; M. J. VAN UVEN, *Logarithmic Frequency Distribution*, in « Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam Proceedings », vol. XIX, n. 3, 1917, pagg. 533-546; S. NYDELL, *The Mean Errors of the Characteristics in Logarithmic-Normal Distribution*, in « Skandinavisk Aktuarietidskrift », 1919, pagg. 134-144; W. ANDERSSON, *Researches into the Theory of Regression*, Lund, 1932, pagg. 136-147, 153-154; G. R. DAVIES, *The Logarithmic Curve of Distribution*, in « Journal of the American Statistical Association », vol. XX, 1925, pagg. 467-480; G. R. DAVIES, *The Analysis of Frequency Distributions*, in « Journal of the American Statistical Association », vol. XXIV, 1929, pagg. 349-366; N. R. JORGENSEN, *Undersogelser over Frequensflader og Korrelation*, Kobenhavn, 1916, pagg. 45-51; A. FISHER, *The Mathematical Theory of Probabilities*, New York, 1922, vol. I, pagg. 235-270, 274-276; A. FISHER, *A Elementary Treatise on Frequency Curves*, New York, 1922, pagg. 69-90; R. D'ADDARIO, *Intorno ad una curva di ripartizione*, in « Rivista italiana di statistica, economia e finanza », anno IV, n. 4; T. N. JENKINS, *A Short Method and Tables for the Calculation of the Average and Standard Deviations of Logarithmic Distributions*, in « The Annals of Mathematical Statistics », vol. III, n. 1, pagg. 45-55; PAC-TSI YUAN, *On the Logarithmic Frequency Distribution and the Semi-Logarithmic Correlation Surface*, in « The Annals of Mathematical Statistics », vol. IV, n. 1, pagg. 30-74; J. WISNIEWSKI, *Krzywa logarytmiczna i jej zastosowania*, in « Kwartalnik Statystyczny », zesz. 2, rok 1934; E. T. WHITTAKER and G. ROBINSON, *The Calculus of Observations*, London, 1924, pagg. 217-218; E. J. GUMBEL, *Cours de statistique mathématique. Distributions*, Lyon, 1934, pagg. 35-37; E. J. GUMBEL, *Ueber ein Verteilungsgesetz*, in « Zeitschrift für Physik », vol. XXXVII n. 6, 1926.

nomia, demografia, astronomia, psicologia, biologia, attuaria, idraulica, ecc.) su cui, però, non è nostro proposito qui intratenerci (1).

(1) Una rassegna completa delle diverse applicazioni è praticamente impossibile. Comunque, alle memorie citate nelle note precedenti, in cui generalmente trovansi applicazioni della funzione in esame, ne aggiungiamo, a titolo di esempio, solo qualche altra. I. FISHER, *Our Unstable Dollar and the so-called Business Cycle*, in «Journal of the American Statistical Association», giugno 1925, pagine 179-202; M. OLIVIER, *Les nombres indices de la variation des prix*, Paris, 1927, pagg. 79 e segg.; S. D. WICKSELL, *On Logarithmic Correlation with an Application to the Distribution of Ages at First Marriage*, in «Meddelanden fran Lunds Astronomiska Observatorium», n. 84, 1917, oppure in «Skandinavisk Aktuarietidskrift», 1917, pagg. 141-161; S. D. WICKSELL, *Das Heiratsalter in Schweden 1891-1910, Eine korrelationsstatistische Untersuchung*, in «Lunds Universitets Arskrift», N. F. Avd. 2, Bd. 14, n. 18, 1918; S. NYDELL, *The Construction of Curves of Equal Frequency in Case Logarithmic A-correlation with Applications to the Distribution of Ages at First Marriage*, in «Skandinavisk Aktuarietidskrift», 1924, pagine 36-54; A. FISHER, *Note on a New Method of Construction of Mortality Tables when the Number of Lives Exposed to Risk is Unknown*, in «Skandinavisk Aktuarietidskrift», 1925, pagg. 163-215; R. GIBRAT, *Une loi des répartitions économiques: l'effet proportionnel*, in «Bulletin de la statistique générale de la France», tomo XIX, fasc. IV, luglio-settembre 1930; R. GIBRAT, *Les inégalités économiques*, Paris, 1931; F. DIVISIA, *Économique et statistique*, in «Revue d'économie politique», settembre-ottobre 1932; G. DARMOIS, *Distributions statistiques rattachées à la loi de Gauss et la répartition des revenus*, in «Econometrica», 1933, n. 2, pagg. 159-161; J. VAN DER WIJK, *Psychisch inkomen en psychisch vermogen*, in «De Economist», 1931, n. 2, pagg. 112-140, n. 3, pagg. 232-245, n. 4, pagg. 305-341; J. WISNIEWSKI, *Gozkland dochodów według wysokości, wr. 1929*, Warszawa, 1934; J. WISNIEWSKI, *Demand in Relation to the Income Curve*, in «Econometrica», 1935, n. 4, pagg. 411-415; R. D'ADDARIO, *La curva dei redditi*, in «Rivista italiana di statistica», anno III, nn. 2-3, pagg. 140-161; R. D'ADDARIO, *Intorno alla validità dei due teoremi paretiani sulla dinamica distributiva*, in «Atti dell'Istituto nazionale delle assicurazioni», vol. VI; F. Y. EDGEWORTH, *Sui metodi per accertare e misurare le variazioni del valore della moneta*, in «Biblioteca dell'economista», serie V, vol. XX; F. Y. EDGEWORTH, *Measurement of Change in the Value of Money*, in «Papers Relating to Political Economy», vol. I; I. C. MILLS, *The Behavior of Prices*, New York, 1927; G. R. DAVIES and W. F. CROWDER, *Methods of Statistical Analysis in the Social Sciences*, New York, 1933; F. GIACCARDI, *Sul reddito medio*, in «Rivista italiana di statistica, economia e finanza», 1933, pagg. 764-771; D. TENDERINI, *Il significato teorico e pratico degli indici dei prezzi*, in «Rivista italiana di statistica, economia e finanza», 1934; G. KARSTEN, *Charts and Graphs*, New York, 1925; D. TENDERINI, *Sulla legge di distribuzione della superficie delle aziende agrarie*, in «Rivista italiana di statistica, economia e finanza», 1934; G. SUPINO, *Probabilità e statistica nella previsione delle portate e delle piogge*, in «Bollettino del

6. — Dunque, se $F(z)$ è l'equazione gaussiana degli errori accidentali, la

$$z = \varphi(x)$$

gode delle due seguenti proprietà:

1^a è funzione crescente di x ;

2^a assume i valori $-\infty$ e $+\infty$ agli estremi sinistro e rispettivamente destro del campo di variabilità di x .

Quest'ultima proprietà, riflettendo bene, costituisce, dal punto di vista pratico-statistico, una vera e propria limitazione.

Praticamente, infatti, è molto più facile determinare delle funzioni $\varphi(x)$ crescenti e limitate, anzichè funzioni $\varphi(x)$ crescenti ed asintotiche.

Superare detta restrizione, perciò, val quanto dire allargare sensibilmente il campo di applicazione del metodo di traslazione.

Ora, per superare detta restrizione, basta porre (1)

$$[15] \quad F(z) = k \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-z^2},$$

in cui z varia nel campo (α, β) e k è una costante tale che

$$[16] \quad \int_{\alpha}^{\beta} F(z) dz = \frac{k}{\sqrt{\pi}} \int_{\alpha}^{\beta} e^{-z^2} dz = 1,$$

cioè, per la *condizione dell'area*, è

$$[17] \quad k = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\alpha}^{\beta} e^{-z^2} dz} = \frac{2}{\Theta(\beta) - \Theta(\alpha)} \geq 1.$$

Ponendo, quindi,

$$z = \varphi(x)$$

sindacato provinciale fascista ingegneri », Bologna, anno VIII, n. 3; R. GIBRAT, *Aménagement hydroélectrique des cours d'eau; statistique mathématique et calcul des probabilités*, in « Revue générale de l'électricité », 1932.

(1) R. D'ADDARIO, *Una generalizzazione del metodo di traslazione di Edgeworth-Kapteyn*, in « Barometro economico », n. 58, marzo 1934.

sarà

$$[18] \quad f(x) = \frac{2}{\Theta(\beta) - \Theta(\alpha)} \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-[\varphi(x)]^2} \varphi'(x) .$$

Siccome $f(x)$ è, per sua natura, positiva, dalla [18] si vede immediatamente, essendo $k \geq 1$, che $\varphi'(x)$ è positiva e che, quindi, $\varphi(x)$ è una funzione crescente di x . Inoltre, poichè z varia nel campo (α, β) , la $\varphi(x)$ è tale, se (a, b) è il campo di variabilità di x , che

$$\left. \begin{array}{l} \varphi(a) = \alpha \\ \varphi(b) = \beta \end{array} \right\}$$

Da tutto ciò segue che

$$\begin{aligned} \int_a^x f(x) dx &= \frac{2}{\Theta(\beta) - \Theta(\alpha)} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_a^x e^{-[\varphi(x)]^2} \varphi'(x) dx \\ &= \frac{2}{\Theta(\beta) - \Theta(\alpha)} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\alpha}^{\varphi(x)} e^{-z^2} dz \\ [19] \quad &= \frac{\Theta[\varphi(x)] - \Theta(\alpha)}{\Theta(\beta) - \Theta(\alpha)} \end{aligned}$$

e quindi, *condizione dell'area*,

$$[20] \quad \int_a^b f(x) dx = \frac{\Theta(\beta) - \Theta(\alpha)}{\Theta(\beta) - \Theta(\alpha)} = 1 .$$

In particolare, se $\alpha = -\infty$ e $\beta = +\infty$, sarà $k = 1$ e quindi

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-[\varphi(x)]^2} \varphi'(x) .$$

In questo caso, cioè, si ricade nel metodo di traslazione di EDGEWORTH-KAPTEYN. La [18], quindi, costituisce una generalizzazione della [13].

Praticamente, data una distribuzione statistica (ed indicando con P_i la frequenza complessiva dei valori di x non maggiori

di x_i) determineremo, per ogni x_i osservato (essendo α e β fissati *a priori*), la quantità *coniugata* z_i definita dall'eguaglianza

$$[21] \quad P_i = \frac{\Theta(z_i) - \Theta(\alpha)}{\Theta(\beta) - \Theta(\alpha)}$$

ossia

$$[22] \quad \Theta(z_i) = \Theta(\alpha) + [\Theta(\beta) - \Theta(\alpha)] P_i$$

a mezzo di una tavola che dia i valori della funzione $\Theta(z)$.

Ad ogni valore di x , corrisponderà un valore di z . Adattando, quindi, ai punti (x_i, z_i) , così fissati, una conveniente curva di equazione $z = \varphi(x)$, la funzione $f(x)$ sarà conseguentemente determinata.

La ricerca, ovviamente, sarà proficua se e quando la $z = \varphi(x)$ si adatti bene ai punti (x_i, z_i) e la sua forma sia piuttosto semplice. Si può prevedere, comunque, date le proprietà di $\varphi(x)$, che la determinazione diretta di quest'ultima sia molto più semplice e più facile della determinazione diretta di $f(x)$. È a sperare, quindi, che il metodo, così generalizzato, possa, opportunamente impiegato, riuscire utile e fecondo nella rappresentazione analitica delle distribuzioni statistiche.

7. — In particolare, ponendo

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 0 \\ \beta = +\infty \end{array} \right.$$

per la [17] sarà $k = 2$ e quindi

$$[23] \quad f(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-[\varphi(x)]^2} \varphi'(x)$$

$$[24] \quad \int_a^x f(x) dx = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_a^x e^{-[\varphi(x)]^2} \varphi'(x) dx$$

$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-z^2} dz = \Theta(z).$$

In questo caso, quindi, per ogni valore osservato P_i , porremo

$$[25] \quad P_i = \Theta(z_i)$$

e così, per ogni valore osservato x_i , determineremo il corrispondente valore z_i . Fissati i punti (x_i, z_i) passeremo alla ricerca di $\varphi(x)$.

Ho potuto in tal modo accertare che per le *distribuzioni zero-modali dei redditi* vale sempre, con ottima approssimazione, la relazione

$$[26] \quad z = \alpha \log \frac{x + a}{h + a} \\ = \alpha \log (x + a) - \alpha \log (h + a),$$

in cui:

α è una costante positiva;

h » » positiva o nulla;

a » » tale che sia sempre $h + a > 0$;

x varia nel campo (h, ∞) ;

Sarà quindi

$$[27] \quad f(x) = \frac{2 \alpha \log e}{(x + a) \sqrt{\pi}} e^{-\left[\alpha \log \frac{x + a}{h + a}\right]^2},$$

che è, come immediatamente si vede, una *funzione sempre decrescente* nel campo (h, ∞) . Propriamente: assume il valore massimo

$$[28] \quad f(h) = \frac{2 \alpha \log e}{(h + a) \sqrt{\pi}}$$

all'estremo sinistro dell'intervallo in cui è definita; tende a zero, sempre decrescendo, per x tendente all'infinito, cioè la curva rappresentata dalla [27] ha per asintoto la direzione positiva dell'asse delle x .

Ponendo:

$$t = \alpha \log (x + a);$$

$$b = \alpha \log (h + a);$$

sarà, per la [26],

$$[29] \quad z = a t - b ;$$

cioè, la [27] sarà atta a rappresentare le distribuzioni osservate se i punti (t_i, z_i) stanno pressochè su una retta. Da questo segue ancora che i valori dei parametri potranno essere determinati graficamente con una certa speditezza e facilità. Comunque, l'adattamento sempre felice della [27] a numerose distribuzioni, relative a paesi ed a tempi diversi, mi ha indotto a preferire un metodo misto, consistente nella determinazione grafica del parametro a e nella determinazione successiva, con uno dei soliti metodi di interpolazione, degli altri due parametri.

8. — Dalle Tavole II, III, IV, V e VI si rileva l'ottimo adattamento, alle distribuzioni osservate, dell'equazione [27], che riteniamo nuova e che qui, per la prima volta, proponiamo per rappresentare analiticamente le distribuzioni *zeromodali* dei redditi.

Lo scarto medio tra frequenze osservate e frequenze calcolate è tenuissimo o insignificante. Infatti :

Giappone	(Tavola II):	scarto medio	0,08 %
Inghilterra	(» III):	» »	0,40 »
Inghilterra	(» IV):	» »	0,50 »
Granducato Oldenburg (» V):	» »	» »	1,28 »
Prussia	(» VI):	» »	0,02 »

Abbiamo adattato la [27] a numerose distribuzioni relative a paesi ed a tempi diversi ed i risultati sono stati sempre ottimi. Qui abbiamo voluto dare solo qualche esempio, mentre in una memoria di prossima pubblicazione si troverà, fra l'altro, un'ampia documentazione ed un'analisi delle proprietà della [27].

Gli esempi riportati sono stati scelti, fra i tanti che potevamo offrire, in vista di un giudizio comparativo. Quelle distribuzioni grezze, infatti, furono già usate da diversi Autori per saggiare e dimostrare la bontà di adattamento delle equazioni

di volta in volta proposte per la curva dei redditi. E propriamente :

a) la distribuzione di cui alla Tavola III (redditi soggetti alla *super-tax* in Inghilterra nell'esercizio 1911-12) fu rappresentata analiticamente dal BOWLEY (1) con l'equazione paretiana di prima approssimazione ;

b) la distribuzione di cui alla Tavola IV (redditi *sched. D* in Inghilterra nell'esercizio 1893-94) fu rappresentata analiticamente dal PARETO (2) con la sua equazione di seconda approssimazione ;

c) la distribuzione di cui alla Tavola V (redditi nel Granducato di Oldenburg nel 1890) fu rappresentata analiticamente dallo stesso PARETO (3) con la sua equazione di terza approssimazione ;

d) la distribuzione di cui alla Tavola VI (redditi in Prussia nell'anno 1912) fu rappresentata analiticamente dall'AMOROSO (4) con l'equazione da lui proposta.

Nelle Tavole VII a X ho messo a fronte i risultati ottenuti dai predetti Autori con quelli da me ottenuti usando l'equazione [27]. Uno sguardo anche fugace a queste tavole è più che sufficiente per notare che l'equazione [27] dà sempre risultati migliori.

Dalla Tavola VII si rileva, infatti, che l'equazione paretiana di prima approssimazione porta ad uno scostamento medio tra valori osservati e valori calcolati del 4,37 %, mentre l'equazione [27] dà uno scostamento medio di 0,40 %, pari, cioè, a meno di un decimo del primo.

Dalla Tavola VIII si rileva che l'equazione paretiana di seconda approssimazione porta ad uno scostamento medio tra valori osservati e valori calcolati del 12,05 %, mentre l'equa-

(1) A. L. BOWLEY, *Elements of Statistics*, London, 1920, pagg. 346-348 ; A. L. BOWLEY, *Éléments de statistique*, Paris, 1929, pagg. 455-458.

(2) V. PARETO, *Cours d'économie politique*, tome II, Lausanne, 1897, pagg. 305-307.

(3) V. nota precedente.

(4) L. AMOROSO, *Ricerche intorno alla curva dei redditi*, in « Annali di matematica pura ed applicata », serie IV, tomo II, 1925.

zione [27] dà uno scostamento medio di 0,50 ‰, pari, quindi, a meno di un ventiquattresimo del primo.

Dalla Tavola IX si rileva che l'equazione paretiana di terza approssimazione porta ad uno scostamento medio tra valori osservati e valori calcolati del 15,55 ‰, mentre l'equazione [27] dà uno scostamento medio di 1,28 ‰, pari, cioè, a meno di un dodicesimo del primo.

