

Le nuove Tavole sulla Vita Nazionale. (7)
Giorgio King, Affarario consulente.
(Sottoposta all'Istituto il 26 Aprile 1915)

Il Consiglio, in una delle sue adunanze periodiche, mi invitò ad aprire una discussione circa le nuove tavole sulla vita nazionale, e fu lieto che in questo modo mi si offrisse l'opportunità di esporre, un poco più dettagliatamente di quel che fosse stato fatto finora, gli scopi da tenersi in vista nel preparare le tavole stesse e l'importanza di detti scopi nello scegliere un dato metodo di costruzione.

La mia prima idea era stata di iniziare la discussione con un discorso, ma, considerando l'argomento da questo punto di vista, risultò che un semplice discorso sarebbe stato appena sufficiente per le necessità del caso e che, sebbene non in forma ufficiale, era invece meglio scrivere una memoria. È questa appunto che ora ho l'onore di sottoporvi.

Colloqui, avuti con amici, provarono che su alcuni punti importanti prevalevano delle false interpretazioni — dovute principalmente al fatto che non si era compresa la vastità del problema da risolvere — avendo alcune di tali false interpretazioni esposte in due scritti pubblicati nel "Journal".

Da questo è sorta l'opportunità di occuparsi di

delle false interpretazioni e, se nel far ciò, potrà sembrare che io voglia oppormi ai due autori degli scritti suaccennati, spero che sarò scusato.

Non che io abbia alcun motivo per lagnarmi di loro, ma soltanto perché, in fatti di principio, sono, sotto alcuni punti di vista, di opinione diversa.

Per due volte ho avuto l'onore di esser chiamato al capo della Statistica in occasione del censimento del 1911.

Una prima volta mi invitò a classificare le popolazioni dell'Inghilterra e del Galles, suddividendole per ciascun anno di età e a classificarle inoltre in vari gruppi separati. Quando poi quel lavoro fu terminato, mi invitò a costruire le nuove tavole di vita, che sono state sempre pubblicate dalla Somerset House dopo ogni censimento decennale. Così io presentai due relazioni le quali furono commentate nel "Journal" separatamente e, in apparenza, da scrittori diversi che potrebbero chiamarsi, rispettivamente, il primo e il secondo critico.

È conveniente prendere prima in esame la classificazione delle popolazioni suddivise per età, il che nel rapporto ufficiale va sotto il nome di "Graduatoria delle Età".

Due tavole principali si dovettero preparare



per l'Inghilterra e per il Galles, complessivamente:
 una per i maschi ed una per le femmine, e
 a ciascuna di esse dovevano aggiungersi, rispet-
 tivamente, delle tavole per coniugati, non coniu-
 gati e vedovi, in modo che, (in complesso)
 per l'Inghilterra e per il Galles, si ebbero
 otto tavole separate.

Furono queste le principali tavole di cui ci si
 occupò.

Le popolazioni enumerate presentavano un'appa-
 renza inesatta e quell'inesattezza era dovuta
 a varie cause. Prima di tutto, sebbene esservi,
 nelle popolazioni enumerate, delle irregolarità
 inerenti, dovute a cambiamenti verificatisi
 nella misura delle nascite, delle morti e dell'^{em}
 migrazione. Lo scopo di una graduatoria di
 tali dati non è quello di creare una tavola
 conforme a qualche ideale particolare.
 La tavola non viene costruita per prevedere
 il futuro, ma soltanto per indicare accurata-
 mente le popolazioni presenti. Così viene ad essere
 analoga ad una tavola di "Soggetti a rischio", di
 una compagnia di assicurazioni sulla vita e differi-
 sce da una tavola ordinaria di mortalità che
 ha lo scopo di misurare le probabilità di eventi
 futuri, cioè le probabilità di vita e di morte.
 Quello che si richiede è una tavola che indichi
 la popolazione esatta per ciascun anno di età,
 esistente in un dato giorno, che sarebbe stata regi-
 strata in quello stesso giorno, se ogni individuo



facente parte della popolazione vi fosse stato compreso e se egli avesse dichiarata la sua vera età. Queste irregolarità inerenti non dovrebbero essere tolte via dalla graduatoria.

Se, per esempio, in un determinato anno - diciamo venti anni fa - vi fosse stato un numero insolito di nascite e poi, al ventunesimo anno di età, si dovesse verificare al censimento un eccesso nel numero registrato in confronto con le età vicine, tanto superiori che inferiori, un tale aumento dovrebbe essere lasciato.

Ancora: supposto che - diciamo venti anni fa - vi fosse stato un insolito movimento di emigrazione di giovani dai 18 ai 23 anni di età, si verificherebbe una depressione nelle attuali età dai 38 ai 43 anni e neppure quella depressione dovrebbe essere tolta.

È impossibile trovare un metodo di gradazione che non rimuova le irregolarità causate da variazioni per un anno soltanto nel tasso di nascita e, sfortunatamente, tali irregolarità vengono inevitabilmente rimosse.

Un buon metodo di gradazione dovrebbe lasciare le depressioni o gli aumenti dovuti ai passati cambiamenti nel tasso di migrazione e in quello di morte, anche se questi cambiamenti si fossero verificati per un solo anno, poiché essi non influenzano su di un anno di età soltanto, ma almeno su parecchi anni di età e si estendono per una certa

lunghezza della curva di popolazione, ed un buon metodo di gradazione avrà delle onde, nelle curve delle popolazioni, derivanti dalle cause suddette.

Vi sono poi delle irregolarità, non del tipo che qui viene chiamato "inerente", ed esse sono state ampiamente discusse dal paragrafo 28 alla fine della mia prima relazione. È piuttosto strano che i critici sopra indicati non abbiano fatto menzione di questi paragrafi che mi sembrano invece molto importanti. In essi si richiama l'attenzione su errori accidentali, che ogni buon metodo di gradazione cercherà di eliminare, e su errori voluti, o attribuiti a false deduzioni di età.

Tali errori possono distinguersi in due specie, cioè minori e maggiori, e nella mia relazione dimostro che i minori possono essere eliminati e che anzi una buona gradazione li elimina, mentre i maggiori, vale a dire gli errori voluti, non possono essere corretti dalla nostra scienza attuale.

In ogni modo non conosco un metodo di gradazione che giunga fino a loro e non ritengo che i critici sosterranno che il metodo di Sanità Pubblica da essi propugnato abbia un qualche ~~un qualche~~ benefico effetto sugli errori suddetti. Non sapendo inoltre in quali punti si verificano, o in quale misura, non siamo assistiti.

si da alcuna guida nel sistemare i dati preparatori della graduazione.

Tuttavia non intendo, personalmente, che questi maggiori errori voluti abbiano grande importanza, fatta eccezione per le età inoltrate, cosa che del resto ho detto in ognuna delle mie relazioni.

Il secondo critico afferma che io non accenno nemmeno alla supposta sentenza nelle forme di dichiarare in alcuni periodi della loro vita un'età minore di quella effettiva, ma egli non si è accorto che al paragrafo 30 dico "per esempio un individuo di 40 anni può deliberatamente dichiarare di avere 30 anni".

Scrivendo queste parole, avevo in mente le forme e al mio critico sarebbe piaciuto di più che avessi detto "donna", invece che "individuo", e che, per la dimostrazione, mi fossi servito di età dieci anni più giovani.

Espongo più avanti le ragioni per le quali ritengo che questi errori voluti - fatta eccezione per le età avanzate - non hanno grande valore, e posso qui spiegare come io non abbia alcuna idea per cometh di affermare in proposito.

Quando incominciai l'investigazione, mi aspettavo di trovare dei segni molto sensibili di questi maggiori errori voluti, e fu solo in seguito ad un accurato esame delle cifre che poter giungere alla conclusione che essi non hanno importanza dal punto di vista pratico.



Dovette adottarsi un metodo di gradazione che eliminasse gli errori accidentati e gli errori voluti minori, un metodo cioè, mediante il quale si potesse fare una considerevole selezione di particolari misure di età, ma che non eliminasse più di quanto si poteva le irregolarità inerenti, di cui si è parlato più sopra. Seguendo le istruzioni da me impartite, si rese anche necessario che la gradazione riproducesse esattamente la totalità delle popolazioni e fu inoltre evidentemente verificabile che il metodo fosse tale che, applicato separatamente a ciascuno dei gruppi della popolazione che formano il suo totale, la somma delle popolazioni dei vari gruppi a ciascun anno d'età fosse identica alla popolazione totale corrispondente.

Qualunque buona formula di adozione per la gradazione sarebbe quest'ultimo risultato, ma si trova che le formule di adozione non avrebbero eliminato sufficientemente gli errori voluti minori e che vi sarebbero stati dei rigonfiamenti nelle curve ai punti dove si hanno misure di 0 e di 8 anni di età, venendo queste misure una accanto all'altra. Per di più mi sembra evidente che qualsiasi metodo di gradazione che implicasse una legge separata non era adatto allo scopo, perché sarebbe venuto a rinvuolere ogni traccia delle irregolarità inerenti guastate.



(8)

Alcuni anni fa avevo dedicato molto tempo e lavoro per creare un metodo col quale costruire tavole di vita sulla base di risultati di censimenti e di registri di morte, con la modesta speranza che i frutti del mio lavoro sarebbero stati utili per il censimento del 1911, ma nemmeno lontanamente avevo sognato che spettasse a me l'onore di Parigi e benemerito stesso.

Il metodo svolto non era stato particolarmente creato per la graduazione di popolazioni enumerate, ma, naturalmente, quando si vide che altri metodi erano falliti, si volle provarlo, ed io oso affermare che per gli scopi succitati può servire. Gli errori da rimproverare avevano, più o meno, un carattere periodico, decennale e, in misura minore, quinquennale, e si dovette adottare un metodo di carattere quinquennale per opporsi a questi errori periodici.

Quella che vi sottopongo è una delle caratteristiche del metodo da me descritto che i critici hanno chiamato il metodo del censimento. Esso non è, tuttavia, definitivo, e se qualcuno potrà idearne uno migliore, sarò il primo io a compiacermene.

In ambedue le mie relazioni (paragrafo 23 della prima e paragrafo 6 della seconda) si dice che vengono fatti i maggiori tagli, in modo che altri investigatori possano proseguire nelle loro ricerche,

e sono anzi addirittura invitati a farlo.