Dalla Tavola X, infine, si rileva che l'equazione dell'AMOROSO porta ad uno scostamento medio tra valori osservati e valori calcolati del 2,33 ‰, mentre l'equazione [27] dà uno scostamento medio di 0,02 ‰, inferiore, cioè, ad un centesimo del primo.

Prima di passare oltre, riteniamo opportuno, per un'esatta e completa valutazione di quanto sopra abbiamo osservato, richiamare succintamente, in maniera sinottica, le equazioni del PARETO e dell'AMOROSO.

9. — Indicando con N_x il numero dei possessori di un reddito non minore di x e con $(h, + \infty)$, essendo $h > 0$, il campo di variabilità di x , è noto che il PARETO (1) propone:

I) in prima approssimazione:

$$[30] \quad N_x = \frac{k}{x^\alpha},$$

ove $k > 0$ ed $\alpha > 1$;

II) in seconda approssimazione:

$$[31] \quad N_x = \frac{k}{(x + a)^\alpha},$$

essendo a una nuova costante tale che sia sempre $h + a > 0$;

(1) V. PARETO, *Cours d'économie politique*, già cit., vol. II; V. PARETO, *La legge della domanda*, in « Giornale degli economisti », 1° semestre 1895, pagg. 59-68; V. PARETO, *Courbe de la répartition de la richesse*, Lausanne 1896 (riprodotta in J. SÉAILLES, *La répartition des fortunes en France*, Paris, 1910, pagg. 127-137); V. PARETO, *Aggiunta allo studio sulla curva delle entrate*, in « Giornale degli economisti », gennaio 1897, pagg. 15-26.

III) in terza approssimazione :

$$[32] \quad N_x = \frac{k}{(x+a)^\alpha} e^{-\beta x},$$

essendo β una nuova costante positiva.

Da esse, per derivazione, si ottengono rispettivamente :

$$[33] \quad ydx = \frac{\alpha k}{x^{\alpha+1}} dx,$$

$$[34] \quad ydx = \frac{\alpha k}{(x+a)^{\alpha+1}} dx$$

$$[35] \quad ydx = \frac{k}{(x+a)^\alpha} e^{-\beta x} \left[\frac{\alpha}{x+a} + \beta \right] dx,$$

essendo ydx il numero dei possessori di un reddito compreso tra x ed $x + dx$.

In ogni caso, come immediatamente si vede, y è funzione decrescente di x ed ha per asintoto la direzione positiva dell'asse delle x . Le equazioni paretiane, quindi, possono essere atte a rappresentare distribuzioni zeromodali o solamente il ramo discendente delle distribuzioni unimodali.

L'AMOROSO (1), perciò, propose una funzione la quale, a seconda dei valori che assumono alcuni suoi parametri, a volte è zeromodale ed a volte unimodale.

L'equazione dell'AMOROSO è :

$$[36] \quad ydx = k e^{-\gamma(x-h)^{\frac{1}{s}}} (x-h)^{\frac{p-s}{s}} dx,$$

ove : x varia nel campo $h < x < \infty$; k, h, γ, p sono costanti essenzialmente positive ; s è una costante che può essere positiva o negativa, non nulla, e tale, in ogni caso, che sia $p + s > 0$; infine, nel caso che le potenze ammettano due determinazioni reali diverse, si deve scegliere sempre la positiva.

(1) L. AMOROSO, *Ricerche intorno alla curva dei redditi*, già cit. ; R. D'ADDARIO, *Intorno alla curva dei redditi di Amoroso*, in « Rivista italiana di statistica, economia e finanza », anno IV, n. 1, marzo 1932.

La [36] comprende come casi particolari due tipi pearsoniani; propriamente: quando $s = +1$, si ha il tipo III e, quando $s = -1$, si ha il tipo V.

Ora, poichè il tipo III ed il tipo V erano stati precedentemente proposti per rappresentare analiticamente la curva dei redditi, e propriamente il tipo III dal PEARSON (1) e dal MARCH (1) ed il tipo V dal VINCI (2), ne segue che l'equazione dell'AMOROSO dovrà essere considerata come una estensione e generalizzazione delle equazioni proposte dai predetti Autori.

L'equazione dell'AMOROSO, abbiamo già detto, a volte è zero-modale ed a volte unimodale. Infatti, quando:

$p - s \leq 0$, la curva è sempre decrescente;

$p - s > 0$, la curva ha un massimo nel punto

$$v = h + \left[\frac{p - s}{\gamma} \right]^s.$$

La curva, inoltre, è asimmetrica a destra ed ha per asintoto la direzione positiva dell'asse delle x .

10. — Recentemente è stata riproposta la seguente equazione di McALISTER (3):

$$[37] \quad f(x) dx = \frac{a \log e}{(x - h) \sqrt{\pi}} e^{-[a \log(x-h) + b]^2} dx,$$

ove: $f(x)dx$ è la frequenza (relativa) dei possessori di un reddito compreso tra x ed $x + dx$; x varia nel campo $h < x < \infty$, essendo $h \geq 0$; i logaritmi sono decimali; a è una costante posi-

(1) K. PEARSON, *Mathematical Contributions to the Theory of Evolution*, in « Transactions of the Royal Society », 1895, pag. 398; L. MARCH, *Quelques exemples de distribution de salaires*, in « Journal de la société de statistique de Paris », 1898.

(2) F. VINCI, *Nuovi contributi allo studio della distribuzione dei redditi*, in « Giornale degli economisti », 1921; F. VINCI, *Calcolo delle probabilità e distribuzione dei redditi nel pensiero di Pareto*, in « Giornale degli economisti », 1924; F. VINCI, *Statistica metodologica*, Padova, 1924, pagg. 230-232; F. VINCI, *Manuale di statistica*, vol. II, pagg. 98-99, Bologna, 1934.

(3) J. C. KAPTEYN, C. JORDAN, R. GIBRAT, J. VAN DER WIJK, R. D'ADDARIO, J. WISNIEWSKI, G. DARMOIS, ecc.: lavori citati.

tiva; b è una costante positiva, negativa o nulla; e è la base dei logaritmi neperiani; π il rapporto della circonferenza al diametro.

La [37] dà luogo, graficamente, ad una curva *unimodale* ed asimmetrica a destra, il cui primo ramo nasce nel punto di coordinate $(h, 0)$ ed il secondo ramo ha per asintoto la direzione positiva dell'asse delle x . La moda cade nel punto :

$$[38] \quad v = h + e^{-\frac{1}{2a^2 \log^2 e} - \frac{b}{a \log e}} .$$

Nelle Tavole XI a XV ho messo a fronte i risultati ottenuti adattando la [37] coi risultati che si ottengono adattando la [27] alle distribuzioni di cui alle Tavole II a VI.

Per questi confronti ho fatto uso dei risultati già raggiunti dal GIBRAT e da me adattando la [37] alle menzionate distribuzioni grezze.

Uno sguardo alle Tavole XI a XV consente di notare immediatamente che la [27] conduce a risultati migliori della [37].

Dalla Tavola XI (redditi in Giappone nell'esercizio 1904-5) si rileva, infatti, che l'equazione [37] porta ad uno scostamento medio tra valori osservati e valori calcolati di 0,16 %, mentre l'equazione [27] dà uno scostamento medio di 0,08 %, pari, cioè, ad una metà del primo.

Dalla Tavola XII (redditi soggetti alla *super-tax* in Inghilterra nell'esercizio 1911-12) si rileva che l'equazione [37] porta ad uno scostamento medio tra valori osservati e valori calcolati di 0,55 %, mentre l'equazione [27] dà uno scostamento medio ancora minore, pari cioè a 0,40 %.

Dalla Tavola XIII (redditi *sched. D* in Inghilterra nell'esercizio 1893-94) si rileva che l'equazione [37] porta ad uno scostamento medio tra valori osservati e valori calcolati del 2,47 %, mentre la [27] dà uno scostamento medio di 0,50 %, pari, cioè, a circa un quinto del primo.

Dalla Tavola XIV (redditi nel Granducato di Oldenburg nell'anno 1890) si rileva che l'equazione [37] porta ad uno scostamento medio tra valori osservati e valori calcolati del 2 %, mentre l'equazione [27] dà uno scostamento medio dell'1,28 %.

Dalla Tavola XV (redditi in Prussia nell'anno 1912), infine, si rileva che l'equazione [37] porta ad uno scostamento medio tra valori osservati e valori calcolati di 0,15 %, mentre l'equazione [27] dà uno scostamento medio di 0,02 %.

Non è però questa del minore scostamento medio tra valori osservati e valori calcolati la ragione esclusiva per la quale noi siamo indotti a preferire, nei casi esaminati, la [27] alla [37], in quanto anche la [37] dà scostamenti lievissimi o trascurabili.

La ragione fondamentale di preferenza, invece, va ricercata nel fatto che l'equazione rappresentatrice — come inizialmente abbiamo osservato — non deve introdurre elementi arbitrari che svisino il carattere sostanziale della distribuzione grezza. La [37], infatti, *nell'intervallo che si considera*, ha sempre un massimo, che le distribuzioni osservate *effettivamente* non accusano.

Abbiamo detto *effettivamente*, in quanto, per le distribuzioni qui esaminate, non è a parlare di mascheramento di massimo: l'ampiezza dell'intervallo della prima classe di valori, l'andamento generale delle distribuzioni ed altre considerazioni sostanziali non autorizzano assolutamente un simile sospetto. Fra queste considerazioni sostanziali va ricordata, anzitutto, la circostanza che quelle esaminate rappresentano, delle distribuzioni complessive, corrispondenti all'intera popolazione, il solo ramo superiore, che la statistica ci ha sempre dimostrato essere decrescente in tutto il tratto sinora a nostra conoscenza.

Noi qui, è bene chiarire, non discutiamo se la distribuzione *complessiva*, relativa ad una certa popolazione, sia unimodale o zero modale.

Noi, anzi, siamo propensi ad ammettere piuttosto la prima forma, ma ciò per analogia con altri fenomeni più o meno correlati col fenomeno distributivo, per *ipotesi*, e non per *constatazione*, in quanto la statistica, sinora, ci ha dato notizia del solo ramo discendente di questa ipotetica distribuzione unimodale.

Per queste considerazioni, qui appena accennate, siamo portati a concludere che bisognerà anche rivedere molte applicazioni della [37] fatte in questi ultimi tempi.

L'entusiasmo del primo momento bisognerà forse moderarlo

non poco. Ma è proprio questa la cronaca di ogni ricerca scientifica. All'entusiasmo succede il dubbio ed il dubbio è generatore di nuove conquiste e di nuove mete.

11. — E' tempo di concludere, in quanto lo spazio messo a nostra disposizione è già esaurito.

Per questa inderogabile limitazione sono state sottintese od appena abbozzate tutte le questioni complementari e di una interessante famiglia di distribuzioni, che per la loro genesi possono denominarsi *euleriane*, non ho potuto dare nemmeno un cenno.

Tuttavia, anche in così ristretti confini, a me sembra di avere sufficientemente dimostrato tutta la utilità pratica del *metodo della trasformazione della variabile*.

Il metodo è generalissimo e la scelta della *funzione generatrice* non comporta restrizioni (1).

Per questo motivo sono portato a pensare che, in un certo senso, detto metodo — attraverso la infinita varietà delle funzioni generatrici che possono essere considerate — risolve ed allarga il problema proposto dall'AMOROSO al CASSINIS, di cui inizialmente ho fatto cenno.

Qui ho considerato il solo caso in cui la funzione generatrice sia la equazione gaussiana degli errori accidentali ed ho fornito successivamente una generalizzazione del *metodo di traslazione* che immediatamente ho posto alla prova del fuoco.

(1) Al *metodo della trasformazione della variabile*, esplicitamente od implicitamente, fanno ricorso, oltre quelli citati alle note precedenti, anche i seguenti Autori: E. L. DODD, *The Frequency Law of a Function of Variables with Given Frequency Laws*, in « Annals of Mathematics », vol. XXVII, pagg. 12-20; H. L. RIETZ, *On Certain Properties of Frequency Distributions of the Powers and Roots of Variates of a Given Distribution*, in « Proceedings of the National Academy », vol. XIII, n. 12, pag. 817-820; H. L. RIETZ, *On Certain Properties of Frequency Distributions Obtained by a Linear Fractional Transformation of the Variates of a Given Distribution*, in « Annals of Mathematical Statistics », vol. II, n. 1, pagg. 38-47; G. A. BAKER, *Transformations of Bimodal Distributions*, in « Annals of Mathematical Statistics », vol. I, n. 4, pagine 334-344; T. C. FRY, *Probability and its Engineering Uses*, London, 1928, pagine 261-265.

Potevo abbondare negli esempi, potevo dimostrare inoltre come la funzione gumbelliana (1) ed altre funzioni in uso nelle applicazioni statistiche non siano che casi particolari della [18] ed ho preferito, invece, dare notizia di una nuova equazione per le distribuzioni zeromodali dei redditi, che nelle numerose applicazioni — di cui qui ho dato cinque esempi (Tavole II a VI) con opportuni confronti (Tavole VII a XV) — ha dato sempre risultati ottimi e migliori di quelli ottenuti con altre equazioni proposte da vari Autori (PARETO, AMOROSO, McALISTER-KAPTEYN). Infatti:

Giappone 1904-05 :

Equazione McALISTER . . .	scarto medio	0,16 %
» proposta . . .	»	0,08 »

Inghilterra 1911-12 :

Equazione PARETO (1 ^a appr.) . . .	»	4,37 »
» McALISTER. . .	»	0,55 »
» proposta . . .	»	0,40 »

Inghilterra 1893-94 :

Equazione PARETO (2 ^a appr.) . . .	»	12,05 »
» McALISTER . . .	»	2,47 »
» proposta . . .	»	0,50 »

Oldenburg 1890 :

Equazione PARETO (3 ^a appr.) . . .	»	15,55 »
» McALISTER. . .	»	2,00 »
» proposta . . .	»	1,28 »

Prussia 1912 :

Equazione AMOROSO . . .	»	2,33 »
» McALISTER. . .	»	0,15 »
» proposta . . .	»	0,02 »

(1) E. J. GUMBEL, *La distribuzione dei decessi secondo la legge di Gauss*, in «Giornale dell'istituto italiano degli attuari», anno III, n. 3, luglio 1932, pagine 311-342; E. J. GUMBEL, *Die Verteilung der Gestorbenen um das Normalalter*, in «Aktuarské Vedy», vol. XIV, n. 2, Prague, 1933.

Nulla ho potuto dire sulle proprietà, sulle caratteristiche e sui metodi più opportuni per la determinazione numerica dei parametri di detta equazione, poichè non era questa la sede, nè l'economia e l'equilibrio tra le varie parti di questa nota consentivano digressioni.

Prima di riassumere in forma sinottica i risultati principali di questa nota, a me preme porre bene in rilievo, però, che qualsiasi metodo non può, nè potrà mai sopprimere l'uomo.

La ricerca degli invarianti, scopo ultimo dell'indagine scientifica, rimane e rimarrà sempre un fatto intuitivo e personale.

I metodi semplificano e facilitano la ricerca, indirizzano ed orientano l'intuito, ma non dànno quello che non possono nè debbono dare.

Il *metodo della trasformazione della variabile* — del quale il metodo di traslazione non è che un caso particolare — orienta l'intuito nella scelta della funzione interpolatrice, semplifica enormemente la ricerca, ma non dà ciò che i faciloni potrebbero attendersi.

I metodi sono armi di conquista e la conquista è premio alla fatica dell'uomo.

La conquista è facilitata dalla potenza ed efficacia delle armi, ma l'attore, il combattente è e rimarrà sempre l'uomo, che vale per quanto valgono la sua volontà e la sua capacità di vittoria.

Dopo questo necessario chiarimento, i risultati conseguiti con questa nota possono così schematizzarsi:

a) *impostazione del metodo della trasformazione della variabile* ;

b) *generalizzazione del metodo di traslazione* ;

c) *nuova equazione per le distribuzioni zeromodali dei redditi.*

La trattazione e lo sviluppo degli argomenti qui sottointesi o abbozzati, i complementi necessari a tutto quanto qui è appena accennato, una maggiore copia di esempi, la considerazione di altre funzioni generatrici, particolarmente interessanti le applicazioni statistiche, ecco il programma e la materia di altra memoria di più ampio respiro.

TAVOLA I.

*Distribuzione per età dei sinistri-infortuni liquidati nell'esercizio 1931
da « Le Assicurazioni d' Italia »*

Età dei sinistri (in mesi)	Valori osservati				log x	Valori calcolati			Scarti tra valori osservati e valori calcolati						
	Y (2)	y (3)	P (4)	z (5)		z (7)	P (8)	y (9)	y		P				
									+	-	+	-			
sino a 3	2.678	0,488	0,488	- 0,021	0,47.712	- 0,029	0,484	0,484	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004
da 3 > 6	1.590	0,289	0,777	+ 0,540	0,77.815	+ 0,528	0,772	0,288	0,001	0,001	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005
> 6 > 9	612	0,111	0,888	+ 0,860	0,95.424	+ 0,854	0,886	0,114	0,003	0,003	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
> 9 > 12	242	0,044	0,982	+ 1,054	1,07.918	+ 1,085	0,987	0,051	0,007	0,007	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005
> 12 > 15	158	0,028	0,960	+ 1,288	1,17.609	+ 1,264	0,968	0,026	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
> 15 > 18	82	0,016	0,976	+ 1,398	1,24.527	+ 1,410	0,977	0,014	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
> 18 > 21	44	0,008	0,984	+ 1,516	1,32.222	+ 1,534	0,985	0,008	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003
> 21 > 24	41	0,008	0,992	+ 1,708	1,38.021	+ 1,642	0,990	0,005	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003
oltre 24	44	0,008	1,000	+ ∞	∞	+ ∞	1,000	0,010	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
Totals	5.491	1,000	7,997				7,994	1,000	0,012	0,012	0,013	0,013	scarto medio 2,40 %	scarto medio 0,29 %	0,010

Le costanti sono state calcolate col metodo dei minimi quadrati. Ciò porta alle equazioni:

$$\begin{cases} 8,28.800 = 8,42.248 a + 8 b \\ 9,98.415 = 9,52.050 a + 8,42.248 b \end{cases}$$

da cui risulta

$$\begin{aligned} a &= 1,84.998 \\ b &= - 0,91.168 \end{aligned}$$

Distribuzione dei redditi in Giappone nell'esercizio 1904-5

Classi di reddito (in centinaia di yens)	Valori osservati				$\log(x-2,4)$	Valori calcolati			Scarti tra valori osservati e valori calcolati				
	Y	y	P	z		z	P	y	y		P		
									+	-	+	-	
da 3 a 5	390.881	0,5.580	0,5.580	0,544	0,41.497	0,5.580	0,5.580						
» 5 » 10	200.173	0,2.857	0,8.437	1,002	0,88.081	0,8.437	0,2.857						
» 10 » 20	71.146	0,1.016	0,9.453	1,359	1,24.551	0,9.456	0,1.019			0,0.008			0,0.008
» 20 » 30	18.456	0,0.263	0,9.716	1,550	1,44.091	0,9.719	0,0.263						0,0.008
» 30 » 50	11.825	0,0.169	0,9.885	1,787	1,67.761	0,9.884	0,0.165			0,0.004			0,0.001
» 50 » 100	5.940	0,0.085	0,9.970	2,098	1,98.945	0,9.969	0,0.085						0,0.001
» 100 » 150	1.223	0,0.017	0,9.987	2,274	2,16.909	0,9.987	0,0.018			0,0.001			
» 150 » 200	413	0,0.006	0,9.993	2,397	2,29.579	0,9.993	0,0.006						
oltre 200	519	0,0.007	1,0.000	∞	∞	1,0.000	0,0.007						
Totali	700.576	1,0.000	8,3.021			8,3.025	1,0.000			0,0.004	0,0.004	0,0.002	0,0.006
										scarto medio 0,08 %	scarto medio 0,0086 %		

$$z = 0,98.817 \log(x - 2,4) + 0,13.601$$

La costante a è stata determinata graficamente, mentre le costanti α e b sono state determinate (dopo aver fissato il valore di a) assumendo come invarianti i primi due valori osservati di z .

Distribuzione dei redditi (soggetti alla super-tax) in Inghilterra nell'esercizio 1911-12

Classi di reddito (in migliaia di lire sterline)	Valori osservati			$\log(x-4,4)$	Valori calcolati			Scarti tra valori osservati e valori calcolati			
	Y	y	P		z	P	y	y		P	
								+	-		
da 5 a 10	7.411	0,641	0,641	0,649	0,641	0,641					
> 10 > 15	2.029	0,176	0,817	0,942	0,817	0,176					
> 15 > 20	787	0,068	0,885	1,115	0,886	0,069				0,001	
> 20 > 25	438	0,038	0,923	1,250	0,922	0,036		0,001	0,001		
> 25 > 35	382	0,033	0,956	1,424	0,956	0,034		0,002	0,001		
> 35 > 45	186	0,016	0,972	1,554	0,972	0,016					
> 45 > 55	107	0,009	0,981	1,659	0,981	0,009					
> 55 > 65	56	0,005	0,986	1,738	0,986	0,005					
> 65 > 75	37	0,003	0,989	1,798	0,989	0,003					
> 75 > 100	55	0,005	0,994	1,943	0,994	0,005					
oltre 100	66	0,006	1,000	∞	1,000	0,006					
Totali	11.554	1,000	10,144		10,144	1,000		0,002	0,002	0,001	0,001
								scarto medio 0,40 %	scarto medio 0,02 %	scarto medio 0,02 %	

$$z = 1,057 \log(x - 4,4) - 0,142$$

La costante α è stata determinata graficamente, mentre le costanti α e β sono state determinate (dopo aver fissato il valore di α) assumendo come invarianti i primi due valori osservati di z .

Distribuzione dei redditi (sched. D) in Inghilterra nell'esercizio 1893-94

Classi di reddito (in centinaia di lire sterline)	Valori osservati				$\log(x-2)$	Valori calcolati			Scarti tra valori osservati e valori calcolati		
	Y	y	P	z		z	P	y	y		P
									+	-	
da 1,5 a 3	278.652	0,69.550	0,69.550	0,726	0,00.000	0,69.550	0,69.550				
» 3 » 5	67.577	0,16.867	0,86.417	1,055	0,47.712	0,86.417	0,16.867				
» 5 » 7	20.150	0,05.030	0,91.447	1,216	0,69.897	0,91.243	0,04.826	0,00.204		0,00.204	
» 7 » 9	9.236	0,02.305	0,98.752	1,317	0,84.510	0,98.586	0,02.343		0,00.088	0,00.166	
» 9 » 20	15.153	0,03.732	0,97.534	1,589	1,25.527	0,97.555	0,03.969		0,00.187		0,00.021
» 20 » 40	5.719	0,01.427	0,98.961	1,812	1,57.978	0,98.974	0,01.419		0,00.008		0,00.013
» 40 » 100	3.057	0,00.763	0,99.724	2,117	1,99.123	0,99.701	0,00.727		0,00.036	0,00.023	
oltre 100	1.104	0,00.276	1,00.000	∞	∞	1,00.000	0,00.299		0,00.023		
Totali	400.648	1,00.000	7,37.385			7,37.026	1,00.000		scarto medio 0,496 %	0,00.248	scarto medio 0,058 %

$$z = 0,68,955 \log(x - 2) + 0,72,600$$

La costante a è stata determinata graficamente, mentre le costanti α e b sono state determinate (dopo aver fissato il valore di a) assumendo come invarianti i primi due valori osservati di z .

TAVOLA V.

Distribuzione dei redditi nel Granducato di Oldenburg nell'anno 1890

Classi di reddito (in centinaia di marchi)	Valori osservati				$\log(x+1,1)$	Valori calcolati			Scarti tra valori osservati e valori calcolati			
	Y	y	P	z		z	P	y	y		P	
									+	-		+
da 3 a 6	30.266	0,55.729	0,55.729	0,543	0,85.126	0,55.729	0,55.729					
» 6 » 9	7.383	0,13.595	0,69.324	0,723	1,00.432	0,69.411	0,13.682	0,00.087			0,00.087	0,00.087
» 9 » 15	7.029	0,12.942	0,82.266	0,954	1,20.683	0,82.810	0,13.399	0,00.457			0,00.457	0,00.544
» 15 » 30	6.129	0,11.286	0,93.552	1,307	1,49.276	0,93.552	0,10.742	0,00.544			0,00.544	
» 30 » 60	2.508	0,04.618	0,98.170	1,668	1,78.604	0,98.074	0,04.522	0,00.096			0,00.096	
» 60 » 90	549	0,01.011	0,99.181	1,870	1,95.952	0,99.154	0,01.080	0,00.069			0,00.069	
» 90 » 153	305	0,00.561	0,99.742	2,131	2,18.752	0,99.744	0,00.590	0,00.029			0,00.029	0,00.002
» 153 » 300	115	0,00.212	0,99.954	2,477	2,47.871	0,99.954	0,00.210	0,00.002			0,00.002	
oltre 300	25	0,00.046	1,00.000	∞	∞	1,00.000	0,00.046					
Totali	54.309	1,00.000	7,97.918			7,98.428	1,00.000	0,00.642	0,00.642	0,00.642	0,00.123	0,00.683
								scarto medio 1,28%			scarto medio 0,09%	

$$z = 1,19 \log(x + 1,1) - 0,47$$

La costante α è stata determinata graficamente, mentre le costanti a e b sono state determinate (dopo aver fissato il valore di α) assumendo come invarianti il primo ed il quarto valore osservato di z .

Distribuzione dei redditi in Prussia nell'anno 1912

Classi di reddito (in centinaia di marchi)	Valori osservati				$\log(x-13)$	Valori calcolati			Scarti tra valori osservati e valori calcolati		
	Y	y	P	z		z	P	y	y		P
									+	-	
da 9 a 18	5.207.591	0,75.401	0,75.401	0,820	0,69.897	0,75.401	0,75.401				
, 18 , 65	1.485.337	0,21.506	0,96.907	1,526	1,71.600	0,96.907	0,21.506				
, 65 , 305	188.114	0,02.724	0,99.681	2,053	2,46.588	0,99.619	0,02.712	0,00.012		0,00.012	
, 305 , 1000	20.999	0,00.304	0,99.985	2,411	2,99.432	0,99.985	0,00.316		0,00.012		
, 1000 , 5000	4.136	0,00.060	0,99.995	2,87	3,69.784	0,99.995	0,00.060				
oltre 5000	320	0,00.005	1,00.000	∞	∞	1,00.000	0,00.005				
<i>Totali</i>	6.906.497	1,00.000	5,71.869			5,71.857	1,00.000	0,00.012	scarto medio 0,024%	0,00.012	scarto medio 0,002%

$$z = 0,69,418 \log(x - 13) + 0,33,479$$

La costante a è stata determinata graficamente, mentre le costanti α e b sono state determinate (dopo aver fissato il valore di a) assumendo come invarianti i primi due valori osservati di z .

TAVOLA VII.

Distribuzione dei redditi (soggetti a super-tax) in Inghilterra nell'esercizio 1911-12

CLASSI DI REDDITO (in migliaia di lire sterline)	Numero dei redditi osservati	Equazione Pareto		Equazione proposta		Valori delle costanti
		Numero dei redditi calcolato	Scarto tra il numero dei redditi osservati e quello calcolato	Numero dei redditi calcolato	Scarto tra il numero dei redditi osservati e quello calcolato	
da 5 a 10	7.411	7.587	- 176	7.411	0	<p><i>Equazione Pareto :</i> $\log k = 9,618$ $\alpha = 1,50$ unità misura di $x = 1$ Ls.</p> <p><i>Equazione proposta :</i> $\alpha = 1,057$ $a = - 4,4$ $b = 0,142$ unità misura di $x = 1.000$ Ls.</p>
» 10 » 15	2.029	1.890	+ 139	2.029	0	
» 15 » 20	787	798	- 6	797	- 10	
» 20 » 25	488	416	+ 22	417	+ 21	
» 25 » 35	882	417	- 35	398	- 11	
» 35 » 45	186	199	- 13	186	0	
» 45 » 55	107	113	- 6	107	0	
» 55 » 65	56	72	- 16	56	0	
» 65 » 75	37	48	- 11	37	0	
» 75 » 100	55	71	- 16	55	0	
oltre 100	66	131	- 65	66	0	
<i>Totali</i>	11.554	11.737	+ 161 - 344	11.554	+ 21 - 21	scarto medio: 0,40 %
			scarto medio: 4,37 %			

Distribuzione dei redditi (sched. D) in Inghilterra nell'esercizio 1893-94

CLASSI DI REDDITO (in lire sterline)	Numero dei redditi osservati	Equazione Pareto		Equazione proposta		Valori delle costanti
		Numero dei redditi calcolati	Scarto tra il numero dei redditi osservati e quello calcolato	Numero dei redditi calcolati	Scarto tra il numero dei redditi osservati e quello calcolato	
da 150 a 300	278.652	240.294	+ 38.358	278.652	0	<i>Equazione Pareto :</i> $\log k = 8,3,319$ $\alpha = - 29$ $\alpha = 1,3,295$ unità misura di $x = 1$ Ls. <i>Equazione proposta :</i> $\alpha = 6,68,955$ $\alpha = - 2$ $b = - 0,72,600$ unità misura di $x = 100$ Ls.
» 300 » 500	67.577	65.111	+ 2.466	67.577	0	
» 500 » 700	20.150	22.515	- 2.365	19.335	+ 815	
» 700 » 900	9.226	10.979	- 1.743	9.387	- 151	
» 900 » 2.000	15.153	17.549	- 2.396	15.902	- 749	
» 2.000 » 4.000	5.719	5.419	+ 300	5.685	+ 34	
» 4.000 » 10.000	3.057	2.488	+ 569	2.913	+ 144	
oltre 10.000	1.104	1.036	+ 68	1.197	- 93	
<i>Totale</i>	400.648	865.391	+ 41.761 - 6.504	400.648	+ 998 - 998	
			scarto medio: 12,05 %		scarto medio: 0,50 %	

Distribuzione dei redditi nel Granducato di Oldenburg nell'anno 1890

CLASSI DI REDDITO (in marchi)	Numero dei redditi osservati	Equazione Pareto		Equazione proposta		Valori delle costanti	
		Numero dei redditi calcolato	Scarto tra il numero dei redditi osservati e quello calcolato	Numero dei redditi calcolato	Scarto tra il numero dei redditi osservati e quello calcolato		
da 300 a 600	30.266	26.969	+ 3.297	30.266	0	<i>Equazione Pareto :</i> $\log k = 8,72.204$ $\alpha = 220$ $\alpha = 1.465$ $\beta = 0,0.000.681$ unità misura di $x = 1$ marco <i>Equazione proposta :</i> $\alpha = 1,19$ $\alpha = 1,1$ $b = 0,47$ unità misura di $x = 100$ marchi	
» 600 » 900	7.383	10.340	- 2.957	7.431	- 48		
» 900 » 1.500	7.029	8.272	- 1.243	7.277	- 248		
» 1.500 » 3.000	6.129	5.560	+ 569	5.884	+ 295		
» 3.000 » 6.000	2.508	2.169	+ 339	2.456	+ 52		
» 6.000 » 9.000	549	584	+ 15	586	- 37		
» 9.000 » 15.300	305	312	- 7	320	- 15		
» 15.300 » 30.000	115	180	- 15	114	+ 1		
oltre 30.000	25	23	+ 2	25	0		
<i>Totais</i>	54.309	54.309	+ 4.222 - 4.222	54.309	+ 348 - 348		
			scarto medio : 15,55 %		scarto medio : 1,28 %		

Distribuzione dei redditi in Prussia nell'anno 1912

CLASSI DI REDDITO (in marchi)	Numero dei redditi osservati		Equazione Amoroso		Equazione proposta		Valori delle costanti
	cifre assolute	cifre relative	Numero dei redditi calcolato	Scarto tra il numero dei redditi osservato e quello calcolato	Numero dei redditi calcolato	Scarto tra il numero dei redditi osservato e quello calcolato	
da 900 a 1.800	5.207.591	75.401	74.285	+ 1.166	75.401	0	<i>Equazione Amoroso:</i> $h = 900$ $k = 7.183 \cdot 10^8$ $y = 46.503$ $p = 3.55.557$ $s = - \frac{1}{0,44.914}$ unità misura $x = 1$ marco
» 1.800 » 6.500	1.485.337	21.506	22.347	- 841	21.506	0	
» 6.500 » 30.500	188.114	2.724	3.089	- 315	2.712	+ 12	
» 30.500 » 100.000	20.999	304	303	+ 1	316	- 12	
» 100.000 » 500.000	4.136	60	70	- 10	60	0	
oltre 500.000	320	5	6	- 1	5	0	<i>Equazione proposta:</i> $\alpha = 0,69,418$ $a = - 13$ $b = - 0,38,479$ unità misura $x = 100$ marchi
Totali	6.906.497	100.000	100.000	+ 1.167 - 1.167	100.000	+ 12 - 12	
				scarto medio: 2,33%		scarto medio: 0,02%	

TAVOLA XI.