Gli errori nelle età registrate, dovuti a selezione di misure di età, e, in particolar modo, il grande favore mostrato per la misura 8, venuta fuori per la prima volta, sono molto interessanti, ma forse non di grande importanza pratica.

Il primo critico si è provato a stimare l'effetto di questa selezione, ma io so ritenere che il suo metodo è incompleto e che esso confonde due cause di apparenti enumerazioni eccessive riferite a determinate misure di età.

Per i maschi e per le femmine egli prende le popolazioni enumerate dai 10 ai 99 anni, inclusive, e, per ciascuna misura di età, mette insieme le popolazioni enumerate a quella stessa misura. Partendo dalla misura 0, aggiunge le popolazioni alle età di 10, 20 anni etc fino ai 90 anni; per la misura 1, aggiunge le popolazioni alle età di 11, 21 anni etc, fino ai 91 anni, e così di seguito fino a che, per la misura di 9 anni di età, abbia anche le popolazioni per le età di 19, 29 anni etc fino ai 99 anni. Egli però non accenna ad alcuna misura dell'età 0 e, sulla tavola, nove anni più in alto della corrispondente misura 9 e etc, perciò, a causa delle morti e dell'emigrazione, deve esservi un grande eccesso di popolazione alla misura di 0 anni di età su quella alla misura di 9 anni, anche se non vi fosse alcuna speciale selezione di una data misura alle enumerazioni.

Il risultato è che, mentre la sua tavola e il suo diagramma comprendono l'eccesso alla misura di 0 anni di età, dovuto alla generale selezione, essi comprendono anche l'eccesso dovuto alla minore età e, nel suo diagramma, le linee alla misura 0 sono alquanto moltissime in confronto alla misura 9. Se il suo metodo fosse completo, non importerebbe a quale misura incomincia il conto.

Io ho fatto il conto partendo da 9 anni di età fino ai 98 anni, essendo ciascuno dei miei numeri nella serie, dal primo all'ultimo, superiore (quasi giovane) di un anno al corrispondente numero del critico.

Questo porterebbe ad una piccola differenza, appena apprezzabile, se il metodo fosse completo, ma ha invece un effetto molto notevole sulla tavola e sul diagramma.

Nella tavola da me allegata si trovano segnate nei maschi, nelle prime due colonne, le cifre del critico e, nelle due colonne seguenti, le cifre dovute al movimento di tutte le età, da un anno in poi, e, nel Diagramma 1, queste cifre sono tratte in linee.

La linea tratteggiata rappresenta la tavola come è stata calcolata dal critico e la linea continua la stessa tavola, partendo dall'età di 9 anni, mentre la linea tratteggiata rappresenta le cifre del metodo del critico, partendo dall'età di 10 anni presa dalla tavola del Text Book.

La tavola del Text Book è la più semplice che si possa ideare e non vi è alcuna selezione di misure di età; malgrado ciò si vedrà che col metodo del critico vi è una selezione molto considerevole di misura 9 sopra a 9 ed una selezione gradualmente decrescente di tutte le altre misure.

Ciò che alle popolazioni enumerate, il metodo del critico, partendo dall'età 9, dà linee che hanno quasi la stessa forma di quando si incomincia dall'età 10, eccettuato che alla misura 8 le posizioni sono rovesciate e che in altri punti la preferenza per certe misure è meno quotata. Si ammette che la misura 8 è quella favorita, e tuttavia dalla seconda edizione del metodo del critico sembrerebbe che la misura 9 fosse la preferita.

Ciò dipende dal fatto che in questa seconda edizione in ogni caso la misura 9 è un'età 9 anni più giovane della misura 8 e gli effetti delle morti etc. sono molto maggiori di quelli della scelta della misura.

Nella mia prima relazione, la Tavola II, per maschi, e la Tavola V, per le femmine, formano un metodo molto migliore per stimare l'effetto della scelta delle misure di età.

In queste tavole, la deviazione per una popolazione di 100.000 individui, a ciascuna età, è stata tra le popolazioni enumerate (registrate) e la graduata.

Potrebbe darsi, per i nostri scopi, che la graduatoria

ta delle popolazioni corrette e che le deviazioni mostrate sono reali.

Questa affermazione sembra legittima, poiché ogni graduatoria discretamente buona darebbe deviazioni molto simili - sebbene non uguali - ai diversi punti di età.

La Tavola II, allegata, che si basa sulle deviazioni per 100.000 a ciascuna età, è un sommario delle Tavole II e V della relazione e mostra, per una popolazione graduata di 100.000 a ciascuna età, quale sarebbe la deviazione totale per ciascuna misura di età e quale la corrispondente popolazione enumerata (registrata); e in una colonna vicina, seguendo l'esempio del primo critico, la proporzione di queste popolazioni enumerate a ciascuna misura di età è portata alla misura 9. Nel Diagramma 2 le proporzioni sono segnate, tanto per i maschi che per le femmine, essendo la parte superiore di due linee una riproduzione del diagramma del critico, e la parte ^{rappresentazione} inferiore, le linee approssimativamente corrette che dimostrano l'effetto attuale della selezione nella misura.

Il due tipi di linee sono della stessa forma, mostrando così che il metodo del critico non compendia correttamente gli effetti della selezione della misura, ma le linee del critico stesso sono innalzate a sinistra, mentre la misura di età 9 rappresenta il carbonio, e l'interno di quell'innalzamento dimostra la perturbazione introdotta per non

aver tenuto conto delle morti e delle migrazioni,
 Tale forse la pena di accennare che, nella prima
 relazione, le tavole corrispondenti ai numeri
 II e V vengono date anche per le popolazioni
 modello, tanto nel 1901 che nel 1911, e che
 nei paragrafi che vanno dal no 31 al no 41 della
 relazione stessa si discute a lungo sulla questione
 delle dichiarazioni errate di età.

Il critico ^{ne} non ha fatta menzione, ma ritengo
 che questo sia importante e che un ulteriore
 studio delle cifre della popolazione modello
 potrebbe condurre a delle conclusioni utili.
 Per il censimento del 1901, le popolazioni di alcune
 determinate zone furono pubblicate per
 ciascun anno di età, e le stesse zone furono
 di nuovo separate, e le popolazioni vennero simil-
 mente date per il censimento del 1911.

Le autorità ritenevano che ciò fornisse dei
 mezzi di investigazione.

Di rilevare dalla prima relazione che se i metodi
 ivi adottati sono legittimi, vi è motivo
 di riprendere che nel censimento del 1911 si
 ebbe, per quanto concerne le dichiarazioni
 dell'età, un progresso su quello del 1901
 e che le somme sembrano, a questo riguardo,
 più esatte degli uomini.

Un argomento più importante è quello trattato lungamente
 da ambedue i critici sui maggiori errori
 voluti. Essi sono del parere, come del resto quasi tutti,
 che questi errori voluti, specialmente rispetto alle donne,



hanno importanza grave, e viziano notevolmente le deduzioni che possono trarsi dalle cifre del censimento. Sono anch'io dello stesso parere per quanto concerne le età avanzate, da circa 55 anni in poi, ma le mie investigazioni mi hanno condotto a ritenere che nelle età più giovani hanno, praticamente, poca importanza.

Tuttavia parlando, in special modo, di persone giovani e affermando che le popolazioni eccessive apparesenti, registrate circa alle età dai 20 ai 25 anni, devono attribuirsi a distinzioni di età inferiori a quelle effettive e che un numero considerevole di individui elencati in queste età giovani dovrebbe essere trasportato in età superiori, siamo in età da circa 30 anni in su.

Per gli scopi presenti le età esatte non hanno alcun valore. In'altra causa che potrebbe aver condotto alle popolazioni relativamente eccessive per età adulte giovani è l'immigrazione, ma anche i critici respingono questa ipotesi.

Quando le popolazioni sono abituate a stimare il tasso di mortalità, allora, quando ^{al censimento} vi siano, in modo considerevole, delle distinzioni di età inferiori alle età effettive, a favore di queste età adulte giovani, il tasso di mortalità risultante a dette età dovrebbe essere basso, poiché vi sarebbero troppi viventi nel denominatore della frazione di mortalità e si avrebbe come conseguenza che nella tavola, per le età più avanzate, il tasso di mortalità sarebbe essere relativamente alto a causa della

(15)

incalcolata riduzione nelle cifre registrate dei viventi.
Questo si verificerebbe, a meno che nel caso delle mor-
ti vi fossero equivalenti dell'età di cui si sta riferen-
do all'età effettiva.

Nel costruire le Tavole di Vita, tenni presente questo
quanto e, per mezzo i tassi centrali di morte, non
gradinati, lo studiai tanto da convincermi che
non aveva importanza.

Per gli scopi di questa memoria mi sono maggior-
mente occupato dell'argomento.

Per i maschi e per le femmine, rispettivamente,
in Inghilterra e nel Galles, abbiamo le popula-
zioni registrate per ciascuna età al censimento
ed abbiamo anche le morti, registrate nel
biennio 1910-1912. Da questi dati possiamo
riavere il tasso centrale di morte m_x per ogni età,
e quello per le età dai 14 ai 74 anni viene
dato dall'unità Tavola III sotto la denominazione
"m_x lordo". Il susseguirsi dei valori procede in modo
notevolmente piano, se si considera la irregola-
rità della materia, ma è desiderabile fare una
graduazione ed è necessario scegliere una formula
che non possa avere alcuna linea obli-
qua, ma che sia risultata piano, senza tenden-
ze periodiche o qualsiasi genere di selezione.

La formula Q, nella mia memoria
sulle formule di adozione per la graduazione,
Giornale dell'Istituto degli Affari, xli, 531, è adatta
allo scopo, poiché è una formula di senza forza
graduazione molto notevole, migliore di quella

di Woolhouse e anche applicate più facilmente. I risultati si trovano nella Tavola III sotto la voce "m_x graduato", e tanto i valori lordi che i graduati sono esposti nel Diagramma, ma 3.^a coppia superiore delle linee nel Diagramma si riferisce ai maschi e la coppia inferiore alle femmine, essendo il tasso di mortalità dei maschi alquanto più elevato di quello delle femmine.