Distribuzione dei redditi in Giappone nell'esercizio 1904-05

CLASSI DI REDDITO (in yens)	Numero dei redditi osservati	Equazione MacAlister		Equazione proposta		Valori delle costanti
		Numero dei redditi calcolato	Scarto tra il numero dei redditi osservati e quello calcolato	Numero dei redditi calcolato	Scarto tra il numero dei redditi osservati e quello calcolato	
da 300 a 500	390.881	390.926	- 45	390.881	0	<i>Equazione MacAlister:</i> $a = 1,060$ $h = 320$ $b = - 2,286$ unità misura di $x = 1$ yen <i>Equazione proposta:</i> $\alpha = 0,98,317$ $\alpha = - 2,4$ $b = - 0,13,601$ unità misura di $x = 100$ yens
> 500 > 1.000	200.173	200.570	- 397	200.173	0	
> 1.000 > 2.000	71.146	70.829	+ 317	71.389	- 243	
> 2.000 > 3.000	18.456	18.255	+ 201	18.456	0	
> 3.000 > 5.000	11.825	11.855	- 30	11.560	+ 265	
> 5.000 > 10.000	5.940	5.990	- 50	5.940	0	
> 10.000 > 15.000	1.223	1.231	- 8	1.245	- 22	
> 15.000 > 20.000	413	444	- 31	413	0	
oltre 20.000	519	476	+ 43	519	0	
<i>Totale</i>	700.576	700.576	+ 561 - 561	700.576	+ 265 - 265	
			scarto medio: 0,16 %		scarto medio: 0,08 %	

Distribuzione dei redditi (soggetti alla super-tax) in Inghilterra nell'esercizio 1911-12

CLASSI DI REDDITO (in migliaia di sterline)	Numero dei redditi osservati	Equazione McAlister		Equazione proposta		Valori delle costanti
		Numero dei redditi calcolato	Scarto tra il numero dei redditi osservati e quello calcolato	Numero dei redditi calcolato	Scarto tra il numero dei redditi osservati e quello calcolato	
da 5 a 10	7.411	7.423	- 12	7.411	0	<i>Equazione McAlister:</i> $a = 1,143$ $h = 5,7$ $b = - 0,467$ unità misura di $x = 1.000$ Ls.
» 10 » 15	2.029	2.017	+ 12	2.029	0	
» 15 » 20	787	801	- 14	797	- 10	
» 20 » 25	438	430	+ 8	417	+ 21	
» 25 » 35	382	377	+ 5	393	- 11	
» 35 » 45	186	185	+ 1	186	0	
» 45 » 55	107	104	+ 3	107	0	
» 55 » 65	56	59	- 3	56	0	
» 65 » 75	37	40	- 3	37	0	
» 75 » 100	55	52	+ 3	55	0	
oltre 100	66	66	0	66	0	<i>Equazione proposta:</i> $\alpha = 1,057$ $\alpha = 4,4$ $b = - 0,142$ unità misura di $x = 1.000$ Ls.
Totali	11.554	11.554	+ 32 - 32	11.554	+ 21 - 21	
			scarto medio : 0,55 %		scarto medio : 0,40 %	

Distribuzione dei redditi (sched. D) in Inghilterra nell'esercizio 1893-94

CLASSI DI REDDITO (in lire sterline)	Numero dei redditi osservati	Equazione McAlister		Equazione proposta		Valori delle costanti
		Numero dei redditi calcolato	Scarto tra il numero dei redditi osservati e quello calcolato	Numero dei redditi calcolato	Scarto tra il numero dei redditi osservati e quello calcolato	
da 150 a 300	278.652	288.133	- 4.481	278.652	0	<i>Equazione McAlister:</i> $a = 0,756$ $h = 220$ $b = - 1,062$ unità misura di $x = 1$ Ls.
» 300 » 500	67.577	63.850	+ 3.727	67.577	0	
» 500 » 700	20.150	20.115	+ 35	19.835	+ 815	
» 700 » 900	9.236	8.200	+ 1.036	9.987	- 151	
» 900 » 2.000	15.153	15.625	- 472	15.902	- 749	
» 2.000 » 4.000	5.719	5.575	+ 144	5.685	+ 84	
» 4.000 » 10.000	3.057	3.046	+ 11	2.913	+ 144	
oltre 10.000	1.104	1.104	0	1.197	- 93	
<i>Totale</i>	400.648	400.648	+ 4.953	400.648	+ 993	
			- 4.953		- 993	
			scarto medio: 2,47 %		scarto medio: 0,50 %	

Equazione proposta:
 $a = 0,68.955$
 $a = - 2$
 $b = - 0,72.600$
 unità misura di $x = 100$ Ls.

Distribuzione dei redditi nel Granducato di Oldenburg nell'anno 1890

CLASSI DI REDDITO (in marchi)	Numero dei redditi osservati	Equazione McAlister		Equazione proposta		Valori delle costanti
		Numero dei redditi calcolato	Scarto tra il numero dei redditi osservati e quello calcolato	Numero dei redditi calcolato	Scarto tra il numero dei redditi osservati e quello calcolato	
da 300 a 600	30.266	30.088	+ 178	30.266	0	<i>Equazione McAlister :</i> $a = 1,258$ $h = 120$ $b = 0,497$ [unità misura di $x = 1$ marco <i>Equazione proposta :</i> $a = 1,19$ $a = 1,1$ $b = 0,47$ unità misura di $x = 100$ marchi
» 600 » 900	7.383	7.657	- 274	7.431	- 48	
» 900 » 1.500	7.029	7.277	- 248	7.277	- 248	
» 1.500 » 3.000	6.129	5.808	+ 326	5.884	+ 295	
» 3.000 » 6.000	2.508	2.444	+ 64	2.456	+ 52	
» 6.000 » 9.000	549	584	- 35	586	- 37	
» 9.000 » 15.300	305	318	- 13	320	- 15	
» 15.300 » 30.000	115	114	+ 1	114	+ 1	
oltre 30.000	25	24	+ 1	25	0	
<i>Totali</i>	54.309	54.309	+ 570 - 570	54.309	+ 348 - 348	
			scarto medio : 2 %			

Distribuzione dei redditi in Prussia nell'anno 1912

CLASSI DI REDDITO (in marchi)	Numero dei redditi osservato		Equazione McAlister		Equazione proposta		Valori delle costanti
	cifre assolute	cifre relative	Numero del calcolo	Scarto tra il numero dei redditi osservato e quello calcolato	Numero del redditi	Scarto tra il numero dei redditi osservato e quello calcolato	
da 900 a 1.800	5.207.591	75.401	75.401	0	75.401	0	<i>Equazione McAlister:</i> $a = 0,73.537$ $h = - 1,39.823$ $b = 1,435$ unità misura $x = 1$ marco
• 1.800 • 6.500	1.485.337	21.506	21.561	- 55	21.506	0	
• 6.500 • 30.500	188.114	2.724	2.652	+ 72	2.712	+ 12	
• 30.500 • 100.000	20.999	304	321	- 17	316	- 12	
• 100.000 • 500.000	4.136	60	61	- 1	60	0	
oltre 500.000	320	5	4	+ 1	5	0	<i>Equazione proposta:</i> $a = 0,69.418$ $a = - 13$ $b = - 0,33.479$ unità misura $x = 100$ marchi
<i>Totali</i>	6.906.497	100.000	100.000	+ 73 - 73	100.000	+ 12 - 12	
				scarto medio: 0,15%		scarto medio: 0,02%	

SUL CALCOLO DELLE RISERVE
DEI CONTRATTI DI CAPITALIZZAZIONE
MEDIANTE VALORI AUSILIARI

GUIDO SANTACROCE

1. — È da tempo largamente introdotto nella pratica assicurativa il metodo di determinazione delle riserve matematiche dei rischi in corso alla data dell'inventario mediante l'uso di valori ausiliari. Tale procedimento di calcolo per solito si ricorda sotto il nome dell'attuario ALTENBURGER, benchè, prima di questo Autore, già se ne fosse occupato lo ZILLMER nel suo noto trattato (1) e il KARUP fin dal 1878 ne avesse suggerito l'impiego per le valutazioni della « *Lebens-Versicherungs Bank für Deutschland* » in Gotha (2).

Mi propongo nella presente Nota dimostrare come l'adozione di opportuni valori ausiliari consenta di rendere considerevolmente più rapido anche il calcolo della riserva matematica di un portafoglio costituito da polizze di capitalizzazione.

2. — Poniamoci nel caso di un'impresa di capitalizzazione che applichi tariffe fissate sulla base di un saggio d'interesse *i* e che, in sede di bilancio, nell'intento di provvedere a un ammor-

(1) Cfr. A. ZILLMER, *Die mathematischen Rechnungen bei Lebens- und Renten-Versicherungen*, II Ediz., Berlino 1887 (La prima edizione fu pubblicata nel 1861). Si veda anche P. SMOLENSKI, *Sul calcolo delle riserve col metodo dei valori ausiliari*, « Giornale dell'Istituto italiano degli attuari », vol. I, n. 1, pp. 54-66, 1930.

(2) Cfr. I. ALTENBURGER, *On the grouping of Endowment Assurances for Valuation*, J. I. A. vol. XXXV, pp. 332-36, 1901.

tamento per così dire implicito delle spese d'acquisto, effettuati nel modo appresso indicato la valutazione delle riserve matematiche a un tasso opportunamente scelto $j > i$.

Riferiamoci dapprima al caso di polizze di capitalizzazione a premio annuale.

Per una qualunque polizza, il premio dovuto all'inizio di ogni anno della durata contrattuale è definito da

$$P = \frac{C}{s_{\overline{n}|i}},$$

essendo C il capitale garantito a scadenza e n la durata.

In relazione alla polizza considerata, si esprima con f la frazione d'anno intercorrente tra la data di chiusura dell'esercizio (31 dicembre) e l'anniversario della decorrenza del contratto e, inoltre, s'indichi con r il numero dei premi da incassare successivamente alla data di valutazione. Questi premi capitalizzati al tasso j daranno a scadenza il montante

$$P s_{\overline{r}|j}$$

e quindi la Compagnia, onde poter costituire a scadenza il capitale C , dovrà disporre al momento dell'inventario di una somma evidentemente pari a

$$R = (C - P s_{\overline{r}|j}) v^{r+f},$$

ove le consuete notazioni finanziarie vanno riferite al saggio d'interesse j .

Ne segue

$$(1) \quad R = C v^{r+f} - P \cdot {}_j a_{\overline{r}|},$$

che è appunto la formula considerata nel presente studio per il calcolo, agli effetti di bilancio, della riserva matematica di un contratto di capitalizzazione a premio annuo.

3. — Vediamo come si modifica la formola precedente, quando il pagamento del premio risulti frazionato in m rate.

In tal caso, posto f sotto la forma

$$f = \frac{k}{m} + t \quad \left(t < \frac{1}{m} \right)$$

si osservi che, dopo la data di valutazione, rimangono da incassare $mr+k$ rate di premio, la scadenza della prima rata avendo luogo appena trascorso il tempo t .

Pertanto, se $P^{(m)}$ designa il premio annuo frazionabile in m rate, la formola che esprime la riserva diventa

$$R^{(m)} = \left(C - P^{(m)} s_{\overline{r+k/m}|}^{(m)} \right) v^{r+k/m+t},$$

ossia

$$(2) \quad R^{(m)} = C v^{r+k/m+t} - P^{(m)} a_{\overline{r+k/m}|}^{(m)} v^t.$$

Approssimativamente il valore di $a_{\overline{r+k/m}|}^{(m)}$ si può determinare con la formola (*)

$$a_{\overline{r+k/m}|}^{(m)} \cong \frac{d}{d_{(m)}} \left(\frac{k}{m} + v^{k/m} a_{\overline{r}|} \right)$$

(*) Infatti, notando che è

$$a_{\overline{r}|}^{(m)} = \frac{d}{d_{(m)}} a_{\overline{r}|},$$

ove

$$d = 1 - v, \quad d_{(m)} = m(1 - v^{1/m}),$$

e che inoltre, con un'approssimazione per difetto, risulta

$$a_{\overline{k/m}|}^{(m)} \cong \frac{k}{m} a_{\overline{1}|}^{(m)} = \frac{k}{m} \frac{d}{d_{(m)}},$$

la formola

$$a_{\overline{r+k/m}|}^{(m)} = a_{\overline{k/m}|}^{(m)} + v^{k/m} a_{\overline{r}|}^{(m)}$$

si può scrivere

$$a_{\overline{r+k/m}|}^{(m)} \cong \frac{d}{d_{(m)}} \left(\frac{k}{m} + v^{k/m} a_{\overline{r}|} \right)$$

che è appunto l'espressione indicata nel testo.

e allora la (2), ponendo

$$(3) \quad P_m = P^{(m)} \frac{d}{d_{(m)}},$$

si presenta sotto l'aspetto seguente

$$R^{(m)} \cong C v^{r+k/m+t} - P_m \cdot \frac{k}{m+t} |a_r| - \frac{k}{m} P_m v^t,$$

da cui, essendo lecito trascurare il fattore v^t nell'ultimo termine del secondo membro, si ha

$$R^{(m)} \cong C v^{r+f} - P_m \cdot f |a_r| - \frac{k}{m} P_m,$$

cioè in definitiva

$$(4) \quad R^{(m)} \cong R - \frac{k}{m} P_m,$$

dove R s'intende calcolato secondo la (1), effettuandovi la sostituzione di P_m al posto di P .

Per semplicità di locuzione, denominiamo *premio frazionato d'inventario* la quantità P_m , che supponiamo sostituita nelle schede attuariali al posto del corrispondente premio annuo frazionato $P^{(m)}$.

La formola (4) dimostra che, ai fini del conteggio delle riserve, i contratti si possono considerare come se fossero tutti a premio annuale, salvo a tener conto del frazionamento dei premi effettuando sulla riserva globale così calcolata la detrazione dei ratei dei premi frazionati d'inventario che scadono oltre la data di valutazione e che, rimanendo invariati per l'intera durata dei contratti, possono essere trascritti una volta per tutte sulle corrispondenti schede attuariali.

4. — Torniamo, dunque, al caso di polizze a premio annuo e, unicamente allo scopo di rendere più spedita l'applicazione del metodo, introduciamo un'ipotesi semplificativa relativamente alla distribuzione in ciascun esercizio delle decorrenza delle polizze.

Considerata la circostanza che nel secondo semestre, rispetto al primo, si realizza di regola una produzione maggiore, si può assumere con buona rispondenza concreta che gli anniversari delle date di effetto dei contratti ricorrano mediamente otto mesi dopo la data di chiusura dell'esercizio.

In tale ipotesi, la durata residua pertinente a una qualunque polizza in vigore alla data dell'inventario sarà espressa da un numero della forma

$$r + \frac{2}{3}$$

dove r è intero.

Ciò posto, conservando ogni altra precedente notazione, per una qualunque polizza di capitalizzazione designiamo con

- h l'anno di calendario alla fine del quale si opera la valutazione;
- l » » in cui scade l'ultimo premio (anno) (*);
- p » » in cui scade il contratto.

Allora la relativa riserva matematica alla fine dell'anno di calendario h risulta espressa da

$$\begin{aligned} R &= C v^{p-h-1/3} - P v^{2/3} a_{\overline{l-h}|} \\ &= C v^{p-h-1/3} - P v^{2/3} \frac{1 - v^{l-h}}{d} \\ &= C v^{p-h-1/3} - P \frac{(1+j)^{1/3}}{j} (1 - v^{l-h}) \end{aligned}$$

Fissato un qualunque valore θ , essendo

$$\begin{aligned} v^{p-h} &= v^{p-\theta} v^{\theta-h}, \\ v^{l-h} &= v^{l-\theta} v^{\theta-h}, \end{aligned}$$

(*) E' di solito $l = h - 1$.

l'espressione della riserva si può trasformare nella seguente

$$(5) \quad R = A v^{\theta-h} - B,$$

dove

$$(6) \quad \begin{aligned} A &= \left(C v^{p-\theta} + \frac{P}{j} v^{l-\theta} \right) (1+j)^{1/3} \\ &= \left[C (1+j)^{-(p-l)} + \frac{P}{j} \right] (1+j)^{\theta-l+1/3} \\ B &= P \frac{(1+j)^{1/3}}{j}. \end{aligned}$$

Le quantità A e B definite dalle formole (6) non dipendono da h ; pertanto, prefissato il valore di θ , esse intervengono ogni anno invariate nel computo della riserva matematica, sempre che rimangano immutate le basi della valutazione, e quindi possono essere calcolate una volta per tutte al momento della emissione dei contratti e iscritte nelle corrispondenti schede attuariali.

Assunto per es. $\theta = 2.000$, per il portafoglio in vigore alla fine dell'anno di calendario h , risulta così la seguente espressione della riserva globale

$$(7) \quad \Sigma R = v^{2000-h} \Sigma A - \Sigma B,$$

le sommatorie essendo estese a tutte le polizze in vigore del portafoglio considerato e per ciascun contratto le quantità A e B desumendosi dalle (6) per $\theta = 2.000$.

LA CIRCOLAZIONE DELL'ASSICURAZIONE CONTRO I DANNI

ANTIGONO DONATI

SOMMARIO *. — I. *Premesse*. — 1. La teoria dell'interesse assicurato e la risoluzione del rapporto assicurativo in caso di alienazione delle cose assicurate. — 2. Inconvenienti della risoluzione. I bisogni e gli strumenti di circolazione. — II. *Circolazione mediante trasmissione del rapporto assicurativo a titolo particolare*. — 3. In generale. — 4. La c. d. cessione della polizza in diritto italiano. — 4 bis (*segue*). In particolare nelle ass. trasporti. — 5. Il trasferimento *ex lege* delle legislazioni straniere. — III. *Circolazione mediante l'attribuzione di un diritto al risarcimento direttamente al titolare dell'interesse assicurato al momento del sinistro*. — 6. In generale. — 7. La polizza all'ordine e al portatore titolo di credito. — 8. L'assicurazione per conto di chi spetta. — IV. *Conclusioni*.

I.

1. — L'assicurazione contro i danni è un contratto di natura obbligatoria o personale, e non già reale, e verte su un interesse subbietivo, cioè su un rapporto patrimoniale tra un soggetto e un oggetto determinati (ad es. sul diritto di proprietà di Tizio sulla casa A) e non già sulla stessa cosa assicurata (ad es. sulla casa A) ovvero su un interesse obbiettivo, cioè su un interesse considerato in sè indipendentemente da un soggetto determinato (ad es. sul diritto di proprietà sulla casa A). Sulla prima affermazione, dopo notevoli oscillazioni specialmente nei commentatori dell'*Ordonnance* (1), non è più lecito il dubbio; la seconda è or-

* Questo studio non intende esaurire tutti i problemi relativi alla circolazione dell'assicurazione contro i danni in caso di circolazione delle cose assicurate, ma tracciare soltanto un rapido schema dei suoi strumenti giuridici.

(1) L'EMERIGON, *Traité des assurances et des contrats à la grosse*, Rennes, 1827, cap. XVI, sez. III, il BOULAY-PATY, *Cours*, tit. X, sez. VI ecc. per le ass. marit-



mai il *Leitmotif* della dottrina moderna (1). L'interesse non può essere concepito che in maniera subbiettiva, cioè in relazione ad un soggetto determinato (2): una concezione obbiettiva dell'interesse (3) ripugna logicamente con qualsiasi definizione dell'interesse, che ha sempre una base subbiettiva; è assolutamente incompatibile con il principio indennitario che sta alla base dell'assicurazione contro i danni, giacchè la risarcibilità di un sinistro che colpisce un interesse in sè può condurre direttamente al gioco ed alla scommessa (c. d. *Wettversicherung*); è infine in pieno contrasto con il sistema del diritto assicurativo positivo di qualunque Paese (4).

Rigorosa conseguenza logica del principio sopra affermato (natura obbligatoria, interesse subbiettivo) è che, non appena per effetto dell'alienazione delle cose assicurate l'interesse assicurato muta titolare, il contratto di assicurazione, di per sè, deve estinguersi. Data la sua natura obbligatoria, non può infatti produrre *ipso jure* effetti in capo all'acquirente, perchè, in linea generale, nè questi ha partecipato direttamente o indirettamente (a mezzo di rappresentante) alla conclusione del contratto, nè per il semplice

time, il PARDESSUS, *Cours*, n. 597, GRUN et JOLIAT, *Trattato delle assicurazioni terrestri*, Mantova, 1829, pag. 86 e 327 per quelle terrestri sostenevano infatti che l'assicurazione è un contratto non personale ma reale ed accessorio che segue la cosa assicurata. Questa tesi non è senza eco ancora oggi: cfr. ad es. WEENS, *L'assurance des choses contrat d'indemnité*, Paris, 1927.

(1) Cfr. tra gli altri MOSSA, *Saggio legislativo sul contratto di assicurazione*, Pisa, 1931, pag. 24; e da ultimo FERRARINI, *L'interesse di assicurazione in Saggi di scienze assicurative*, a cura della R. Università di Pisa, Pisa, 1935, pag. 93 e segg.; EHRENBURG, *Versicherungsrecht*, Leipzig, 1893, pag. 8, 286; KISCH, *Lehrbuch des Privatversicherungsrecht*, München, 1922, vol. III; RITTER, *Das Recht der Seeversicherung*, Hamburg, 1920, vol. I, pag. 5; BRUCK, *Das Privatversicherungsrecht*, Mannheim, 1930, pag. 474 e segg.

Per maggiori particolari su quanto segue nel testo e nelle note cfr. il mio studio *L'assicurazione per conto di chi spetta*, in « Riv. dir. navig. », 1936, n. 1, passim n. 4.

(2) Oltre agli autt. citt. alla nota prec. cfr. già ENDEMANN, *Handbuch*, IV, 322; LEWIS, *Lehrbuch des Seeversicherungsrecht*, pag. 34. Alquanto oscillante l'EHRENBURG, cit.

(3) Da non confondere l'interesse obbiettivo con il valore obbiettivo dell'interesse subbiettivo.

(4) Per una esauriente dimostrazione di quanto nel testo cfr. il mio studio *pre- cit.*; KISCH, *op. cit.*, pag. 38; BRUCK, *op. cit.*, pag. 480.

fatto di aver concluso un contratto di assicurazione il primo titolare ha effettuato una stipulazione in di lui favore; non può, d'altro lato, rimanere valido ed efficace nei confronti del primo titolare perchè, per effetto dell'alienazione, è venuto a mancare in lui l'interesse, cioè l'oggetto del contratto. L'art. 439 cod. comm. che suona «In caso di alienazione delle cose assicurate i diritti e le obbligazioni non passano all'acquirente se non è convenuto il contrario» non fa in sostanza che sanzionare legislativamente questa logica conseguenza dei principî.

Questa norma vale per tutte le assicurazioni contro i danni. Si è detto in contrario (1) che essa non si applica alle assicurazioni marittime delle merci in virtù dell'art. 604 cod. comm. perchè in contrasto con le loro necessità «circolatorie»: ma questa tesi non mi sembra esatta. Il nostro articolo, come ho già detto, non è che la sanzione legislativa di un principio generale: dato e non concesso che si potesse considerare inapplicabile alle assicurazioni marittime la norma scritta, resta sempre il principio. Per giungere al trasferimento *ipso jure* del rapporto assicurativo in caso di alienazione delle cose assicurate — concetto, si badi, questo del trasferimento *ipso jure* a titolo particolare di un rapporto obbligatorio bilaterale del tutto eccezionale nel nostro diritto (cfr. ad es. l'art. 1597 cod. civ. in tema di locazione) — occorrerebbe che il principio venisse derogato da una norma di legge o da un uso commerciale: ma di una norma di legge in tal senso, anche per le sole assicurazioni marittime, nel nostro diritto positivo non vi è neppure l'ombra (2); e l'uso è ben chiaramente escluso dall'art. 15 della polizza italiana ass. mar. merci 1933 (3) il quale, con lo stabilire che la polizza può essere ceduta mediante regolare trasferimento, esclude implicitamente il trasferimento automatico.

(1) Cfr. per tutti VIVANTE, *Il contratto di assicurazione*, vol. II, Milano, 1890, nn. 2 e 29.

(2) Per i progetti italiani e per alcuni diritti stranieri cfr. *infra*, n. 5.

(3) Cfr. il testo integrale della polizza in «Assicurazioni», 1934, II, 1, 71.

2. — Il principio ora affermato produce però spesso gravi inconvenienti: per l'assicuratore, che vede risolversi il rapporto assicurativo anzitempo; per l'assicurato alienante che per patto di polizza è spesso obbligato a pagare una parte del premio non ancora scaduto a titolo di risarcimento del danno per l'anticipata risoluzione (1); per l'acquirente delle cose assicurate, soprattutto, che rimane scoperto dal giorno del suo acquisto al momento della conclusione di un nuovo contratto di assicurazione.

Nella realtà pratica si viene così profilando su questo punto una necessità del tutto opposta alle conseguenze dei freddi principî dogmatici: il bisogno che il rapporto assicurativo non si estingua per effetto dell'alienazione, ma continui ad avere effetto a favore di ciascun acquirente delle cose assicurate; si afferma in altre parole, nella prassi, il bisogno che l'assicurazione « circoli » (2) insieme alle cose assicurate.

Questo bisogno non è però ugualmente intenso in tutti i rami nè in tutte le ipotesi. A determinarne l'intensità nei vari rami agiscono principalmente un fattore favorevole ed uno contrario: il primo è costituito dalla frequenza e dalla rapidità di circolazione dei beni assicurati; l'altro dall'*intuitus personae* che può aver mosso l'assicuratore alla conclusione dell'assicurazione, *intuitus* che è più forte ove l'assicurato stesso è di solito gestore del rischio, più debole, invece, dove non lo è.

È così che il bisogno di circolazione dell'assicurazione è più tenue nelle assicurazioni contro la grandine, del bestiame, contro gli incendi dei beni immobili, nei quali la circolazione dei beni è meno frequente o legata a varie formalità e d'altra parte è più spiccato l'*intuitus personae*; è invece assai più intenso nell'assicurazione contro gli incendi e furti di merci depositate in Magazzini Generali, o in quelle trasporti terrestri e, soprattutto,

(1) Cfr. le pol. cit., *infra*, nota (3) a pag. 151.

(2) Qui e in seguito uso il termine « circolazione » dell'assicurazione nel senso di « spostamento della sicurezza da un patrimonio ad un altro, qualunque sia lo strumento — e non soltanto il trasferimento del rapporto assicurativo — che lo realizza ». Per un senso analogo in tema di circolazione dei beni cfr. VALERI, *Le varie forme di circolazione della cambiale*, in « Riv. dir. comm. », 1935, 1, 270.

marittimi delle merci nelle quali la circolazione dei beni è rapida e frequente e, d'altro canto, la persona dell'assicurato ha di rado importanza decisiva per la valutazione del rischio, essendo la gestione del rischio affidata di solito a terzi (depositario, spedizioniere, vettore ecc.). In questi rami anzi la necessità circolatoria dell'assicurazione è tanto intensa che numerosi contratti del traffico moderno si basano sul suo presupposto: così ad es. le vendite *cif* e contro documenti.

Sotto la spinta di tali necessità sorgono così, od assumono funzioni circolatorie, numerosi istituti: dalla cessione della polizza o, in legislazioni più moderne, dal trasferimento *ex lege* del rapporto assicurativo, alle polizze all'ordine o al portatore, all'assicurazione per conto di terzi indeterminati e, soprattutto, all'assicurazione per conto di chi spetta. Tutti questi istituti hanno tra loro molti punti di contatto e molte divergenze. Così, pur tendendo tutti alla circolazione dell'assicurazione insieme a quella delle cose assicurate, l'assicurazione per conto di chi spetta è un negozio tra stipulante e assicuratore; la cessione è invece un negozio tra assicurato alienante ed acquirente e, nelle legislazioni più moderne, il trasferimento avviene direttamente *ex lege*; la polizza al portatore o all'ordine è creata ed emessa — se sia momento determinante la creazione o l'emissione è, come è noto, uno dei punti più disputati della teoria dei titoli di credito — dall'assicuratore e poi circola secondo la sua legge di circolazione. Ancora: mediante alcuni, come la cessione integrale o il trasferimento *ex lege*, si attua la circolazione sia degli eventuali diritti che degli obblighi, mentre tutti gli altri producono normalmente la circolazione dei soli diritti. Infine: in alcuni, come la cessione o il trasferimento *ex lege*, la circolazione si attua mediante una trasmissione dei diritti eventuali e, talora, degli obblighi, mentre in altri, come nell'assicurazione per conto di chi spetta e in quelle polizze all'ordine o al portatore che possano considerarsi veri e propri titoli di credito, essa si attua mediante l'attribuzione di un diritto autonomo (cioè non derivato) al risarcimento direttamente al titolare dell'interesse assicurato al momento del sinistro.

Vediamo ora le linee puramente schematiche di questi strumenti di circolazione, soffermandoci prima su quelli che conducono alla trasmissione integrale o unilaterale del rapporto assicurativo e poi su quelli che attribuiscono un diritto al risarcimento direttamente al titolare dell'interesse assicurato al momento del sinistro.

II.

3. — In diritto italiano la trasmissione del rapporto assicurativo a titolo particolare può aver luogo soltanto in virtù di un apposito contratto di cessione tra alienante e acquirente (1). Le legislazioni straniere più moderne, invece, hanno dato maggior rilievo alle necessità circolatorie dell'assicurazione e, trovando la cessione un mezzo troppo lento ed impacciante, hanno apporato una importante deroga ai principî sopra affermati stabilendo in determinate ipotesi che in caso di alienazione delle cose assicurate il rapporto assicurativo si trasferisce *ipso jure* all'acquirente (2). Vedremo presto sia la disciplina della trasmissione *ex contractu* del rapporto assicurativo, sia quella della trasmissione *ex lege*. Qui preme però affermare che, se diversa è la fonte nei due sistemi (contratto, legge) e diversa è perciò la disciplina particolare, sulle stesse linee si svolge invece l'effetto fondamentale delle due diverse fonti: sia l'una che l'altra conducono cioè ad una trasmissione a titolo particolare del rapporto assicurativo.

La dottrina germanica dominante — che si è occupata, invero, soltanto del trasferimento *ex lege*, ma le cui argomentazioni val-

(1) La cessione del rapporto assicurativo è prevista dall'art. 439 cod. comm. che dispone appunto che i diritti e gli obblighi discendenti dal contratto di assicurazione non passano all'acquirente « se non è convenuto il contrario »: la convenzione contraria non può essere costituita che da un negozio tra assicurato alienante ed acquirente, cioè la cessione di contratto, perchè una convenzione tra assicurato alienante e assicuratore potrebbe sì, trasferire (o creare direttamente) i diritti in capo all'acquirente (contratto a favore di terzi), ma non potrebbe trasferirgli gli obblighi (cod. civ. artt. 1128-1130).

(2) Seppure del tutto eccezionale, il fenomeno della trasmissione *ex lege* a titolo particolare di un rapporto obbligatorio non è nuovo: così, in materia di locazione, cfr. cod. civ. it. art. 1597; cod. civ. fr. art. 1743; BGB germanico prg. 571, Schw. Obl. R. art. 259.

gono anche per quello per cessione — non è di questo avviso: essa respinge giustamente le tesi che il rapporto assicurativo agisca a favore all'acquirente perchè diritto reale accessorio che segue la cosa (1) o perchè siano assicurati contemporaneamente l'interesse dell'alienante e quello dell'eventuale acquirente (2), ma respinge anche la tesi della trasmissione del rapporto (3). Il fondamento da cui essa muove è che l'interesse subbietivo, essendo un rapporto patrimoniale tra un soggetto ed un oggetto determinati ed essendo perciò strettamente legato al soggetto titolare, in caso di alienazione delle cose assicurate, non può trasmettersi ma si estingue ed in suo luogo ne sorge uno nuovo nell'acquirente di contenuto uguale, ma non identico al primo; per conseguenza, poichè l'acquirente ha un interesse proprio e non derivato, i diritti e gli obblighi verso l'assicuratore egli non li deriva dall'alienante ma li acquista originariamente in proprio. La legge non ha quindi, secondo questa dottrina, per effetto una trasmissione all'acquirente del rapporto assicurativo, ma la sua estinzione e il sorgere di uno nuovo di uguale contenuto tra assicuratore e acquirente (4). Questa tesi non merita, a mio avviso, accoglimento. Innanzi tutto, il presupposto da cui muove non mi sembra esatto: perchè l'interesse, come ogni rapporto patrimoniale, è pienamente trasmissibile (5) e, non potendosi negare che, nell'ipotesi di alienazione

(1) Per questa tesi cfr. GIERKE, *Die Versicherungsforderung bei Veräußerung der versicherten Sache*, Berlin, 1899, pag. 12 e segg., 76 e segg. Questa tesi è già stata confutata da quanto è detto nel testo (*supra*, n. 1).

(2) Per questa tesi cfr. HECKER, *Zur Lehre von der rechtlichen Natur der Versicherungsverträge*, München, 1894, pag. 55 nota 3 e BERNHOEFT, in *Festschrift* per BUCHKA, pag. 24. Cfr. inoltre il prg. 54₁ della legge svedese.

(3) Questa tesi è stata invece sostenuta, sia pure con termini non sempre precisi, da REICHEL, *Schuldmitübernahme*, pag. 124; KROEMER, *Die Veräußerung der versicherten Sache im Recht der Schadensversicherung*, 1914, pag. 25; HAGEN, *Versicherungsrecht*, in « *Handbuch* » di EHRENBERG, vol. VIII, sez. 1, pag. 661; implicitamente EHRENZWEIG, *Versicherungsvertragsrecht*, Wien, 1935, vol. II, pag. 441.

(4) Cfr. KISCH, *op. cit.*, pag. 333; RITTER, *op. cit.*, pag. 713; BRUCK, *op. cit.*, pag. 574; CAHN, *Der Wechsel des Interessenten im Recht der Schadensversicherung*, Mannheim, 1914, pag. 93; WEISS, *Die Veräußerung der versicherten Sache ecc.*, Göttingen, 1916, pag. 89; LANDGREBE, *Die Veräußerung der versicherten Sache ecc.*, Erlangen, 1934, pag. 12.

(5) A rigore il concetto di trasmissione non risponde a ferrea logica dato che il mutamento di uno degli elementi del rapporto, uno dei soggetti, basta a far

della cosa assicurata, l'interesse dell'acquirente sia quello stesso trasmessogli dall'alienante, non vi è nulla di illogico che, per virtù di legge o di contratto, possa trasferirsi anche il rapporto assicurativo che vi si riferisce. D'altro canto, anche se si vuol negare la trasmissibilità dell'interesse, si può sempre osservare che tra premessa e conseguenza non vi è affatto relazione necessaria. Infatti l'obbligo dell'assicuratore, prima ancora di essere in relazione con l'interesse e con il sinistro, discende da un contratto concluso tra assicuratore ed alienante e costituisce un elemento del rapporto tra assicuratore ed alienante: il fatto quindi che nell'acquirente sorga *ex novo* un interesse non è sufficiente a far sorgere un obbligo eventuale dell'assicuratore verso di lui, se a lui non si trasmette anche la situazione giuridica, cioè il rapporto, di cui tale obbligo è un elemento.

La dottrina dominante giunge in sostanza a ritenere che in caso di alienazione si verifichi una novazione subbiettiva del rapporto assicurativo: ma, a parte che non corrisponde affatto alla realtà, questa affermazione è in pieno contrasto col fatto che la stessa dottrina in esame ritiene che l'assicuratore possa opporre a ciascun acquirente tutte le eccezioni opponibili all'alienante (cfr. *infra*, nota (6) a pag. 159). È quindi più esatto ritenere che tanto la cessione quanto, in alcuni diritti stranieri, le norme sull'alienazione delle cose assicurate, conducano ad una successione o trasmissione a titolo particolare del rapporto assicurativo: soltanto, è da tener presente che, trattandosi di un rapporto di durata, la trasmissione ha effetto *ex nunc*, non tocca cioè i diritti e gli obblighi già sorti in capo all'acquirente prima dell'alienazione.

cessare in realtà l'identità del rapporto. La dottrina di gran lunga dominante si è però da tempo accordata su questo salto logico e ritiene, come è noto, che i diritti, reali e obbligatori, siano trasmissibili: cfr. SAVIGNY, *System*, vol. III, prg. CV; ARNDTS, *Pand.*, I, prg. 56; WINDSCHEID, *Pand.*, I, prg. 642 a); CROME, *All. Theil*, prg. 20; COVIELLO N., *Della successione dei debiti a titolo particolare*, in « Arch. giur. », vol. 56, 1896; DUSI, *La successione nel possesso negli atti tra vivi*, in « Riv. it. per le sc. giur. », 1894, pag. 3; *contra* BRINZ, in *Jahrbücher des gem. Rechts*, III, pag. 31, 32; KUNTZE, *Die Obligation und singular Succession*, prg. 16, 19 ecc. È da notare per incidenza che l'interesse assicurato è quasi sempre un diritto reale (proprietà, godimento, garanzia), o di credito.