Si vedrà che la curva graduata procede molto accuratamente a traverso le linee non graduate ed è molto piana e, ciò che più importa, non mostra alcuna peggiora a guisa di onda.

Le linee non graduate mostrano distintamente la preferenza, al benivimento, per certe misure di età. Per esempio, alle età di 30, 40 e 50 anni, il valore non graduato di m_x è notevolmente inferiore che alle età adiacenti di ciascun lato.

Ciò dipende dall'eccesso nella popolazione elemente a queste età che non è compensato da un corrispondente eccesso nelle morti registrate, dalla qual cosa sembrerebbe che le età alla morte fossero date molto più accuratamente delle età al benivimento.

Si è accennato più sopra che se la teoria dei crisi ci fosse corretta e se si fossero delle numerose dichiarazioni di età inferiori alle età effettive di individui da 30 a 35 anni, il tasso centrale di morte per età di circa 20 anni fino a 25 darebbe una depressione, mentre dovrebbe esservi

un corrispondente aumento per le età in 30 a 35 anni. Nella curva graduata non appare alcuno di tali caratteri, e questo mi sembra che sia una prova sicura de l'accennata distorsione di età inferiore all'effettiva, in questo periodo di vita, non esiste in misura rilevante e che l'eccesso apparente nelle popolazioni enumerate alle età più giovani deve essere attribuito a qualche altra causa, e la sola altra causa che io abbia presente è la migrazione.

Non abbiamo alcun mezzo per calcolare l'entità dell'immigrazione in Inghilterra e nel Galles dalla Scozia, dall'Irlanda e dall'Estero, e possiamo ritenere soltanto, per i dati di cui disponiamo, che una tale immigrazione deve effettivamente aver luogo. Possiamo tuttavia immaginare come si verifichi.

Nel caso delle femmine, per esempio, si può avere un numero rilevante di giovani che vengono dal Continente come istitutrici e che tornano poi al Continente stesso dopo terminati i loro studi, e; per i maschi, si può verificare un caso simile rispetto a quelli che vengono dal Continente a fare i commercianti etc. E, anche, vi è stata per molti anni l'abitudine nei genitori di mandare i loro figli, maschi e femmine, a istruirsi nel Continente ed essi, durante gli anni di scuola, sono sfuggiti al Continente. Dove, nelle prime età adulte, vi possono essere più individui elencati in un Continente

di quel che si sarebbe aspettato a giudicare dalle età registrate nelle scuole ^{in occasione} del censimento precedente.

Noi possiamo peraltro stimare le migrazioni da diverse zone del paese ad altre zone per mezzo delle cifre riprodotte nel § 1° dell'appendice I della mia seconda relazione, per l'Inghilterra ed il Galles insieme, e per le sezioni, Contea di Londra, sobborghi della Contea, Distretti Irlandesi e Distretti Riccati.

Nell'unità Tavola IV io do, per le età da 16 a 26 anni, e per i maschi e per le femmine separatamente, la popolazione graduata per ciascuna di queste sezioni, insieme con la popolazione totale per l'Inghilterra e per il Galles.

Tutte le gradazioni sono state effettuate mediante il metodo di Censimenti e albedano qui una prova del grande vantaggio di usare un metodo che, una volta applicato alle sezioni, riprodurrà la popolazione totale.

Si vedrà che i numeri comparati dei viventi, per ogni età, differiscono grandemente nelle diverse sezioni. A tal uopo venne tracciato un diagramma, ma fu molto difficile trovare una forma che indicasse le particolarità in modo chiaro, e perciò se ritenne più opportuno, dove L_x rappresenta la popolazione vivente nell'anno di età x e $x+1$, di comprendere nella tavola la proporzione $L_{x+1} \div L_x$, mostrando questa proporzione il tasso di aumento o di diminuzione.

migrazione con l'aumento di età nella popolazione. Questa proporzione vien data nell'unità Tavola V ed è anche indicata, in forma di curva, nella linea continua del Diagramma 4 per i maschi e del Diagramma 5 per le femmine, e la stessa proporzione derivata dalle tavole di mortalità, dalle quali sono escluse le migrazioni, per le rispettive sezioni di cui nella mia seconda relazione, è data sulla linea punteggiata. Tali diagrammi provano in che modo considerevole le migrazioni influiscono sulla popolazioni enumerate delle varie sezioni.

Per quanto concerne i maschi, il totale per l'Inghilterra ed il Galles mostra che dai 18 ai 25 anni, il tasso di scurezza, età per età, nella popolazione è lieve e tende a diminuire, ma le popolazioni, presentemente, non aumentano mai con l'età. Nella Contea di Londra, peraltro, si trova la stessa caratteristica accentuata e le popolazioni, presentemente, aumentano tra le età dai 18 ai 23 anni, essendo la proporzione $L_{x+1} : L_x$ più grande dell'unità. La curva per i sobborghi della Contea di Londra, ma le particolarità non sono così marcate, mentre, per i distretti urbani e per quelli rurali, le curve hanno un carattere piuttosto opposto. Simili osservazioni si ripresentano al Diagramma 5 per le femmine, ma in esso le particolarità sono più marcate che nel caso delle femmine e, nella Contea di Londra, per le età giovani dai 16

ai 24 anni vi è un immenso immigrazione di
femmine.

Queste pieghe straordinarie nelle curve devono
attribuirsi quasi interamente a migrazioni e non
possono derivare in parte da false dichiarazioni di età,
e la risultante di tutto l'insieme è data nelle
curve per il totale dell'Inghilterra e del Galles.
Che i contorcimenti delle curve siano dovuti a
migrazioni e non a false dichiarazioni di età, è provato
dalla notevole regolarità delle linee punteggiate,
rappresentanti le proporzioni derivate dalle tavole
gradate di mortalità.

Se i contorcimenti fossero stati da attribuirsi a false
dichiarazioni di età, si sarebbero avuti sei contorcimenti
corrispondenti nelle curve derivate dalle tavole di mor-
talità, ma quest'ultime non sembra che siano
affatto influenzate dalle migrazioni; il che signi-
fica che le popolazioni sono effettive e che
le morti registrate vi corrispondono.

Qualora ciò si verifici per le tavole delle sezioni,
mi sembra che debba verificarsi anche per il
totale dell'Inghilterra e del Galles.

Malgrado l'opinione da me espressa — un'opinione
formulata non improvvisamente e che abbisogna di
reflexe, ma fondata ad uno studio accurato di tutte
le cifre — sarò grato se si vorranno fare delle altre
miei investigazioni. La questione è troppo importan-
te per essere ignorata, e sono sicuro che giovani
de hanno delle sicure cognizioni affermati
ed una certa immaginazione scientifica e che

non temono un lavoro intenso, potrebbero met-
tere insieme delle note utili da leggersi nelle
nostre adunanze periodiche.

L'insieme dei dati del censimento - e - mi sia lec-
to dirlo - delle sue relazioni, pullulano di
argomenti da investigare, che offrirebbero ai
nostri giovani affari molte opportunità di distinguersi.

Il primo Contico ha applicato il metodo della salute
nazionale per graduare le popolazioni enumerate
maschili dell' Inghilterra e del Galles e, nei Diagrammi
n. 2 e 3 del suo articolo, dà i risultati, nei
quali le prime differenze della sua tavola, prese
in gruppi quinquennali, sono espresse in
forma di curva. La curva nel suo Diagramma
n. 2 è certamente piana e ha l'aspetto di un
cranio ben sviluppato, ma credi rilevare
che non è del tutto corretta all'età 29, essendo
il punto per quell'età collocato troppo in alto,
e, se fosse collocato come si deve, vi sarebbe
una tacca nella curva che guasterebbe assai la sua
superficie. Nello stesso Diagramma, egli espone
una simile funzione per i valori non graduati
e per i valori mediante ^{la} graduatoria del censimento.

Posso tuttavia protestare solennemente
contro il metodo da lui adottato per esporre
(spiegare) la graduatoria del censimento?
Egli ha collegato i punti sulla sua curva, mediante
le linee curve, collegando invece i punti
sulla curva del censimento mediante linee



angolari. I punti del metodo del censimento
avrebbero dovuto essere pure riuniti da linee
curve se il confronto è giusto.

La funzione è riservata alla popolazione vivente
non ad un punto di età, ma in un anno di
età e, perciò, non dobbiamo occuparci di
punti da collegarsi con linee rette, ma da col-
legarsi invece con linee curve.

Spero che il critico avrà riconosciuto che questa
piccola protesta non è ingiustificata.

Una questione molto più importante, tuttavia, è
quella del metodo di scegliere la dolcezza di una
curva.

Il riunire in una tavola la prima differenza in
gruppi quinquennali non prova la dolcezza, bensì
la natura della curva.

Una curva può essere assolutamente continua,
cioè cioè passare da un punto matematico
all'altro (dasciate che aggiunga non da un'età
integrale all'altra) senza la più piccola inter-
ruzione e, tuttavia, le prime differenze possono
presentarsi in modo molto strano.

Mi piacerebbe vedere che il critico esponesse
nella forma diagramma, come ha fatto per
le cifre del censimento, le cifre che possono essere
rappresentate da una curva che avesse la forma
della lettera S. Quella curva sarebbe perfettamen-
te dolce e tuttavia le prime differenze avrebbe-
ro un carattere addirittura straordinario.
La regolarità delle curve del critico per la prima

Differenza, è dovuta al fatto che egli ha cancellato ogni traccia delle irregolarità inerenti che devono esistere in una curva di popolazione e delle quali sarebbe invece tenersi conto in una buona graduatoria.

Egli ha messo insieme un articolo fantastico che non rappresenta la popolazione come si vedrebbe veramente esistere se si eliminassero soltanto gli errori accidentali e quelli notevoli minori. Infatti, direi che il metodo di graduatoria per la salute nazionale e del tutto fuori di luogo quando sia applicato ad una curva di popolazione, per quanto buona possa essere, in condizioni favorevoli, per una tavola di mortalità, poiché esso contorce i dati e rimuove le particolarità inerenti.