Vista l'identità fondamentale dei due istituti, passiamo a delinearne ora brevemente la disciplina.

4. — La c. d. « cessione di polizza » (1) o, più correttamente, la cessione del rapporto assicurativo è un contratto tra l'assicurato alienante e l'acquirente. Nel nostro diritto il legislatore non ha posto alcun divieto contro tale contratto (2), nè per contro ha mai imposto all'alienante e all'acquirente l'obbligo di concluderlo. Le polizze, invece, — e la prassi ha origini lontane — impongono in molti rami all'assicurato alienante l'obbligo di trasmettere il rapporto all'acquirente, spesso sotto pena del pagamento in tutto o in parte del premio ancora da scadere (3). Tali

(1) La cessione di polizza è uno strumento di circolazione dell'assicurazione non soltanto in quei diritti, come quello italiano, nei quali non è possibile il trasferimento *ex lege*, ma anche nei diritti nei quali vige questo trasferimento, e cioè rispetto alle ipotesi in cui questo non è ammesso: così ad es. in diritto austriaco rispetto all'ipotesi di alienazione di una cosa mobile.

È inoltre da notare che è sempre possibile la cessione ad un terzo dei diritti verso l'assicuratore anche all'infuori dell'ipotesi di alienazione delle cose assicurate. Tale cessione può effettuarsi sia dopo il sinistro accertato, che prima del sinistro: nella prima ipotesi si tratta di una cessione di un credito certo, nella seconda di una cessione di un credito eventuale (cfr. EHRENBERG, *op. cit.*, pag. 391, 462; HAGEN, *op. cit.*, pag. 613; BRUCK, *op. cit.*, pag. 720; EHRENZWEIG, *op. cit.*, vol. I, pag. 367). La dottrina italiana (cfr. VIVANTE, *Trattato*, IV vol., n. 1877; NAVARRINI, *Trattato*, n. 1100) nega questa seconda ipotesi. Teoricamente la tesi della dottrina italiana è inesatta, perchè nulla osta la cessione prima del sinistro anche al di fuori dell'ipotesi di alienazione dell'interesse: il cessionario, per agire contro l'assicuratore, deve però dimostrare che il cedente era interessato al momento del sinistro. Praticamente l'ipotesi non ha grande rilievo perchè prima del sinistro l'interessato non ha che un'aspettativa al diritto di risarcimento; il diritto sorge nel cedente e si trasmette quindi al cessionario soltanto se si verifica il sinistro e se si verifica senza o, quanto meno, prima che il cedente abbia alienato l'interesse.

La cessione dell'intero rapporto assicurativo può farsi invece soltanto a chi divenga titolare dell'interesse assicurato.

(2) A torto la nostra dottrina ha visto nell'art. 439 cod. comm. un divieto di cessione del rapporto assicurativo in caso di alienazione delle cose assicurate (cfr. ad es. VIVANTE, *op. loc. ult. cit.* e *Contratto cit.*, vol. II, nn. 2 e 29; LORDI, *Obbligazioni commerciali*, Napoli, 1933, pag. 431). Questo articolo, come ho già detto, nega il trasferimento *ipso jure*, ma ammette esplicitamente la cessione (cfr. *supra*, nota a pag. 148).

(3) Cfr. ad es. la pol. it. ass. incendi (in « Assicurazioni », 1934, II, 1, 47), art. 24: « In caso di vendita, di cessione o di donazione di immobili assicurati, deve l'assicurato dare avviso alla compagnia entro 15 giorni dall'avvenuta novazione. Deve

clausole possono, a mio avviso, ricondursi alla figura di un *pactum de contrahendo cum tertio* (l'acquirente), convenuto fra assicuratore e assicurato alienante, sotto condizione sospensiva dell'alienazione.

Come è noto, la cessione di un contratto bilaterale può essere soltanto unilaterale, cioè cessione dei soli diritti discendenti dal contratto ceduto, ovvero integrale, cioè cessione dell'intero rapporto (1). La natura della cessione di polizza varia così secondo le ipotesi.

Molto spesso il rapporto tra assicurato alienante e assicuratore è ovvero è divenuto un rapporto unilaterale: così quando l'alienante sia un assicurato per conto di terzi, giacchè gli obblighi incombono sullo stipulante e all'assicurato spettano solo i diritti; o quando il premio è stato pagato tutto anticipatamente, giacchè ogni obbligo dell'assicurato è estinto. La cessione del rapporto si risolve così, spesso, in una cessione dei soli diritti eventuali verso l'assicuratore.

Quando invece il rapporto conserva il suo carattere bilaterale, la cessione della polizza — ad applicare la dottrina dominante in tema di cessione di contratto — è costituita da una cessione di crediti eventuali e da un acollo semplice o meglio cumulativo (art. 40 cod. comm.) di debiti, se l'assicuratore non vi ha aderito; da una cessione di crediti eventuali e da un acollo privativo, invece, se vi ha aderito.

La gamma degli effetti della cessione della polizza varia adun-

pure, di regola, trasmettere al compratore, cessionario o donatario, l'obbligo di continuare l'assicurazione fino alla sua scadenza. In caso contrario egli è tenuto per sé e suoi aventi causa a pagare alla Compagnia, oltre i premi scaduti e rimasti insoddisfatti, un'annualità di premio a titolo d'indennità». Quest'obbligo non esiste se la cosa assicurata è un bene mobile (art. 25 stessa pol.) (su detti articoli cfr. DE GREGORIO, *Il trasferimento delle cose assicurate* ecc., in « Assicurazioni », 1934, 1, 486 e spec. 486 e segg.). Presso a poco nel senso dell'art. 24 della polizza incendi cfr. molte polizze di altri rami: ad es. pol. it. grandine, art. 15; pol. furti di varie compagnie, da es. « Assic. Generali » art. 2, « Sicurtà gen. e Globo » art. 11, « Alleanza Sec. Esperia » art. 10; pol. rottura cristalli, vetri ecc. di varie compagnie, ad es. « Alleanza Sec. Esperia » art. 5, « Comp. An. ass. Torino » art. 13 ecc.

(1) Sulla cessione di contratto cfr. di recente FONTANA, *Cessione di contratto*, in « Riv. dir. comm. », 1934, 1, 173 ove trovansi tutti i riferimenti.

que dal solo trasferimento dei diritti quando il rapporto è unilaterale al trasferimento dei diritti e accollo cumulativo dei debiti, quando il rapporto è bilaterale ma l'assicuratore non ha aderito alla cessione; al trasferimento, infine, dei diritti e degli obblighi, quando il rapporto è bilaterale e l'assicuratore ha aderito alla cessione.

Con la cessione si attua in ogni caso la successione negoziale a titolo particolare, completa o meno, del rapporto assicurativo: per il noto principio « *nemo plus juris transferre potest quam ipse non habet* » l'assicuratore può quindi opporre all'acquirente non solo tutte le eccezioni a lui personali, ma anche tutte quelle opponibili all'alienante e suoi predecessori.

Per il lato attivo la cessione del rapporto assicurativo, come ogni altra cessione di diritti, è perfetta con il semplice scambio di consensi delle parti contraenti: ma è efficace verso i terzi, tra i quali va posto anche l'assicuratore debitore ceduto, soltanto se gli è stata notificata o è stata da lui accettata per iscritto (1). Per il lato passivo, poi, l'accollo del debito del premio da parte dell'acquirente è privativo soltanto se l'assicuratore presta la sua adesione (2), il che può, del resto, avvenire anche preventivamente al momento della conclusione dell'assicurazione.

4 bis. — Le formalità di notifiche o adesioni non solo provocano gravi inconvenienti, ma sono anzi opportune in quei rami nei quali la circolazione delle cose assicurate è relativamente rara e lenta, lenta può essere quindi quella dell'assicura-

(1) Come è noto, l'art. 422 deroga all'art. 1589 cod. civ. in quanto si limita a richiedere l'accettazione per iscritto dell'assicuratore invece che l'accettazione per atto autentico. Detto articolo richiede inoltre il trasferimento della polizza, ma la dottrina dominante ritiene che tale trasferimento sia richiesto non *ad substantiam* ma soltanto *ad probationem* dell'avvenuta cessione (cfr. per tutti VIVANTE, *Trattato*, IV vol., n. 1878; NAVARRINI, *Trattato*, III vol., n. 1101).

(2) La dottrina dominante ritiene che per l'accollo privativo del debito non sia necessario che il creditore intervenga come parte nel negozio tra i due debitori, ma basta che vi aderisca. L'atto del creditore è cioè requisito non per l'esistenza ma per l'efficacia del negozio di accollo (cfr. DE RUGGIERO, *Istituzioni*, Messina, 1930, vol. II, pag. 20).

zione (1). Ma esse sono troppo impacciati nelle assicurazioni trasporti, specialmente marittimi, delle merci nelle quali la circolazione deve essere molto più rapida ed intensa. Per tale ragione si è sostenuto (2) che l'art. 422 non sia applicabile alle assicurazioni marittime, sempre per virtù dell'art. 604 che dichiara inapplicabili a queste assicurazioni le regole stabilite nel tit. XIV libro primo che siano con esse incompatibili.

Ma questa incompatibilità non esiste in via assoluta: tanto è vero che le polizze marittime meno recenti confermavano l'articolo 422 richiedendo, oltre alla dichiarazione di cessione apposta sulla polizza, un visto di riconoscimento per notifica dell'assicuratore (3). Si può quindi affermare che le formalità richieste dall'art. 422 cod. comm. siano necessarie anche nelle assicurazioni marittime finchè polizze o usi non vi apportino deroghe.

La vigente polizza italiana di ass. mar. delle merci (1923-1933), e sulle sue orme tutte le polizze di ass. trasporti (marittimi, terrestri, aerei, misti) di cose, apporta per l'appunto a tali formalità un'interessante deroga. L'art. 15 dispone infatti che « La presente polizza potrà essere ceduta mediante regolare trasferimento iscritto nella polizza. Gli assicuratori potranno opporre al cessionario tutte le eccezioni opponibili all'assicurato cedente ». Da un lato, scompare così, per espressa rinuncia dell'assicuratore-debitore (*infra*, nota (1) a pag. 155) la necessità della notifica della cessione all'assicuratore o dell'accettazione da parte sua; dall'altro, l'uso ammette che il regolare trasferimento iscritto nella polizza possa attuarsi non soltanto mediante dichiarazione sottoscritta dal cedente e dal cessionario, ma anche mediante la sola sottoscrizione del cedente, cioè in sostanza mediante girata, anche in bianco (4).

(1) Tutte le polizze *supra* cit. alla nota 3 a pag. 151 stabiliscono infatti varie modalità di notifiche ecc.

(2) Cfr. ad es. VIVANTE, *Contratto* cit., vol. II, n. 30; BRUNETTI, *Commentario*, n. 553.

(3) Cfr. ad es. le pol. 1883, 1901, 1911 e VALLEBONA, *Commentario della polizza italiana* ecc., Torino, 1888, prg. XIV.

(4) Informazioni da me assunte nelle piazze di Genova e Trieste; cfr. inoltre A. Genova 14 febbraio 1935 in « Riv. Dir. Navig. », 1935, fasc. IV, con mia nota su questo punto adesiva.

Il documento all'ordine girato in bianco può circolare, come è noto, come un

Il trasferimento del documento — per mezzo di tradizione accompagnata da dichiarazione di trasferimento con duplice sottoscrizione o semplicemente da girata del cedente, ovvero mediante la sola tradizione in seguito a girata in bianco — sostituisce le formalità dell'art. 422 (1), ma non ha virtù traslativa del rapporto di assicurazione (2), la quale è resa possibile soltanto dal contratto di cessione, che ci fornisce quindi la disciplina della trasmissione del rapporto.

documento al portatore (cfr. MESSINEO, *I titoli di credito*, Padova, 1933, vol. I, pag. 275 e da ultimo VALERI, *op. cit.*, 273 e nota 1; C. Regno 28 maggio 1928, in « Sett. Cass. », 1928, 735; C. Regno 17 maggio 1929, *ibidem*, 1929, 920; C. Regno 12 marzo 1932, in « Mass. Foro it. », 1932, n. 914).

(1) La trasmissione del documento probatorio non sostituisce, come è ovvio, il contratto di cessione che deve esistere (cod. civ. art. 1538), ma ha soltanto la funzione di semplificarne le formalità per la sua efficacia *ultra partes*, in primo luogo verso il debitore.

La dottrina è concorde nel ritenere possibile tale semplificazione (cfr. per tutti ASCARELLI, in « Riv. dir. comm. », 1932, I, 515; MESSINEO, *op. cit.*, vol. II, pag. 228; FERRI, in *Banca, Borsa, Tit. cred.*, 1935, 1, 187.) Si disputa però quale principio lo permetta. L'ASCARELLI si richiama ad una rinuncia alle formalità (intimazione, accettazione) da parte del debitore; il MESSINEO invece alla clausola al portatore. Credo che questa seconda tesi voglia costituire una precisazione della prima nel senso che la rinuncia si ha tutte le volte che sia apposta la clausola al portatore: ma, non mi sembra esatta, perchè la clausola può essere apposta semplicemente per uno scopo di legittimazione reale (su questo concetto cfr. i riferim. in FERRI, *op. cit.*, pag. 191) e d'altra parte può esservi una clausola all'ordine invece che al portatore. Ritengo quindi esatto che il fondamento sia la rinuncia alla notifica o, se si vuole, una adesione preventiva e generica alla cessione, ma che questa non possa essere desunta semplicemente dal rilascio di un documento di legittimazione (conforme FERRI, *op. cit.*, pag. 187).

Nel nostro caso la rinuncia alla notifica o la preventiva adesione si desume nettamente dall'art. 15 cond. pol. cit. Trattandosi di rinuncia alle formalità ma non al negozio di cessione, il debitore può pretendere la prova della cessione (così nel documento al portatore) o, se la prova risulta già dalla forma di trasferimento del documento (ad es. nel trasferimento per girata), può sempre a sua volta provare l'inesistenza e l'invalidità del negozio di cessione.

(2) La dottrina è concorde nel ritenere che la trasmissibilità all'ordine e al portatore di un documento — sia essa resa possibile da clausola espressa o, come nel nostro caso, dall'uso — non importa necessariamente nel documento un vero e proprio titolo di credito (cfr. per tutti VIVANTE, *Trattato*, n. 1491; MESSINEO, *op. cit.*, pag. 65): faccio ad es. riferimento non solo al documento di legittimazione, come tale, nel quale dette clausole hanno funzione di modo di legittimazione e non di legge di circolazione (cfr. MESSINEO, FERRI, *contra* ASCARELLI, *citt.*), ma anche a quei documenti che il MESSINEO *op. cit.*, pag. 244 chiama titoli apparenti.

Teoricamente, dato che l'art. 422 cod. comm. richiede il trasferimento del documento solo *ad probationem*, la cessione del rapporto assicurativo potrebbe avvenire anche senza il trasferimento della polizza come stabilisce l'art. 15 cond. gen. pol. cit. — nel qual caso la cessione dovrebbe essere provata con i mezzi permessi dagli art. 53, 44 cod. comm. — purchè venisse osservata la formalità della notifica o dell'accettazione. Ma l'art. 38 cond. gen. pol. cit. — che ritroviamo in tutte le polizze trasporti e solo in quelle — stabilisce che l'assicurato non può pretendere il pagamento dell'indennità finchè non abbia « consegnato la polizza e i certificati di assicurazione »: il cessionario al quale non sia stata trasmessa la polizza non è quindi legittimato all'esercizio del diritto.

Si può quindi osservare che nell'ass. trasport. merci la polizza è un documento non soltanto probatorio ma anche necessario per l'esercizio del diritto al risarcimento del danno (1): dalla combinazione degli art. 38 e 15 consegue, mi sembra, — ma la questione meriterebbe più ampio esame (2) — che la polizza adempie anche funzioni di legittimazione a favore del debitore e del creditore (*titolo di legittimazione* in contrapposizione al *contrassegno* (3)). Perchè, una volta dimostrato che si è verificato il sinistro

(1) Per una tale funzione del documento cfr. ASCARELLI, « Riv. dir. comm. », 1932, 1, 517 e « Riv. dir. comm. », 1934, 1, 579.

(2) Soprattutto per l'incertezza che regna ancora sul concetto, fondamento, effetti e classificazione del documento di legittimazione, come ha osserato di recente anche il FERRI, *op. cit.*, pag. 169. La dottrina ha ormai chiarito che la funzione di legittimazione di un documento attiene all'esercizio e non alla prova o alla costituzione del diritto ivi menzionato: cfr. per la dottrina italiana FINZI, *Il possesso dei diritti*, Roma, 1915, pag. 388; ASCARELLI, « Riv. dir. comm. », 1932, 1, 501; MESSINEO, *op. cit.*, *passim* spec., 12 e segg.; CARNELUTTI, *op. cit.*, pag. 165; FERRI, *cit.*, pag. 169, e segg. La dottrina dominante (autori precitati tranne CARNELUTTI cit.) ritiene anche — ed, io penso, a ragione — che la legittimazione si traduca sostanzialmente in una inversione dell'*onus probandi* della identità del titolare del diritto con chi lo esercita. Per il resto vi sono dubbi e contrasti.

Nell'assicurazione trasporti l'attribuzione di una funzione di legittimazione alla polizza trova la sua giustificazione soprattutto nella possibilità di cessione mediante trasferimento del documento (art. 15 prec. cit.).