Nella tavola VI ho le popolazioni graduate dalle età di 15 ai 90 anni per i maschi dell'Inghilterra e del Galles e le prime e le seconde Differenze. Le seconde differenze mostrano i cambiamenti nel raggio della curva, tanto che generalmente si intende che il metodo del censimento si attacca al sotto ai dati originali. Deve anche ammettersi che da una curva liscia, cioè una curva che non presenta alcuna interruzione nel passare da un punto matematico ad un altro, tuttavia le seconde differenze mostrano delle variazioni molto notevoli nella curvatura, e queste sono dovute alle irregolarità inerenti che esistono nelle popolazioni attuali e che

il metodo del benvenuto non cancella.
 Queste irregolarità inerenti non devono essere rimosse, come avviene col metodo di salute nazionale, ma devono invece restare.

Non dico che il metodo del benvenuto sia il migliore che esista, bensì dico che è un buon tentativo per risolvere il problema, e ripeto che sarei lieto se potesse essere migliorato.

Prima di abbandonare questo argomento, vorrei chiedere al critico in che modo egli applicherebbe il metodo di graduatoria della salute nazionale, separatamente alle popolazioni delle quattro zone, cioè delle Banche di Londra, dei sobborghi della Banca, dei Distretti Urbani e di quelli Rurali, nelle quali i contorcimenti delle curve, dovuti alle migrazioni, sono molto maggiori che nella curva per l'Inghilterra ed il Galles insieme. È già stato detto che il metodo da usarsi deve essere tale che possa applicarsi indipendentemente a ciascuna delle diverse zone, ma ciò è impossibile col metodo di salute nazionale.

Passando ora alla parte più interessante dell'argomento - la costruzione delle Tavole di Vita - sarà bene che io citi i principi tenuti presenti nello scegliere il metodo da usarsi. Tali principi sono esposti nel paragrafo 4 della mia seconda relazione nel modo seguente:

« Nel costruire le tavole fu desiderabile che "si
 " attempasse un metodo, semplice in teoria, facile
 " nell'applicazione e che producesse curve di graduazione

"ne lascia (idee, prima) e curve che aprissero fortuna"
 "e se si dati originali".

A me sembra che, in qualsiasi circostanza, sia desiderabile
 la usare con metodo semplice in teoria e facile nell'
 l'applicazione, ^{qualora} tal metodo sia veramente effi-
 cace e non inferiore, nei suoi risultati, ad altri
 metodi più complessi.

Le matematiche più elevate sono utili all'Ateneo,
 principalmente come strumento di ricerca, ma
 nella pratica attuale dovrebbero essere evitate
 al più possibile senza perdita di efficacia.

Perano, tuttavia, altre ragioni per le quali un metodo
 semplice in teoria e facile nell'applicazione dovesse
 essere usato per le tavole di vita nazionale.

Gli Ufficiali medici della Sanità ed altri sono presi
 da un forte desiderio di costruire delle tavole di
 vita per propri distretti e le autorità volevano
 fornirli di un metodo che potessero usare con faci-
 lità. Gli Ufficiali Sanitari sono uomini di grande qua-
 lità, ma non si può aspettarci da loro che
 maneggino dei complicati metodi per la costruzione
 delle tavole di vita che soltanto dei matematici pro-
 vetti possono comprendere.

Il mio metodo fu creato, tenendo molto presenti
 tali considerazioni e mi riuscì cosa gradita che
 le autorità di Somerset House ne deliberassero
 l'adozione e disposesero che ne fosse fatta
 una piena dimostrazione nella relazione.
 Il secondo Critico osserva che non è mai
 un lavoro inutile quello che è diretto

all'accertamento d'un metodo di graduatoria che si imporrà alla generale approvazione come il migliore che si possa ottenere in tutte le circostanze. Non senza egli però, che a questo proposito il lavoro non fu certo risparmiato, come non fu risparmiato nel provare il metodo del censimento, prima della sua finale applicazione. Egli può appena immaginare l'entità del lavoro fatto e quanti calcoli andarono all'aria prima che si formasse il piano esatto da seguire.

Il Britico appoggia il metodo di salute nazionale, e la sua principale obiezione al metodo del censimento sembra che sia quella che detto metodo non fa niente per correggere ciò che egli chiama "errori sistematici", e che io ho chiamati "errori voluti maggiori", e sembra che anche egli ritenga che le Statistiche della popolazione dovrebbero ricevere "uno speciale trattamento", allo scopo di eliminare questi errori, prima che siano usate con l'intenzione di costruire una tavola.

Su questo punto io vorrei domandargli - visto che preferisce il metodo di salute nazionale - se egli sostiene che detto metodo elimina effettivamente i grandi errori sistematici e se egli asserisce che, nel preparare la tavola di salute nazionale, le statistiche riceveranno, prima di essere adottate, uno "speciale trattamento".

Per quanto consta a me i fatti non ebbero alcun "trattamento speciale", per la tavola di salute

Nazionale e, certamente, al metodo di salute
 Nazionale non tenta nemmeno di occuparsi
 dei grandi errori sistematici. Esso si limita a
 nascondersi, ma noi non vogliamo che le nostre tavole
 di Vita Nazionale siano dei sepolcri imbriccati.
 Può ammettere che anche il metodo del benivismo
 non disprezza i grandi errori sistematici, ma, dove
 essi esistono, non li nasconde e nel paragrafo 6
 della mia seconda relazione mi riferisco in modo
 specifico a questo punto e aggiungo che "nel costruire
 le presenti tavole di vita non si è tentata alcuna
 correzione per annullare le possibili false ditte
 razioni di età. È stata così assunta una posizione
 non obliqua e ci siamo sforzati per costruire le
 tavole assolutamente in armonia coi fatti,
 come risultavano registrati, e per dar modo
 a coloro che si interessano a quella materia
 di fare ulteriori investigazioni e di apportare
 quelle correzioni che, secondo loro, possono
 sembrare necessarie".

Queste ultime parole, da citare, sono una
 sponda anticipata all'osservazione del critico
 che l'argomento dovrebbe essere tuttora conside-
 rato come aperto alla discussione.

Egli è perciò addirittura invitato a preparare delle
 tavole che portino tutte le correzioni.

Ma lui ritenute necessarie, ma certamente se,
 allo stato attuale della nostra scienza, avessi
 fatto delle correzioni, mi sarei sentito criticare
 severamente da più parti e da persone professori.

qualunque grado di opinione —; e forse lo stesso secondo vertice non mi avrebbe risparmiato.

Alla fine del succennato paragrafo 6 aggiungevo che esso non aveva lo scopo di mettere in dubbio l'accuratezza delle tavole come venivano presentate, ma che ero sicuro che fino a circa l'età di 85 anni esse rappresentano la mortalità veramente, mentre al di là di quell'età i risultati avanzati possono essere accettati senza grande esitazione.

Le ulteriori investigazioni fatte per gli scopi di questa nota mi hanno più che confermato in questa opinione e son certo che i grandi errori sistematici non influenzano le tavole in modo notevole fino all'estrema età avanzata.

In ciò che ho detto più sopra ho già dato delle buone ragioni per una tale opinione ed ho dimostrato che l'oscillamento delle curve di popolazione è dovuto più alle migrazioni che a false distinzioni di età. Ora occorre soltanto che io richiami di nuovo l'attenzione sulla Tavola VI in relazione alla Tavola VII qui unita.

Nella Tavola VI vengono date le popolazioni graduate per l'Inghilterra e per le Galles, con le prime e la seconda differenze e, nella Tavola VII, le differenze corrispondenti di 9a nella tavola finale di mortalità.

Si vedrà che, mentre nella Tavola VI la seconda

differenza presenta cambiamenti di segno molto frequenti, mostrando così frequenti cambiamenti nella direzione della curvatura, la Tavola VII invece mostra soltanto cambiamenti di segno nella seconda differenza nelle età giovanili e nelle prime età adulte, il che accade anche rispetto a molte altre tavole; ma dopo l'età 23 questi cambiamenti nella curvatura non si verificano più e la tavola procede molto regolarmente.

Ammetto completamente che, in circostanze favorevoli, il metodo di salute nazionale possa essere eccellente ed il vero metodo da adottarsi, ma ritengo che le nostre attuali cognizioni non sono sufficienti per permetterci di applicarlo con sicurezza alle statistiche del censimento, e questo specialmente quando si ha da preparare un gran numero di tavole che sono internamente connesse, e quando non sarebbe possibile usare per tutte, le stesse costanti.

Non è giusto che si dica che io sono contrario alle formule matematiche di graduatoria e di costruzione e forse qui non mi si accuserà di presunzione se io mi indulgo un poco nel mio passato storico.

Nella mia gioventù la formula di Makeham era considerata poco più di una bella curiosità scientifica.

Ero allora molto occupato per preparare studenti agli esami dell' Istituto, quando la formula

la di Macneham mi interessò grandemente e mi misi al lavoro per provare se non si potesse trovare un metodo per applicarla in pratica.

Questo accadde circa nell'anno 1877 ed io avevo già fatto moltissimi calcoli e progetti, nell'insieme, ~~perfezionati~~ in modo soddisfacente, quando nel 1878

Sir George Hardy venne da me come studente a prepararsi per l'esame finale. Naturalmente gli dissi l'impronta del mio metodo e fui subito colpito dal suo ingegno e dal suo intuito e lo invitai subito ad unirsi a me per completare la nota per l'Esibito che era già bene avviata.

Il risultato fu che la nota stessa venne letta da noi, insieme, il 26 gennaio 1880 prima che Hardy passasse al suo esame.

Al primi del 1882 fui invitato dal Consiglio a scrivere la II Parte del Text Book e poco dopo sottoposi al Comitato del Text Book la questione se non sarebbe stato bene includervi a scopo illustrativo una tavola graduata mediante la formula di Macneham, ma non fu facile, in quel tempo, indurre il Comitato stesso a dare la sua sanzione ufficiale per una simile innovazione. La tavola tuttavia è nel Text Book e credo di poter proclamare che da allora ha cessato di essere una curiosità scientifica per divenire una realtà pratica.

Forse anche questo fatto non rimase senza effetto nello spingere alla ricerca e nel condurre

alla scoperta di altri metodi matematici
 anche ora, quando viene proposto di usare la formu-
 la di Malthus, bisogna prima esaminare molto
 accuratamente la tavola di mortalità per vedere se
 la formula è adatta e bisogna fare varie prove
 per vedere in quale forma possa essere meglio
 applicata.

Noi non abbiamo ancora abbastanza cognizione
 delle qualità delle tavole derivate dalla statistica
 nazionale per potere applicare in modo sicuro me-
 todi matematici, e mi sembra che sia molto meglio
 costruire una tavola che inevitabilmente si
 tiene vicino ai fatti originali come sono registra-
 ti, senza assumere alcuna legge fittizia.

Al prossimo censimento, quando, senza dubbio,
 le popolazioni saranno divise di nuovo età per
 età, si potrà prendere l'inizio dalla base così
 preparata, e questo potrà rendere possibile
 l'accertare meglio quello che sono i fatti reali
 riguardo a false dichiarazioni di età e alla mi-
 grazioni dei popoli.

A me sembra che questa sia la migliore via
 da seguire ed anche la più scientifica.

Non è necessario dir molto sulla soluzione delle
 curve prodotte dal metodo del censimento,
 per la costruzione delle tavole, e ciò è prova-
 to non solo dalle cifre della mia relazione,
 ma anche dai commenti che vi ha fatto sopra
 il secondo British.

Egli muove obiezione all'affermazione che

« sarebbe difficile immaginare una curva di
 « più dolce gradazione, a meno che fosse veramente
 « una curva del terzo ordine con una terza dif-
 « ferenza costante », ed egli confronta le terze
 differenze di q_x , nella Tavola Inglese di Vita T^8 per
 i maschi, con le terze differenze date dal metodo
 di salute nazionale che, essendo stato costrui-
 to mediante una formula matematica, è essen-
 zialmente liscio (quano).

Egli dimostra che dalle età di 20 anni fino
 ai 59, ignorando i segni, la somma delle terze
 differenze della Tavola Inglese di Vita è 57 con
 17 cambiamenti di segno e quella della Tavola
 di salute nazionale è 36 con 14 cambiamenti
 di segno. Qui veramente non vi è alcuna distin-
 zione di cui parlare. Le differenze sono derivate
 dai valori di q_x a cinque posti di decimali,
 ma una perdita di soluzione risulta dal taglio
 delle cifre.

Nelle Tavole VII e VIII, qui unite, le prime, le
 seconde e le terze differenze per la Tavola di Vita
 T^8 sono state costruite da q_x a sette posti
 decimali, essendo allora le differenze tagliate
 per corrispondere a q_x a cinque posti di decimali.
 Queste terze differenze rivedute mostrano, per
 la Tavola Inglese di Vita T^8 , per i maschi, una som-
 ma di 44 per la terza differenza nella sezione
 da 20 a 59 con sette cambiamenti di segno soltanto.
 Tutto questo mi sembra ~~fatto~~ che significa
 giocare sull'equivoco. Il critico non accenna

che per la tavola *Englisc di Vita 7to 8* - per i maschi - dai 75 anni in su applicò la rigorosissima prova si fece fuori il quinto ordine delle differenze di $9x$ e non si accorge dell'ultimo criterio di una buona graduatoria, da me posto innanzi, cioè che le differenze, quando non siano piccole, devono seguire una legge definita.

Questo è un punto importante, perché, sebbene sia vero che piccolissime terze o quinte differenze sono indici di una buona graduatoria, tuttavia non è vero il caso contrario, e cioè che se le terze differenze sono grandi la graduatoria debba essere imperfetta.

Nella Tavola *Englisc di Vita 7to 8*, per i maschi, fu presa una quarta differenza costante di $\log: px$, partendo dall'età 88, ma quella non divenne pienamente efficace fino all'età 92, però da 92 in poi la colonna di $\log: px$ presenta delle differenze che sono tutte basate su di una quarta differenza costante ed ogni funzione derivata da $\log: px$ deve seguire procedere in modo assolutamente piano. Nell'unita Tavola IX 60, fino all'ottavo ordine, le differenze di $9x$ portate a sette posti di decimali e si veda che queste differenze non solo sono grandi, ma oscillano ^{notevolmente} avanti e indietro tra il positivo e il negativo. Malgrado ciò quella tavola è del tutto piana.

Qui sembra che questa sia una buona illustrazione di quello che ho affermato, cioè che non debbia

mo guardare esclusivamente all'entità delle differenze, per giudicare se una tavola è giusta, ma anche alla legge che esse seguono.

Il secondo birtico considera "un elemento di perturbazione", il fatto che, nel confrontare le morti avvenute con quelle previste dalla Tavola Type di Vita 1908, rispettivamente per i maschi e per le femmine, vengono da me usati gli stessi gruppi di età che furono impiegati per la costruzione delle tavole.

Nel far ciò non vi fu alcuna cattiva intenzione e, nelle tavole X e XI, do' ora un completo riscontro delle morti previste e di quelle avvenute, età per età, tanto per i maschi che per le femmine, ed un sommario per l'aggruppamento usualmente scelto per tale scopo, 0-4, 5-9 etc.

Compito quindi che il birtico, dopo questa spiegazione, dovrà ora innanzi i suoi sommi tranquilli. Il raggruppamento 0-4, 5-9 etc. mostra dei trapassi da un gruppo all'altro alquanto maggiori del raggruppamento 4-8, 9-13 etc. Tuttavia ambedue questi raggruppamenti hanno le misure di età 8 e 0 in gruppi separati e mostrano, necessariamente, meno trapassi da gruppo a gruppo di quel che si verificherebbe con qualunque degli altri tre metodi possibili di raggruppamento.

In tutta la maggior parte delle tavole vi è un grande eccesso di morti previste alle misure di età 0 e 8 a causa degli eccessivi numeri

registrati a queste misure di età. Perciò, quando tutte e due le misure si età indotte sono comprese in un gruppo, bene esservi, se la graduatoria è buona, un considerevole risparmio di morti dai gruppi che le completano ai gruppi adiacenti.

Per una buona graduatoria, quindi, l'indizio migliore di tutti è che, in un confronto, si possa dimostrare che un tale risparmio ha avuto luogo.

Tuttavia, qualunque confronto possa essere stabilito, proverà che dappertutto le tavole aderiscono strettamente ai fatti originali e che ^{questo} è il punto principale che si ebbe di mira nel costruirle.

Il critico pensa che, prima di confrontare le morti avvenute con quelle previste, le morti stesse avrebbero dovuto essere graduate, ma io non vedo che ciò possa arrecare alcun vantaggio. Sarebbe invece più utile graduarle le popolazioni e liberarsi così dagli aumenti alle misure 0 e 8. Qui deve però ricordarsi che le popolazioni in Inghilterra si è valsi nel costruire la Tavola Inglese di Volk 1888 non sono le popolazioni attualmente enumerate al censimento, essendo queste ultime state abbassate fino al 15 Luglio 1911, affinché fossero centrali (nel centro) rispetto alle morti.

Malgrado ciò, i cambiamenti nelle popolazioni, così prodotti, sono molto lievi ed hanno soltanto

delle conseguenze risultanti.

Una parte della mia nota che, forse non impropriamente, può esser chiamata "Una Rivista delle Riviste", ha occupato più spazio di quel che si riteneva, ed ora non vi è posto per richiamare l'attenzione su altri punti che meritano di essere discussi. Ognuno, tuttavia, formulerà per proprio conto i punti da discutersi e perciò sarà forse bene che io mi astenga dal dare qualsiasi impulso ^{negativo} a questo. Tuttavia mi accade di pensare ad una o due cose che hanno una importanza sostanziale: la prima è la ^{straordinaria} discrepanza che si riscontra tra i fanciulli elencati al di sotto dei 2 anni di età ed il numero delle nascite in seguito alle quali si sono avuti questi fanciulli.

Io accenno lontanamente all'argomento in parole nei paragrafi 14 e 15 della prima relazione e nei paragrafi dal 18 al 21 e dal 34 al 43 della seconda.

Io stesso sono del tutto incapace di rendermi conto di una simile discrepanza, e sarebbe interessante domandare se ^{essa} esiste negli Stati per la Scozia e per l'Irlanda.

Mi sembrerebbe desiderabile che la questione fosse completamente studiata prima del prossimo censimento, in modo da poterli avvertire, per quell'epoca, degli Stati più accurati.

Nei paragrafi della mia relazione che vanno dal 14 al 20 e nel paragrafo 26 si accenna alle diffe-
coltà incontrate relativamente allo stato coniuga-

le della popolazione, ed anche qui si presenta un altro vasto campo di investigazione, mi piacerebbe inoltre che uno dei nostri più giovani attuari tentasse di graduare le colonne per la popolazione coniugata, non coniugata e vedova di ambedue i sessi e che le facesse corrispondere con esattezza a colonne egualmente graduate della popolazione totale. Soltanto confesso che, più o meno, non ho avuto dei buoni risultati nella mia graduatoria a seconda dello stato coniugale, e sarei molto lieto di vedere qualche cosa di meglio al riguardo.

Nel paragrafo 23 della mia seconda relazione spiego il metodo che è stato seguito nel caso di tutte le tavole di vita per completarle alle età avanzate.

Nelle mie note apparse sul *Journal* fu adottato un metodo diverso, ma il defunto Mr. A. G. Waters ebbe molto da criticare a questo riguardo e, in segno di deferenza per le sue opinioni e di rispetto per la sua memoria, mi studiai di trovare un metodo che rispondesse alle obiezioni di lui morte.

Egli era del parere che non vi fosse alcun limite assoluto alla vita umana e che l'assumere l'unità per q_x ad un determinato punto di età costituiva un errore.

Il nuovo metodo non assume alcun limite di questo genere ma, prendendo una quarta differenza in modo conveniente, le tavole

possono in patria essere portate ad un termine,
 ne a qualunque punto si voglia.

Forse le tavole sarebbero state più artistiche se
 le quarte differenze del log: q_x avessero preso
 inizio da una età più giovane.

Per esempio, mettiamo un'equazione adatta, potremmo
 provare una quarta differenza all'età 80 che
 sarebbe q_x uguale a .99999 all'età, diciamo, di
 105, per i maschi, e di 108 per le femmine, e, agli
 effetti pratici, ne risulterebbero delle tavole buone,
 sì.