(3) Mi sembra esatta l'affermazione del FERRI, *op. cit.*, pag. 193, 196 e implicita-

sulle cose assicurate (1), e che egli (2), era il titolare dell'interesse assicurato a tal momento, l'esibitore del documento è legittimato all'esercizio del diritto senza necessità di dimostrare le cessioni del rapporto assicurativo fino a lui, e spetta all'assicuratore, ove non voglia effettuare la prestazione, di impugnare la legittimazione dimostrando il suo difetto di titolarità (legittimazione a favore del creditore); d'altro lato, l'assicuratore che presti in buona fede al legittimato dalla polizza è liberato (legittimazione a favore del debitore).

La necessità e la funzione legittimatoria del documento non sono però sufficienti a trasformarlo in titolo di credito, giacchè per il trasferimento del rapporto assicurativo e dei soli diritti è sempre necessario un negozio di cessione (art. 15 cond. gen. pol. cit.).

mente dell'ASCARELLI che esistano documenti di legittimazione a favore del debitore soltanto (contrassegno), o a favore del debitore e del creditore (titoli di legittimazione), ma non a favore del solo creditore (*contra* MESSINEO, *op. cit.*, vol. II, pag. 914 e segg.) e che la legittimazione operi a favore di ambedue tutte le volte che non sia espressamente stabilito che deve essere a favore del solo debitore.

Clausola espressa in tal senso nell'assicurazione è la seguente: « per le polizze pagabili al possessore o al portatore la Compagnia si riserva la facoltà, senza però assumerne l'obbligo, di esigere la prova della legittimità del possesso ». Tale clausola è rara in Italia, assai più frequente all'estero « *Any payments to the older for the time being on this certificate shall discharge the Companies without further Enquires* ». « *Die Leistung gegen diesen Versicherungsschein (Auszug) befreit die Versicherer von weiterer Leistungspflicht. Die Versicherer sind berechtigt aber nicht verpflichtet die Berechtigung des Leistungsfordernden zu prüfen* ». In tal caso l'assicuratore in buona fede può eseguire la prestazione con pieno effetto liberatorio al legittimato dal documento; invece chi esibisce la polizza non ha diritto alla prestazione, in quanto l'assicuratore può pretendere sempre la legittimazione prevista dalla legge (ad es.: prova dell'esistenza di successivi negozi di cessione).

(1) Ad es. per le ass. marittime mediante consegna del certificato di avaria, dell'estratto dell'eventuale regolamento di avaria comune relativo alla merce assicurata, della polizza di carico, della fattura e dei documenti originali comprovanti il valore delle merci, le spese fino a bordo, il nolo anticipato oppure dovuto e pagato a ogni evento; nonchè, su richiesta dell'assicuratore, della relazione di viaggio e di ogni altro documento utile per accertare le circostanze di rischio (art. 38 cond. gen. pol. cit. c) d)).

(2) O, se cessionario dopo il sinistro, il suo cedente; o, se *adjectus solutionis causa*, colui al quale è *adjectus*.

*
* *

5. — Alla trasmissione *ex contractu* le legislazioni più moderne, dalla germanica, dalla svizzera, dalla austriaca, alla francese, alla cecoslovacca ecc. (1), hanno sostituito, salvo poche eccezioni, il trasferimento *ex lege*. Quantunque questo mezzo di circolazione non interessi il nostro diritto positivo è, opportuno vederlo a grandi linee perchè rappresenterà con molta probabilità il nostro *jus condendum*. La sua disciplina varia naturalmente da Paese a Paese, ma non è difficile coglierne una visione unitaria.

Presupposto per il trasferimento *ex lege* è l'alienazione della cosa assicurata: deve trattarsi, come è ovvio, di un'alienazione in senso tecnico (2) — cioè di un trasferimento negoziale *inter vivos* dell'interesse (proprietà, usufrutto ecc.) — delle cose assicurate, valida ed effettuata dall'assicurato o da un suo rappresentante: solo la legge svizzera si riferisce in genere ad ogni mutamento di proprietario (art. 54 SVVG). In alcune ipotesi l'alienazione non produce però il trasferimento del rapporto: così in diritto germanico quando l'alienazione della nave assicurata avvenga prima dell'inizio materiale dell'assicurazione (§ 900 HGB; § 50 ADS), in diritto austriaco quando l'assicurazione riguardi cosa mobile (§ 67 OeVVG) (3), in diritto germanico e austriaco quando l'assicurazione riguardi bestiame (§ 128 DVVG, 108 OeVVG) o, infine, quando il trasferimento venga escluso da convenzioni tra alienante e acquirente o tra assicuratore e acquirente (4). La dot-

(1) Cfr. prgg. 69-73 DVVG, 899 DHGB; 49-51 ADS; 64-68 OeVVG; prg. 54 SVVG; prgg. 387, 388 cod. civ. sov.; art. 676 cod. comm. bras., 1463, 1464 cod. civ. bras., art. 40 legge cinese, l. francese 1930 art. 19; prog. it. cod. mar. 1931 art. 357 per le ass. mar.; *contra* prog. cod. comm. 1925, art. 480 per le ass. terr.

(2) Cioè non di acquisto originario (occupazione, accessione ecc.) o ereditario, o per comunione di beni tra coniugi, o per costituzione di diritti reali di garanzia o di godimento; può trattarsi invece di alienazione forzata (DVVG prg. 73; OeVVG prg. 66).

(3) Nei trasporti marittimi, però, l'alienazione delle cose assicurate fa risolvere il contratto soltanto alla fine del viaggio in corso (prg. 119 OeVVG).

(4) Cfr. KISCH, *op. cit.*, pag. 386 e BRUCK, *op. cit.*, pag. 595. Non può escludere, invece, in linea generale il trasferimento, un accordo tra assicurato alienante e as-

trina germanica è però incerta sulla determinazione del momento in cui il trasferimento del rapporto si verifica, nè mi interessa qui risolvere il problema: mi basti accennare che alcuni ritengono decisivo il momento del passaggio della proprietà (1); altri invece — e, mi sembra, più a ragione — quello del passaggio del rischio (2); altri infine, il passaggio del vantaggio della cosa (3).

Il trasferimento *ex lege* come quello *ex contractu cessionis* comprende sia i diritti che gli obblighi derivanti dal contratto di assicurazione. Ma anche qui passano soltanto i diritti quando il premio sia stato pagato tutto anticipatamente o quando si tratti di assicurazione conclusa originariamente per conto di terzi (4). In caso di trasferimento integrale di diritti ed obblighi, le leggi stabiliscono di solito per l'obbligo del pagamento del premio una solidarietà passiva tra alienante ed acquirente per tutta la durata del periodo tecnico in corso (DVVG § 69; DHGB § 899; SVVG § 54) o fino alla conoscenza della alienazione da parte dell'assicuratore (OeVVG § 64).

Anche qui come nella cessione, l'assicuratore può opporre all'acquirente tutte le eccezioni opponibili all'alienante (5).

Come la cessione *ex contractu* è perfetta tra le parti, ma non è generalmente efficace di fronte ai terzi, tra i quali va posto

sicuratore, poichè le norme che stabiliscono il trasferimento del rapporto sono semicogenti a favore dell'acquirente (DVVG prg. 172 ecc.).

(1) Per questa tesi cfr. KISCH, *op. cit.*, pag. 266; HAGEN, *op. cit.*, pag. 663; JOSEF, in «Zeit. f. d. ges. Vers. Wiss.», 1909, 244; GIERKE, *op. cit.*, pag. 50; WEISS, *op. cit.*, pag. 31.

(2) Per questa tesi cfr. RITTER, *op. cit.*, pag. 706; MÜLLER-ERZBACH, *Deutsches Handels Recht*, Tübingen, 1928, pag. 756; GERARD-HAGEN, *Kommentar zum Reichsgesetz über den V. V.*, Berlin, 1908, pag. 330; CAHN, *op. cit.*, pag. 17, 30 e segg. ecc.; LANDGREBE, *op. cit.*, pag. 18.

(3) Per questa tesi nei suoi vari sviluppi cfr. BRUCK, *op. cit.*, pag. 558 e segg.

(4) Cfr. in tal senso KISCH, *op. cit.*, pag. 553; BRUCK, *op. loc. cit.*; (ROELLI) JAEGER, *Kommentar zum Bundesgesetz ueber den Versicherungsvertrag*, Bern, vol. II, 1933, pagina 150; EHRENZWEIG, *op. cit.*, pag. 442.

(5) Cfr. BRUCK, *op. cit.*, pag. 577; EHRENZWEIG, *op. cit.*, pag. 441. Così, sono opponibili all'acquirente le violazioni degli obblighi ed oneri, le soprassicurazioni e le assicurazioni cumulative concluse dolosamente, le anteriori cessioni dei diritti da parte dell'alienante ecc. I termini già in corso nei confronti dell'alienante continuano a decorrere anche nei confronti dell'acquirente,

l'assicuratore, se non è stata a questi notificata o da lui accettata, così la trasmissione *ex lege* del rapporto non ha efficacia verso l'assicuratore se questi non riceve notifica dell'alienazione che dà luogo al trasferimento o se non ne è altrimenti a conoscenza. La notifica è una dichiarazione di scienza e deve essere fatta immediatamente (§ 71 DVVG; § 64 OeVVG) dall'alienante o dall'acquirente: in suo difetto, se il sinistro si verifica dopo un mese dal momento in cui la notifica deve essere effettuata, l'assicuratore è liberato a meno che non fosse altrimenti a conoscenza dell'alienazione (1).

La legge dispone il trasferimento del rapporto a vantaggio dell'acquirente e dell'assicuratore. Ambedue possono avere motivo di rifiutarlo: l'acquirente perchè è già assicurato o vuole assicurarsi altrove o non vuole essere affatto assicurato; l'assicuratore perchè non ha fiducia nel nuovo titolare dell'interesse. Le leggi concedono perciò all'uno e all'altro il diritto di disdire il contratto: l'acquirente può farlo (l. fr. 1930 art. 10) senza termine di preavviso entro un mese (DVVG § 70; HGB § 899) (OeVVG § 65), o 14 giorni (SVVG § 54) dall'avvenuta alienazione o dalla sua conoscenza; l'assicuratore può farlo con un termine di preavviso di un mese (DVVG § 70; OeVVG § 65) o di 4 settimane (SVVG § 54), entro due mesi (l. fr. 1930, art. 19), un mese (DVVG § 70) o 14 giorni (SVVG § 54) dalla sua conoscenza dell'alienazione. Il diritto di disdetta dell'assicuratore è però escluso per ovvie ragioni pratiche nelle ass. trasporti terrestri (DVVG § 142) e marittimi (DHGB § 899). In caso di disdetta l'alienante — e non l'acquirente — è da solo obbligato al premio; fino alla fine del periodo in corso secondo il diritto germanico (DVVG § 70); fino alla fine del periodo in corso se la disdetta muove dall'acquirente; fino alla fine del contratto se muove dall'assicuratore, secondo il diritto austriaco (OeVVG § 65). Qualora l'alienazione implichi aumento di rischio, il rapporto non si trasferisce in diritto svizzero (SVVG § 54), o l'assi-

(1) In diritto svizzero non vi è obbligo di notifica (cfr. (ROELLI) JAEGER, *op. cit.*, pag. 152). Negli altri diritti manca l'obbligo di notifica nelle ass. mar. delle merci (DVVG prg. 152) nelle quali l'assicuratore non può disdire il rapporto.

curatore è liberato in base alle norme sull'aggravamento del rischio negli altri diritti.

Anche nell'ipotesi di trasferimento *ex lege*, come in quella di cessione, possono essere utili le polizze al portatore con valore di documenti di legittimazione (cfr. ad es. il DVVG § 4).

III.

6. — La trasmissione del rapporto assicurativo per cessione o *ex lege*, legata a formalità o ad altri inconvenienti, non è il solo mezzo di circolazione. La vita dei traffici ha ricorso ad un mezzo più rapido e, direi, quasi automatico: l'attribuzione del diritto al risarcimento direttamente a chi sarà titolare dell'interesse assicurato al momento del sinistro. A questo obbiettivo è pervenuta per due vie: elevando la polizza di assicurazione ad un vero e proprio titolo di credito (1) (2), sia pure causale, o inserendo nel contratto una stipulazione a favore di terzi indeterminati accanto a quella per sè. Abbiamo così la polizza all'ordine o al portatore titolo di credito da un lato e l'assicurazione

(1) L'espressione « attribuzione mediante titolo di credito del diritto al risarcimento direttamente al titolare dell'interesse assicurato al momento del sinistro », fa pensare alla nota teoria della pendenza, di recente riaffermata e perfezionata dal MESSINEO e criticata invece dall'ASCARELLI. Il fatto che, come si ritiene correntemente, la teoria della pendenza non sia esatta per i titoli di credito, non impedisce che nel nostro caso si possa parlare con esattezza di pendenza del diritto al risarcimento menzionato in polizza fino al momento del sinistro, data la peculiare struttura del sinallagma assicurativo sottostante al rapporto cartolare.

(2) La tesi del CARNELUTTI, *Teoria giuridica della circolazione*, Padova, 1933, pag. 246 in relaz. alla pag. 142, che la polizza di assicurazione titolo di credito faccia circolare anche il debito dell'assicurato non mi sembra fondata. La questione rientra però nel problema più generale se un titolo di credito possa contemporaneamente essere per il creditore un titolo di debito (per la soluzione affermativa cfr. anche ASCARELLI in « Riv. dir. comm. », 1932, 1, 527; *contra* MESSINEO, *op. cit.*, vol. I, pag. 136; e ora SCORZA, *La polizza di carico*, Roma, 1936, pag. 185), che non è possibile toccare in questa sede.

D'altro lato è da notare che l'obbligo del pagamento del premio viene assai spesso soddisfatto anticipatamente all'atto di emissione della polizza, e che quelli relativi al rischio e al sinistro sono oneri e non obblighi in senso tecnico. Il rapporto assicurativo diviene così quasi sempre unilaterale.

per conto di chi spetta dall'altro, istituti la cui differenza dogmatica e pratica appare netta (1): titolo di credito in cui prevale il rapporto cartolare, il primo; contratto a favore di persona indeterminata, in cui esiste soltanto il rapporto assicurativo sostanziale, il secondo.

7. — Il problema se in diritto italiano (2) la polizza di assicurazione contro i danni emessa all'ordine o al portatore possa essere un vero e proprio titolo di credito è, dal punto di vista teorico, interessante e delicato. La dottrina lo ha di solito risolto in senso affermativo (3): data l'incertezza che regna ancor oggi sulla teoria generale dei titoli di credito, specialmente di quelli causali (4), e d'altronde, come vedremo, la non grande importanza pratica del nostro problema specifico, mi limiterò a poche e brevi considerazioni.

Il diritto verso l'assicuratore è un diritto al risarcimento del danno cioè ad una prestazione subordinata al verificarsi di un determinato evento che incida su un interesse del titolare del diritto. La subordinazione del diritto alla prestazione dell'assicuratore a questi due fatti (sinistro, interesse) è in ogni caso necessaria, altrimenti viene frustrato quel principio indennitario che costituisce la base dell'assicurazione contro i danni.

(1) Voglio però ricordare che più volte si è fatto ricorso al contratto a favore di terzi per spiegare il titolo di credito (cfr. ad es. GAREIS, *Die Vorträge zu gunsten Dritter*, pag. 260) e che, viceversa, si è tentato di ricondurre l'assicurazione per conto di chi spetta ad un titolo di credito (cfr. per quest'ultimo punto LAURIN, *Précis de droit maritime*, pag. 328; LYON CAEN e RENAULT, *Traité de droit commercial*, n. 1214, 1457 bis; LYON CAEN, in « Rev. crit. », 1892, 361 e segg.; 1894, 489 e segg. e ricca giurisprudenza francese. Cfr. pure, implicitamente, per i certificati per conto di chi spetta emessi in base ad un contratto in abbonamento, LUZZATI, *Polizza di abbonamento e certificati di assicurazione*, in « Dir. mar. », 1932, 28 e segg.).

(2) In diritto germanico la legge stessa (VVG prg. 4; HGB prg. 363₂) stabilisce che le polizze terrestri al portatore sono documenti di legittimazione, mentre quelle marittime all'ordine sono *Wertpapiere*: ma, come è noto, la categoria germanica dei *Wertpapiere* è assai più ampia di quella dei nostri titoli di credito.

(3) Cfr. ad es. VIVANTE, *Trattato*, III, n. 149; BRUNETTI, *Commentario*, n. 553; ASCOLI e MONTESSORI, *Commentario*, n. 86; CARNELUTTI, *op. cit.*, pag. 246; MESSINEO, *op. cit.*, 85 e 188; ASCARELLI, in « Riv. dir. comm. », 1932, I, 269.

(4) Cfr. in genere gli studi del MESSINEO, dell'ASCARELLI e del CARNELUTTI precitati ai quali faccio generico riferimento per i concetti generali in seguito applicati.

Ciò premesso, nulla osta a che tale diritto, così subordinato, venga staccato dal complesso di diritti ed obblighi che costituiscono il rapporto assicurativo e venga incorporato in un titolo di credito. In tal caso la polizza diviene un documento costitutivo il cui legittimato è titolare autonomo del diritto letterale alla prestazione dell'assicuratore subordinatamente al fatto del sinistro e al fatto di essere titolare dell'interesse assicurato. Dal principio indennitario sopra riaffermato consegue che la circolazione del titolo può svolgersi soltanto entro la cerchia dei vari successivi titolari degl'interessi assicurati: si potrebbe perciò parlare di titolo a circolazione ristretta, se a tale accezione non si desse di solito diverso e specifico significato.