Lancio questa idea a semplice titolo di illustrazione,
 ma non si sarebbe adattata al caso presente,
 dove lo scopo era di mantenerci ^{il} più vicino
 possibile ai fatti, come risultavano registrati
 all'età più adulta che si potesse praticare.

Nei paragrafi che vanno dal n. 58 al 62 della
 seconda relazione, si tratta della Tavola Nazionale
 di Salute e sarebbe desiderabile che quella
 stessa Tavola fosse ricostruita sulle nuove
 stime di popolazione. Forse qualche giovane
 attuario intraprendente condurre a termine
 un simile compito.

Sarebbe interessante vedere un confronto
 tra la nuova q_x che egli creerebbe e
 le approssimazioni date nella mia relazione

Il signor S. J. Howland disse che la tabulazione delle statistiche, sta per ora, quando fosse continuata, avrebbe di gran valore per gli anni futuri, sebbene — per il fatto che le cifre del 1901 erano in età raggruppate — non sia stato possibile intrarne ora dei grandi vantaggi.

Fu molto interessante notare le variazioni nei numeri registrati a diversi integri di età.

Mr. King ha preso i numeri 99, 24 etc. come età individuali per i suoi gruppi, anziché la più comune e cioè le età 20, 25 etc., e questo, senza dubbio, rettifica grandemente gli errori accidentali negli stati dell'età.

Al tempo stesso sembrò che vi fossero grandi variazioni negli stati del 1911, allorché furono confrontati coi sopravvivenuti previsti della registrazione del 1901.

negli stati dei maschi si manifestò una grande deficienza nei gruppi 15-34, dovuta certamente all'emigrazione. In quelli delle femmine, invece, si manifestò un grande eccesso per le età 20-30 e una deficienza oltre il 30° anno.

Mr. King attribuì queste variazioni anche alla migrazione, ritenendo che se erano dovute a false attribuzioni di età, come era stato detto, si sarebbe avuto un avallamento nella curva q_x per le età 20-30 ed un rigonfiamento per le età 30-40. Gli sembrò tuttavia

che questo argomento suffragasse la teoria della falsa
 suddivisione di età.

Nelle massima parte delle tavole esistenti per
 la mortalità delle femmine, nelle quali
 sono comprese tanto le donne maritate che quelle
 nubili, e nelle quali la età sui cui si può
 fare assegnamento e le vite non furono tutte
 soggette ad una recente selezione, per esempio
 la H^F e la O^F , vi era un valore massimo di
 9a circa all'età 25 con un minimo corrispon-
 dente nell'età 30.

Ne l'uno né l'altro di questi caratteri potere
 trovarsi nelle tavole di Mr. King, sebbene
 vi fosse stato da aspettarsi. Tale sarebbe
 stata più accentuata che in una tavola
 di vite assicurate.

Se si fosse avuto un passaggio dal gruppo
 30-40 al gruppo 20-30, esso avrebbe fatto
 ad appianare il massimo nell'età 20 ed il
 minimo nell'età 30 e non sembra quindi
 improbabile che un tale passaggio — dovuto
 presumibilmente a false suddivisioni di età —
 si verificasse.

L'eccesso nelle popolazioni registrate a circa
 l'età 65, tanto per i maschi che per le femmine, fu
 interessante in vista della legge sulle pensioni
 agli adulti, sebbene sarebbe difficile poter
 dire se quell'eccesso fu dovuto al fatto che
 la prospettiva di un vantaggio pecuniario avesse
 indotto a suddividere l'età vera, oppure

all'inesattezza delle età registrate nel 1911.
 Oltre a ciò fece impressione notare che l'eccesso
 era maggiore rispetto alle femmine.

Per quanto concerne gli stati di morte, egli, nell'os-
 servare certificati di morte inerenti a sinistri, aveva
 raramente incontrato qualche errore materiale
 nell'età, ma sarebbe interessante sapere se quella
 fu l'esperienza fatta per le grandi aziende insu-
 riali, poiché mostrerebbe fino a qual punto
 gli stati fossero attendibili.

Gli errori negli stati della popolazione sarebbero,
 probabilmente, molto minori se i censimenti
 fossero fatti più frequentemente, e, in vista
 dell'effetto importante di un tasso decrescente
 di morte sul costo di benefici di malattia, sembra-
 rebbe che la spesa extra da sostenersi per più fre-
 quenti registrazioni dovesse essere compensata ad
 usura.

Un altro punto messo in evidenza dalla maggior parte
 delle Relazioni sui censimenti fu che molte delle
 difficoltà, che non avrebbero altrimenti potuto essere
 spiegate così facilmente, furono attribuite alla mi-
 grazione. Sembra che non dovesse esservi alcuna
 difficoltà insormontabile nel tenere gli stati della
 migrazione. Tali stati non solo avrebbero valore
 di per sé stessi, ma aiuterebbero, materialmente,
 a risolvere la questione relativa alla distribu-
 zione dell'età vera della popolazione.

Per ottenere le popolazioni basse, ^(nuove) Mr. King aveva
 seguito il metodo usato per il censimento del 1901

dal defunto Mr. A. J. Waters.

Di subito, tuttavia, che quel metodo — che assumeva un tasso di aumento geometrico — fosse del tutto soddisfacente, poiché il tasso di aumento, preso per un lungo periodo, non era stato geometrico, ma aveva variato tra una progressione aritmetica ed una geometrica.

Andò questo spingere a desiderare censimenti più frequenti.

Per quanto concerne la graduatoria dei dati, Mr. King affermò che le variazioni ad età successive sembravano essere largamente conservate nelle cifre finali, poiché esse erano una caratteristica inerente, essendo il risultato di fluttuazioni nel tasso di nascita etc. Era tuttavia dubbio se queste variazioni fossero qualche cosa più che fluttuazioni accidentali poiché, come Mr. King ha dimostrato rispetto alle età infantili, qualora esistesse relazione tra le popolazioni registrate e le nascite e le morti attuali sembrava che si perdesse nei primi due anni di vita.

Il metodo di graduatoria adottato da Mr. King assumeva terze differenze costanti per le popolazioni raggruppate.

Se la curva della salute nazionale, secondo la quale le differenze non divenivano mai costanti, approssimava esattamente i fatti, allora parrebbe che il metodo di Mr. King introdurrebbe un errore, sebbene in pratica quell'errore fosse, probabilmente, di poca entità.

Dall'altro lato era da subitarsi se qualche forma

la matematica adatta fosse sufficiente per coprire i 'dati', si siano dall'età 20 alla fine della vita, e per dare effetto alle variazioni della curva ~~senza~~ ~~che~~ dovrebbe ~~poter~~ ~~trattenersi~~.

La differenza essenziale di opinione tra Mr. King e i suoi critici sembra che consistesse nelle maggiore o minore misura in cui quelle variazioni avrebbero dovuto essere mantenute.

Un punto che egli penso non essere stato forse apprezzato dai critici fu che Mr. King ebbe realmente dinanzi a sé due problemi distinti: uno che è quello di trovare la distribuzione dell'età attuale della popolazione al tempo della registrazione, l'altro di costruire una tavola di mortalità, e non fu necessario che lo stesso metodo fosse adoperato per ambedue i problemi.

Gli sembra che i critici, in effetto, fossero d'accordo nel ritenere che il metodo di salute nazionale non si prestasse per la soluzione del primo problema, poiché essi dovettero ridistribuire le morti — che erano, probabilmente, approssimativamente esatte — prima di graduarle.

Mr. King ottenne un valore centrale di I_x da tre valori di gruppo quinquennale e poi riempì i rimanenti valori mediante interpolazione di osculazione.

Con una lieve modificazione al metodo di Mr. King fu possibile ottenere i cinque valori centrali di I_x direttamente dai valori di gruppo, quando si trova — come doveva essere evidente, per la teoria sulla quale il metodo era fondato — che la somma di quei cinque valori era la stessa tanto per i valori graduati che

per quelli non graduati.

Questo spiega perché le copie di Mr. King seguivano i dati così da vicino e perché vi erano nelle curve tutte le caratteristiche accennate dal primo critico. Il metodo di Mr. King si basò molto sulla interpolazione.

Si scelse la interpolazione fu adottata, e perché i valori intermedi non potevano essere accertati, e perché l'ottenere i retti richiese troppo lavoro.

Nel caso in questione, né l'una né l'altra di quelle ragioni era valida, e sembrerebbe che l'unico motivo dell'interpolazione fosse che, adottandola, si veniva ad ottenere una curva più liscia (piana).

Mr. King avrebbe potuto ottenere i cinque valori centrali direttamente dai dati ed essi sarebbero attendibili tanto quanto il solo valore centrale usato come base della interpolazione.

Se detti cinque valori centrali erano esatti, allora non vi era bisogno dell'interpolazione coi suoi errori accessori.

Egli però che, ogniqualvolta fosse stato possibile, i valori finali avrebbero dovuto fondarsi direttamente sui dati e non ottenersi a mezzo dell'interpolazione da età scelte. A questo proposito fu notato che per le età 5 e 12, rispetto alle quali il valore di $9x$ dipendeva quasi interamente dall'interpolazione, le morti previste eccedevano del 7% quelle attuali. Sembrò a lui che il metodo di Mr. King e quello di Salute Nazionale avrebbero potuto forse combinarsi.

Mrs. King adottò una serie di curve di terza differenza e la formula di Salute Nazionale consisteva in una funzione di terza differenza ed inoltre di una progressione geometrica.

Non sarebbe quindi stato possibile usare la parte geometrica della formula di Salute Nazionale e aggiungerla al valore della misura T_x e poi graduare le cifre risultanti mediante un metodo di differenza finita, o mediante una modificazione del metodo di Mrs. King? L'effetto sarebbe stato lo stesso di quello del si sarebbe avuto usando il metodo di Salute Nazionale, con una graduatoria separata delle differenze tra cifre graduate e non graduate.

Il metodo suggerito era analogo a quello usato dal signor G. F. Hardy per le tavole del censimento Indiano, con l'eccezione però che in quel caso le differenze furono graduate graficamente.

Il dottor A. Newsholme disse che il soggetto della memoria interessò gravemente i medici ed in special modo quelli che si occupavano della sanità pubblica.

La relazione di Mrs. King fu uno dei più importanti documenti pubblicati dall'Ufficio Generale di Stato Civile (Anagrafe) e che sarebbe stato un dovere della sua carica, il richiamare in seguito l'attenzione sul medesimo e il fare quanto stava in lui affinché tutti gli uffizi sanitari avessero l'opportunità di studiare le importanti deduzioni che avrebbero potuto scarsi dalla tavola di vita.

Sebbene non tecnicamente competente per parlare dei dati e del metodo di costruzione delle tavole di vita, avrebbe voluto fare un'osservazione o due di carattere generale su quei due punti: la prima riguarda i dati. Egli ne prese occasione per congratularsi con l'Ufficio Generale di Stato Civile (Anagrafe) per la importantissima riforma introdotta nel 1911, senza la quale le tavole di vita locale, costruite da Mr. King, insieme con la Tavola Nazionale di Vita, sarebbero state in qualche modo sospette per ciò che riguarda l'esattezza dei dati.

In quell'anno l'Ufficio Generale di Anagrafe, con la cooperazione della locale Commissione Governativa, poté inaugurare un sistema più accurato di registrare nei loro propri distretti le morti di persone che morirono fuori della zona nella quale avvenivano precedentemente.

Anche prima si era avuta, in una misura un po' completa, qualche registrazione di morti negli stabilimenti, ma ora era possibile studiare i tassi di morte delle diverse zone quasi con la certezza che tutte le morti inerenti a quelle stesse zone vi si trovassero comprese.

Questo fatto rese possibile a Mr. King di avere dei dati esatti rispetto alle diverse zone locali di cui egli si era occupato.

Per quanto concerne il metodo di costruzione della tavola di vita, doveva confessare la sua delusione personale per il fatto che Mr. King aveva al-

abbandonato il solo metodo di costruzione che egli (l'oratore) conoscesse, cioè il metodo grafico, il quale — come Mr. King aveva dimostrato nella sua nota sulla costruzione della tavola di Carlisle — era non solo un metodo elegante, ma anche suscettibile di un grado elevato di esattezza. Al tempo stesso non dubitava che Mr. King avesse delle buone ragioni per non costruire le recenti tavole di vita col metodo grafico. Qualunque fosse il metodo adottato, era della massima importanza che i risultati di una tavola di vita fossero confrontabili con quelli di un'altra, e in quell'occasione egli si congratulò con Mr. King e con l'Ufficio Generale di Anagrafe per aver pubblicato i completi dettagli della costruzione delle tavole di vita, in modo da chiunque avesse desiderato controllarne i risultati avrebbe potuto farlo. Egli riteneva che nella Tavola Nazionale di Vita per gli anni 1891-90 venivano dati alcuni dei dettagli, ma non così largamente come in questa occasione. La importanza della pubblicazione di dettagli completi potrebbe vedersi riferendosi al caso della tavola 1881-1890. Quella tavola fu costruita con metodi che erano notevolmente più accurati di quelli usati dal Dottor Farr nella tavola di vita n. 3, ma nell'introdurre i metodi migliorati si era perduto un elemento di comparazione e il Dott. Hayward, in una sua memoria poco conosciuta, pubblicata nel "Journal of the Royal Statistical Society", si prese il disturbo di calcolare, con lo stesso metodo, le tavole nazionali di vita

per gli anni 1871-1880 e per gli anni 1881-1890. Le cifre ufficiali per gli anni 1881-1890 avevano provato che le previsioni di vita per i maschi erano più basse rispetto a tutte le età al di sopra di 45, di quelle date dalla tavola 1871-1880 e, fondandosi su questo, erano apparsi sui giornali di medicina ed anche su altri giornali degli scritti sulla degenerazione e sulla prossima decadenza della razza Britannica, simili a quelli che apparvero ad intervalli in relazione al basso differenziale di nascita, alla mortalità dei bambini e loro di seguito. Ma la infondatezza della ipotesi saltò fuori quando il Dott. Hayward poté provare, ricostruendo le sue tavole sulla stessa base, che la vita, ben lungi da quello che si era preveduto, anziché di crescere nelle età al di sopra dei 45 anni, era invece aumentata per consumo di sette età. All'età 45, per esempio, la previsione negli anni 1881-1890, confrontata con gli anni 1871-1880, fu maggiore di oltre 21 di un anno. Questo dimostra la grandissima importanza di pubblicare i metodi coi quali furono costruite le tavole di vita e di adottare, finché possibile, gli stessi metodi per le tavole successive, anzi egli vorrebbe chiedere in proposito a Mr. King se la sua tavola di vita tra 6 che si riferiva all'esperienza degli anni 1891-90 fu costruita con lo stesso metodo della tavola di vita per gli anni 1901-1910, poiché ciò potrebbe in qualche modo influire sulla possibilità di confrontare le sue tavole.

Passando dalla questione dei metodi a quella dei risultati, e funzioni più importanti, dal punto di vista della salute pubblica, erano le L_x , e_x e la funzione ora comunemente conosciuta come vita capitale che egli riteneva fosse stata dapprima introdotta nella Tavola di Vita di Manchester del Dott. Tatham, e l'una per l'intera comunità quello che la previsione di vita l'una rispetto all'individuo.

Mr. King si era riferito alle probabilità di vivere cinque e sedici anni riguardo alle diverse tavole di vita, ed egli domanderebbe in che modo quelle probabilità erano superiori — per gli scopi di confrontare una decade con l'altra — ai tassi quinquennali o decennali di morte ai corrispondenti periodi di età, che ogni ufficiale sanitario di una grande comunità, che rispettasse, dava ora, separatamente per i due sessi, nei suoi rapporti annuali.

Gli Ufficiali Sanitari, per loro distretti, ed il Capo dell'Ufficio Generale di Anagrafe, per l'intero paese, stabilivano il tasso di morte per ogni periodo di 5 anni fino a 25 e per ogni periodo di 10 anni in seguito. Non dava ciò tante indicazioni quante ne potevano fornire una tavola di vita mediante funzioni di $5p$ o di $10p$?

Concludendo, egli desiderava fare una proposta che sperava il Capo dell'Ufficio di Anagrafe avrebbe provato modo di accogliere.

Vorrebbe vedere tutte le Tavole Nazionali di Vita — compreso quella del Dottor Farr (1838-1854) — nuovamente calcolate su di una stessa base, e cc

lezioni delle tavole comparative di vita esposte in dett. taglio da qualche maestro della materia come Mr. King. Riteneva inoltre che il valore di una tale iniziativa sarebbe molto accresciuto se, in aggiunta, l'esperienza di vite scelte - quelle delle compagnie di assicurazione - fosse confrontata con quella delle tavole Nazionali di Vita.

Sapeva che l'Istituto aveva raccolto, a quel riguardo, delle indicazioni utilissime, e, se le due specie di indicazioni fossero state combinate su di una base comparabile, si sarebbe avuto un documento di grande importanza nazionale. Il Dott. T. H. G. Stevenson disse che interveniva non solo per se stesso, ma anche come rappresentante del suo superiore, Mr. Mallet, che avrebbe desiderato esser presente per esprimere il suo compiacimento per i servizi resi da Mr. King per ciò che riflette la graduatoria dei dati del censimento e la costruzione delle tavole di vita, ma che era invece dovuto partire per la Francia per affari affinenti alla guerra.

Quando fu dippiù discussa l'idea di invitare un membro della professione attuariale ad intraprendere il lavoro, il nome che si impose subito fu quello di Mr. King, per l'opera da lui pubblicata su tale materia. E sotto questo rispetto potrebbe essere interessante dire che quando egli (l'oratore) si trovava, circa cinque anni fa, in Washington per studiare i metodi di tabulazione colà usati nell'Ufficio del Censimento, si stava esaminando



la questione di costruire una tavola americana di vita per la registrazione dell'area degli Stati Uniti, e che la conclusione alla quale si arrivò fu che il metodo pubblicato da Mr. King era, nell'insieme, da raccomandarsi molto, dal punto di vista americano.

Desiderava richiamare l'attenzione sopra uno o due punti che lo avevano colpito nel leggere la memoria di Mr. King, poiché, in una certa misura, Mr. King aveva, indipendentemente, calcolato lo stesso fenomeno che era già stato percorso nell'Ufficio Generale di Anagrafe. Prima fra tutte mi fu la questione della migrazione contro la falsa maturazione di età da parte di donne giovani. Mi si avvicinava a quell'argomento con una forte prevenzione contro le donne.

Era stato ufficialmente detto nelle relazioni dell'Ufficio Generale di Anagrafe che le anomalie apparenti nei numeri registrati a certe età erano dovute a migrazioni di età inferiori a quelle effettive da parte di donne che desideravano rimanere nella ventina più di quanto dovevano, e ci si era ormai abituati a riconoscere quella come la vera ragione delle particolarità delle cifre. Ma fu fatta la proposta che accanto alle cifre dell'Inghilterra e del Galles venissero elencate quelle del Regno Unito nella loro totalità. Ciò fu, conseguentemente, fatto e, nella relazione sulla età del censimento - vol. VII pag. XXXIII -, si trovava un diagramma rappresentante due curve di distribuzione

di età: una per le femmine d'Inghilterra e del Galles, l'altra per le femmine del Regno Unito, e quello stessoogrammi mostrava che l'anomalia era molto minore per il Regno Unito che per l'Inghilterra ed il Galles soltanto.

Gli era sempre sembrato che quella fosse giustamente la prova più evidente in favore della sua origine — in gran parte almeno — dalla migrazione da altre regioni del Regno Unito, ed egli poteva soltanto affermare che nessun numero considerevole di lavoratori venivano dall'Irlanda e dalla Scozia come si sapeva invece che venivano dai distretti rurali a quelli urbani.

È stato dimostrato nello stesso volume dalle curve, rappresentanti la distribuzione dell'età nei distretti rurali e la distribuzione dell'età nei distretti urbani, in cui si poteva constatare che all'età ventica, dal punto di vista della migrazione — chiamando dai 15 ai 25 anni — la distribuzione in un caso era quasi esattamente l'opposto della distribuzione nell'altro, cioè i numeri sull'età 20 a 25 risultavano bassi nei distretti rurali ed alti per quelli urbani.