Per il principio della incorporazione e della assoluta legittimazione, avendo il documento valore costitutivo, il diritto non esiste se non esiste il titolo: l'assicuratore può effettuare la sua prestazione con piena efficacia liberatoria soltanto contro esibizione e restituzione del titolo. Dei tre fatti costitutivi del diritto (obbligazione ad una prestazione eventuale assunta dall'assicuratore, sinistro, interesse), il titolo esonera il legittimato dalla prova della esistenza e della pertinenza a lui del primo elemento costitutivo, non però degli altri due, che devono sempre essere provati da chi agisce per il risarcimento del danno.

Per il principio della letteralità, assicuratore ed esibitore possono invocare soltanto quanto è menzionato o richiamato in polizza (1).

Forti dubbi sorgono invece in ordine al terzo carattere, l'autonomia combinata con la causalità: se si ritiene, come fa qualche scrittore (2), che la causalità distrugga completamente o quasi la funzione costitutiva del documento e l'autonomia del diritto, la polizza, in definitiva, non è più un titolo di credito ma soltanto un documento probatorio e il diritto che esso prova è trasmissibile solo per cessione; se invece si

(1) Data la minuziosa disciplina contenuta nella polizza di assicurazione, la letteralità, che si traduce nell'impossibilità di far riferimento ad elementi fuori dal documento, non presenta alcun inconveniente.

(2) Cfr. MESSINEO, *op. cit. passim* e spec. vol. I, pag. 143.

ritiene, come altri pensano (1), che l'autonomia esista anche nei titoli causali, dall'autonomia del diritto cartolare discende che, se il legittimato del documento è lo stesso a cui favore fu contratto il rapporto fondamentale, cioè quello assicurativo, sono a lui opponibili tutte le eccezioni derivanti da questo rapporto, ma, se è un terzo, gli sono opponibili solo le eccezioni a lui personali e quelle *ex causa* riflettenti vizio di consenso del negozio di rilascio (che è, secondo questa dottrina, un negozio di accertamento); queste ultime però non sono opponibili al terzo di buona fede (2). L'emissione di una polizza titolo di credito può quindi avere una funzione costitutiva e traslativa senza bisogno di cessione, con la virtù di sottrarre ciascun titolare che non sia il primo prenditore alle eccezioni relative all'esistenza (ad es. vizio di consenso dell'assicuratore) e alla efficacia (ad es. violaz. di obblighi ed oneri) del rapporto fondamentale, nonchè alle eccezioni cartolari personali ai predecessori.

Da un punto di vista pratico però questi risultati — indubbiamente gravi se si segue quest'ultima corrente accennata — troveranno di rado applicazione data la rarità, in Italia, delle polizze all'ordine e al portatore nell'assicurazione contro i danni, e la necessità, affermata da tutte le polizze-tipo nazionali, di un negozio di cessione per il trasferimento integrale o unilaterale del rapporto assicurativo. Può tuttavia accadere che in una polizza-tipo sia inserita una clausola manoscritta all'ordine o al portatore senza che sia precisato che tali clausole sono inserite a mero scopo di legittimazione. Come è noto, è norma di interpretazione che le clausole speciali prevalgono in caso di contrasto a quelle generali: ora, tali clausole all'ordine o al portatore sono — come per altri riguardi quella per conto di chi spetta — in contrasto con l'art. 15 relativo alla cessione e, rendendo tale norma inapplicabile, trasformano la polizza in un titolo di credito, ovvero sono conciliabili con detta norma cosicchè trasformano soltanto il modo di legittimazione del documento? A mio avviso è, preferibile la prima soluzione: le polizze espressamente stilate

(1) ASCARELLI, *op. cit. passim*.

(2) Cfr. ASCARELLI, *op. cit.*, 1932, 1, 269.

all'ordine o al portatore sono dunque titoli di credito con gli effetti sopra indicati.

8. — Data la rarità delle polizze titolo di credito, il mezzo principe di circolazione dell'assicurazione contro i danni è oggi l'assicurazione per conto di chi spetta (1). Sorta in Italia nel Rinascimento con funzioni modeste, essa ha subito nel corso dei secoli una interessante evoluzione: oggi assolve le più varie funzioni, si estende a quasi tutte le specie di assicurazioni contro i danni (specialmente ass. incendi e furti), pur trovando ancora il suo regno nei rami trasporti marittimi e terrestri: lo sviluppo delle polizze in abbonamento e il diffondersi delle vendite *cif* contro documenti trovano in lei uno strumento di circolazione assicurativa agile e perfetto.

La sua funzione circolatoria è stata invero negata da una forte corrente germanica (2): ma, a mio avviso, senza fondamento. Si è detto infatti che nell'assicurazione per conto di chi spetta, come in qualsiasi altra assicurazione, è assicurato soltanto il titolare dell'interesse assicurato al momento della conclusione del contratto: soltanto, esso è indeterminato perchè le parti ignorano chi sia; non appena diviene, noto l'assicurazione si fissa su di lui. L'acquirente della cosa assicurata rimane perciò coperto non per effetto della clausola, ma solo se ed in quanto il rapporto assicurativo gli si trasferisca per virtù delle norme sull'alienazione delle cose assicurate, o, nel nostro diritto, per virtù di un negozio di cessione. Questa tesi è contrastata dall'evoluzione storica della clausola, dalla sua odierna importanza nel giuoco delle vendite *cif*, dall'atteggiamento costante della dottrina e giurisprudenza di tutti i paesi la quale, riconosce giustamente un diritto proprio all'indennità al titolare dello interesse assicurato al momento del sinistro, senza alcuna ne-

(1) Sull'assicurazione per conto di chi spetta e per lo sviluppo di quanto segue cfr. il mio studio precit. *L'assicurazione per conto di chi spetta*.

(2) Cfr. WEYGAND, *Grundzüge der Kundenversicherung*, Berlin, 1914, pag. 130; RITTER, *op. cit.*, pag. 65 e segg., 742 e segg.; BRUCK, *op. cit.*, pag. 607; EMBDEN, *Die Versicherung für Rechnung wem es angeht*, Hamburg, 1930, pag. 21 e segg., specialmente pag. 25.

cessità di cessione, o, in altri diritti, senza che trovino applicazione le norme sul trasferimento *ex lege*. Altri scrittori hanno pienamente riconosciuto la funzione circolatoria delle clausole (1); ma non hanno saputo tradurla in una esatta formula giuridica, e si sono troppo avvicinati alla teoria dell'interesse obbiettivo (2). A mio avviso, si ottiene una precisa formulazione giuridica del fenomeno affermando che l'assicurazione per conto di chi spetta copre un interesse subbiettivo di determinata natura, sebbene il soggetto titolare sia al momento della conclusione incerto o muti durante la vita del rapporto: ciascun effettivo titolare dell'interesse è assicurato per il periodo di tempo in cui ha tale qualità.

L'evoluzione storica della clausola, l'ampiezza della sua funzione e la varietà dei rapporti interni che possono intercorrere tra stipulante e assicurato hanno provocato una grande quantità di teorie sulla sua natura giuridica. Tra queste non possono essere accolte le tesi della rappresentanza diretta (procura, gestione) o indiretta (commissione, gestione senza rappresentanza) e le tesi eclettiche o miste tratte dalle prime (3),

(1) Nella stessa dottrina germanica cfr. HAGEN, *Der versicherungsrechtliche Interesse-Begriff* in «Zeit. f. d. ges. Vers. Wiss.», 1907, 15 e segg., spec. 30; e *Versicherungsrecht* cit., pag. 690; KISCH, *Subjektives Versicherungsinteresse* ecc. in *Jherings-Jahrbücher*, vol. 63, pag. 397, 407, 445; e *Handbuch* cit., vol. III, pag. 601 e segg.; (ROELLI) JAEGER, *Kommentar* cit., vol. II, art. 48 n. 30, art. 54, nn. 11, 41 e segg.; EHRENZWEIG, *op. cit.*, vol. II, pag. 400.

(2) Cfr. specialmente HAGEN e KISCH precitt. e inoltre SCHNEIDER, *Die Versicherung für fremde Rechnung* ecc. in «Zeit. f. d. ges. Vers. Wiss.», 1905, 232; GERHARD-HAGEN ecc., *Kommentar*, Berlin, 1908, pag. 375.

(3) Parlano di rappresentanza in genere BRUNETTI, *Corso di diritto commerciale*, Roma, 1934, pag. 424; BONNECASE, *Traité de droit maritime*, Paris, 1923, n. 623 bis; PERREAU, in «Rev. gén. ass. terr.», 1930, pag. 500 (in parte); VOIGT, *Deutsche Seeverversicherungsrecht*, Jena, 1885, pag. 28; CORRODI, *Versicherung für fremde Rechnung*, Zürich, 1916, pag. 82; di rappresentanza indiretta MÜLLER-ERZBACH, *Deutsches Handelsrecht*, cit., pag. 796; di mandato SRAFFA, *Mandato e commissione*, pag. 165; di gestione SACERDOTI, *Il contratto di assicurazione*, Padova, 1874, vol. I, pag. 222; di commissione VALIN, *Commentaire sur l'ordonnance*, Poitiers, 1728, vol. II, n. pag. 218; POTHIER, *Trattato del contratto di assicurazione*, Milano, 1812, vol. II, pag. 81; PARDESSUS, *Cours de droit commerc.*, Bruxelles, 1836, vol. I, n. 502 ed altri scrittori francesi; FISCHER, *Versicherung f. fremde Rechnung*, Leipzig, 1913, pag. 17; di gestione senza rappresentanza il VAN EECKHOUT, *Le droit des assurances terrestres*, Bruxelles, 1933. Seguono teorie eclettiche o miste BENECKE, NOLTE, *Das Seeasssekuranz- und Bood-*

nonchè quelle della surrogazione, della delegazione, della cessione (1) (2). La dottrina più autorevole insegna ormai che la ass. per conto di chi spetta si imposta sul contratto a favore di terzi (3): e, dopo quanto è stato detto sopra, si può precisare che essa è un contratto mediante il quale il diritto al risarcimento è stipulato a favore di persona indeterminata e cioè a favore di chi sarà titolare dell'interesse assicurato al momento del sinistro. E poichè questo può essere sia lo stipulante, sia un terzo, sia ambedue, la stipulazione a favore di persona indeterminata si analizza in una stipulazione per sè e in una a favore di terzi indeterminati: secondo che interessato al momento del sinistro sarà lo stesso stipulante o un terzo o ambedue avranno efficacia la prima stipulazione, o la seconda o ambedue. Finchè il sinistro non si verifica, per effetto di questa stipulazione ciascun titolare dell'interesse ha un'aspettativa al risarcimento, è cioè a tutti gli effetti assicurato, in quanto può essere titolare al momento del sinistro.

La disciplina giuridica dell'ass. per conto di chi spetta discende dai principî ora accennati. Parti contraenti sono lo stipulante e l'assicuratore; l'assicurato, quando sia persona diversa dallo stipulante, non interviene alla conclusione del contratto.

mereiwesen, Hamburg, 1851, vol. I, pag. 174; EHRENBURG, *op. cit.*, pag. 192; STOLLE, *Versicherung für fremde Rechnung nach dem Entwurfe*, ecc. Göttingen, 1907, pag. 7; RYCK, *Versicherung für fremde Rechnung* ecc., Heidelberg, 1911; SCHLOSSMANN, *Die Lehre von der Stellvertretung*, Leipzig, 1900, vol. I, pag. 92; LENNÉ, *Beiträge zur Lehre vom Versicherungsgeschäft f. fr. Rechnung* in «Zeit. f. d. ges. Ver. Wiss.», 1912, pag. 1209 e segg.; VIVANTE, *Contratto* cit., vol. I, n. 73, vol. II, n. 77, 81.

(1) Per la teoria della cessione cfr. WAHL, *Traité theorique et pratique des titres au porteur* ecc., Paris, 1861, vol. I, pag. 215; per quella della polizza al portatore cfr. LAURIN, *Précis* cit., pag. 328; LYON CAEN et RENAULT, *Traité*, n. 1212 ecc.

(2) Per la confutazione di queste tesi cfr. il mio studio precit.

(3) Cfr. TARTUFARI, *Della rappresentanza* ecc., pag. 371; NAVARRINI, *Trattato*, vol. III, n. 1109; BRUNETTI, *L'assicurazione per conto di chi spetta*, in «Assicurazioni», 1934, 1, 308; LORDI, *Obbligazioni commerciali*, cit., pag. 430; CRÉMIEU, *L'assurance maritime pour compte de qui il appartiendra*, in «Rev. int. dr. mar.», pag. 446; RIPERT, *Droit. mar.*, Paris, 1928, vol. III, n. 2398; DANJON, *Droit maritime*, n. 1450; MONTCHARMONT, *L'assurance pour compte en matière terrestre*, Paris, 1931, pag. 47 e segg. ecc.; EHRENZWEIG, *op. cit.*, vol. II, pag. 396; BRUCK, *op. cit.*, pag. 601; KISCH, *op. cit.*, III, pag. 379; RITTER, *op. cit.*, pag. 739; ecc.

Le parti devono essere d'accordo sul punto che l'assicurazione è conclusa per conto di chi spetta, ma per tale accordo non è prescritta alcuna clausola formale (1). I rapporti interni tra stipulante e assicurato, quando questi sia persona diversa, possono essere i più vari: mandato o gestione senza rappresentanza, obbligo legale o negoziale a concludere l'assicurazione, compravendita della cosa assicurata ecc.: sono perciò sottoposti alla disciplina loro propria e in linea di massima non hanno influenza sui rapporti verso l'assicuratore. L'obbligo del pagamento del premio incombe sempre sullo stipulante; gli oneri assicurativi — data la loro natura — incombono tanto sullo stipulante quanto su ciascun assicurato; il diritto al risarcimento del danno invece, data la natura della stipulazione a favore dei terzi, spetta direttamente a chi dimostri — e per questa prova può bastare anche la legittimazione fornita da un titolo rappresentativo della merce assicurata — di essere il titolare dell'interesse assicurato al momento del sinistro. A chi agisce per il risarcimento sono opponibili, oltre a quelle a lui personali (difetto di interesse ecc.), le eccezioni relative all'invalidità del contratto (quali ad es. la nullità per divieto di legge; per mancanza di rischio o della cosa assicurata; l'annullabilità per vizio di consenso dell'assicuratore), quelle relative al difetto di presupposti per il sorgere del diritto al risarcimento (mancanza di sinistro, provocazione del sinistro da parte dello stipulante o dell'assicurato al momento del sinistro, violazione di oneri; esistenza di ass. doppia o cumulativa dolosa), nonchè l'*exceptio inadimpleti contractus* e la relativa compensazione per l'obbligo del premio.

IV.

Il sintetico panorama delle forme di circolazione dell'assicurazione che mi sono proposto di tracciare è ormai completo e posso avviarmi rapidamente alla conclusione. Le polizze trasmissibili — per clausola espressa o per uso — all'ordine e al portatore

(1) Oltre al mio studio precit. sull'assicurazione per conto di chi spetta, ove riferimenti, cfr. su questo punto la mia nota precit. *Sugli artt. 421, 422 cod. comm.*, in « Riv. dir. navig. », 1935, fasc. IV.

non rivestono di solito tutti i caratteri di un vero e proprio titolo di credito; non sono veri e propri strumenti di circolazione bensì mezzi probatori e semplificatori delle formalità di cessione o documenti di legittimazione, e quelle che rivestono i caratteri di veri e propri titoli di credito sono assai rare. I due pilastri fondamentali della circolazione sono quindi il trasferimento del rapporto assicurativo, *ex lege* nelle legislazioni più moderne e *ex contractu cessionis* in quelle meno evolute, e l'assicurazione per conto di chi spetta. La differenza di questi due istituti è ormai netta: il primo produce un trasferimento *ex nunc* dei diritti eventuali, e, spesso, degli obblighi, da ciascun alienante a ciascun acquirente; il secondo, invece, lascia gli obblighi allo stipulante e attribuisce il diritto al risarcimento direttamente all'interessato al momento del sinistro, senza, perciò, che in caso di alienazione dell'interesse assicurato sia necessario alcun trasferimento del diritto eventuale verso l'assicuratore. Ciascuno dei due mezzi di circolazione ha la propria ragione di esistenza: il primo è di solito più legato a formalità e tutela perciò maggiormente l'assicuratore, il secondo invece giuoca particolarmente a vantaggio dell'acquirente, è in sostanza un mezzo di circolazione più intenso e domina indubbiamente nei traffic transmarini delle merci.

Il trasferimento per cessione è però destinato, in tutti i Paesi, e anche in Italia, sia nelle assicurazioni marittime (1) che in quelle terrestri (2), ad esser vinto dal trasferimento *ex lege*. Il poderoso impulso dei traffici, la delicatezza ed acutezza della dogmatica giuridica moderna, e, infine, l'accorto intervento del legislatore avranno così creato un sistema circolatorio fondamentale, composto dal binomio trasmissione *ex lege* e clausola per conto di chi spetta, snello, conforme ai bisogni moderni di una rapida circolazione della sicurezza insieme alla veloce circolazione dei beni, e, nelle linee essenziali, internazionalmente uniforme.

(1) Cfr. già il prog. it. cod. mar., 1931, art. 357.

(2) Cfr. MOSSA, *Saggio legislativo sul contratto di assicurazione*, Pisa, 1931, pagg. 21 e 58; DE GREGORIO, *op. cit.*, pag. 509 nonchè il mio studio *Assicurazioni terrestri, assicurazioni marittime ecc.*, in « Assicurazioni », 1934, 1, 480 e nota 1.