Un altro caso, nel quale l'Ufficio di Anagrafe aveva seguito la stessa via di Mr. King, si riferiva alle curve rappresentanti la mortalità con cifre non separate (grazie).

Nella Relazione Annuale del Capo dell'Ufficio Generale di Anagrafe, riferentesi al 1912, fu pubblicata una curva per ciascun sesso, rappresentante la mortalità anno per anno sulle pure e semplici.

ci espone del benvenuto e sui puri e semplici stati di morte, e la principale causa di interesse fu che la curva era molto più piana della curva del censimento, preso così come si trovava, o di quella delle morti non depurate ^(grazie). Mostrava che vi era tra le due curve un notevole parallelismo.

Gli stati di morte si presentavano assai meglio degli stati del benvenuto, poiché vi era un abbassamento nella mortalità a ciascun anno livellato di età da 30 in su, ma risultava poi molto chiaramente che, in ogni modo, fino a 30 la curva di mortalità risultava era veramente e meravigliosamente piana. Gli sembrava che quello dovesse considerarsi come un argomento che deponeva in favore degli stati delle età delle femmine in quel periodo di vita, poiché si poteva soltanto pensare, o che le statistiche ragioni tanto delle morti che della popolazione fossero esatte, o che ognuna fosse egualmente inesatta, e allora un tale parallelismo completo, come avrebbe richiesto l'ultima ipotesi, sembrava molto improbabile.

Desiderare inoltre dire che all'Ufficio Generale di Anagrafe erano pienamente d'accordo con Mr. King che quelle che si poteva pensare fossero delle volute e maggiori false distinzioni di età non avrebbero potuto essere corrette in una tavola del tipo di quella che Mr. King doveva preparare. La spiegazione di ciò si trovava nel fatto che con una simile Tavola Nazionale non sarebbe stato possibile che tutti la usassero nello stesso

molto.

Si riteneva comunemente che la discrepanza per la età in certe tabelle avrebbe dovuto correggersi, ma egli pensava che la differenza di opinione tra Mr. King e i suoi critici fosse una luminosa illustrazione delle difficoltà che si sarebbero incontrate se si fosse fatto uno sforzo per trasportare un certo numero di termini dalla vertice alla base.

Mr. King era del parere che nessuno di esse avrebbe dovuto essere trasportata, mentre i critici ritenevano che ne avrebbero dovute essere trasportate molte. Accertare tutti era impossibile e sembrava a lui che l'unico progetto attuabile, in un lavoro simile, fosse quello di lasciare tali errori come cosa da correggersi dai continuatori del lavoro stesso, necessariamente su linee divergenti; in armonia con le vedute che essi avrebbero avuto circa l'estensione ed anche circa l'esistenza degli errori medesimi.

Mrs. A. Henry affermò che, oltre alla popolazione molto disuguale delle nascite, vi erano altri fattori di perturbamento che influivano negli Stati del benessere: avrebbe potuto, per esempio, averci, in un dato anno, un tasso eccezionalmente forte di mortalità infantile, il che era quasi importante come se si fosse avuto un tasso di nascita eccezionalmente elevato.

Mr. King, nella sua curva graduata, attribuiva le oscillazioni principalmente alla migrazione e ai fattori di perturbamento ora accennati dall'oratore.

re.

Egli interrebbe, tuttavia, che le oscillazioni in quella curva non fossero necessariamente dovute alla migrazione. La formula usata per costruire la tavola era, in un certo senso, una formula di abbinzione. Era stato detto che nel metodo di abbinzione si riscontrava una tendenza inerente a riprodurre caratteri accidentali ed oscillazioni dei dati non graduati, ed egli era del parere che la formula di Mr. King si sforzasse molto per esagerare quella tendenza. I cinque termini (dati) centrali avevano una importanza 1.5 volte e mezzo maggiore degli altri 10. Nella nota formula di Mr. Spencer l'importanza attribuita ai cinque termini centrali era soltanto di 1.8 volte quella degli altri e, nella formula di Woolhouse, era di 3.8. Infatti la formula di Mr. King aveva una forza graduatoria molto piccola. Era una formula eccellente per distribuire quelle che Mr. King chiamava le sottrazioni errate minori, ma la sua potenzialità graduatoria, come tale, gli sembrava che fosse poca. Infatti, prendendo semplicemente un quinto dei valori del gruppo quinquennale, come valori delle ordinate centrali, si potevano ottenere quasi gli stessi risultati - fatta eccezione per le età vecchie - che si sarebbero avuti usando la formula di Mr. King, la quale tiene conto della seconda differenza.

Vi era ancora un altro punto sul quale gli sarebbe piaciuto richiamare l'attenzione:

nelle cifre date nella Tavola 6 per i valori delle secun-

le differenze delle popolazioni graduate, aveva notato che vi erano certi punti nei quali, o si verificava un massimo o un minimo e quei certi punti erano limitati alle prime ed ultime due età dei gruppi quinquennali; le età medie non erano rappresentate affatto ed egli osava affermare che questo provava quasi all'evidenza che le variazioni nelle seconde differenze non erano dovute alla migrazione, bensì alla formula.

Per quanto riguarda la questione di un'età costante invece l'uniformità, gli sembrava che se una curva passava semplicemente, per ondulazioni, da un punto all'altro non si poteva ritenere giustificati nel che necessariamente da quella curva era piana. Non si occupava del criterio che Mr. King proponeva di applicare in simili casi. Egli riteneva che la somma di alcune differenze — certamente la seconda e, probabilmente, la terza — sarebbe un criterio al passo al quale l'inclinazione della curva ed il raggio della curvatura, cambiavano.

Pensava che se il raggio della curvatura cambiava se molto rapidamente, ciò significava che la curva non era piana, considerandola puramente dal punto di vista delle gradienti ma delle statistiche attuariali.

Mr. T. G. Ackland disse che quando riceve la relazione di Mr. King, girava subito le cifre per i primi anni di vita, poiché si era

per qualche tempo occupato di investigazioni sulla mortalità dell'infanzia e della fanciullezza, un periodo di età che presentava molti punti difficili e sospetti al quale era molto desiderabile avere i più utili dati recenti ed esatti.

Era, per esempio, molto importante, dal punto di vista delle compagnie di assicurazione operanti, sapere quale fosse la vera mortalità del paese nei primi quindici anni di vita, nei distretti rurali, urbani e della città e nelle diverse zone geografiche dell'Inghilterra e del Galles.

Avrebbe sperato che Mr. King avrebbe potuto dare qualche utile indicazione sulla mortalità oltre questo periodo di età, ma appariva, dalla Relazione, che nelle prime età non si poteva tener conto dei risultati, come cosa del tutto attendibile, e lo stesso Mr. King non ne teneva conto.

Mr. King aveva dovuto fare delle considerazioni relative ai primi cinque anni di vita, poiché egli trovò delle notevoli e, presentemente, non spiegate anomalie fra i risultati dedotti dalle nascite e dalle morti e quelli dedotti dai censimenti e dagli stati di morte; ed egli aveva, certamente con accortezza, adottato soltanto i primi nel dedurre i tassi di mortalità nei primi cinque anni di vita. Questo lasciò qualche dubbio su quanto le cifre per quei cinque anni potevano essere tenute in conto come vera espressione della mortalità dell'infanzia.

Per i dieci anni di età che seguivano, cioè da 5 a 15, l'efface ed utile metodo di interpolazione per

oscillazione, adottato da Mr. King, non pote essere usato, poiché i suoi valori graduati servivano soltanto per le età 11 e 16.

Senza dubbio, Mr. King, dopo un esame molto accurato, aveva adottato il noto metodo di interpolazione di Lagrange, usando i valori per le età 4, 5, 11, 16 e 17 allo scopo di determinare quelli per le età 6-10 e 12-15.

Aveva, perciò, passato in effetto una curva del quarto ordine a traverso i fatti in quella regione di tavola.

Il tasso di mortalità tra le età 5 e 15 non poteva, tuttavia, essere rappresentato, né pure approssimativamente, da una curva del quarto ordine e risultava che il metodo aveva prodotto, per ambedue i sessi, una notevole deviazione nel gruppo di età da 4 a 8 ed una, molto meno sensibile, nel gruppo da 9 a 13. La differenza tra le morti attualizzate e le previste fu, per le vite dei maschi, di 1,096 su 22,345 morti attualizzati, ossia di circa il 5%, nel primo gruppo di età, e di 83 su 10,211 morti attualizzati, nel secondo gruppo, e, per le vite delle femmine, le cifre furono generalmente le stesse.

Mr. King, nella sua relazione, si riferì a queste deviazioni, ma disse che non avevano "alcuna importanza pratica".

Senza dubbio, non avevano infatti alcuna importanza pratica, se si considerava la tavola nel suo insieme, ma trattando, come egli aveva provato di fare e come dovrebbero fare tanti altri, le età dell'infanzia e della fanciullezza, gli sembrava che

la cosa avesse un valore considerevole.

Egli si sentiva, perciò, spinto a provare e a concepire un metodo, mediante il quale si potessero ridurre queste deviazioni.

Dopo alcuni vani tentativi, fatti con altri metodi, egli prese il valore dedotto da Mr. King all'età 1, dalla nascita e dalle morti, dal valore non graduato all'età 6 e dai valori come li aveva sistemati Mr. King alle età 11 e 16 e poi dedusse i valori intermedi alle età 7 e 10, mediante il metodo di interpolazione per osculazione.

Traffò poi egualmente i valori alle età 6, 11, 16 e 21 e ne dedusse valori sistemati tra le età 11 e 16.

La graduatoria risultante applicata al log. q_x per la Tavola di Vita n. 8, concernente i maschi e le femmine, da 6 a 16 inclusive, fu esposta nelle seguenti tavole, in cui è stato fatto anche un confronto annuale tra le morti attuali e quelle previste.

Le morti previste furono dedotte moltiplicando la popolazione stimata, a ciascuna età, per $m_x = \frac{29x}{2-4x}$.

La deviazione totale e la deviazione totale accumulata, sopra età da 6 a 16 inclusive, mostrata dalla graduatoria di Mr. King, fu, per le vite maschili, di +425 e di +3,876 e, per le vite femminili, di +257 e di +3,128, rispettivamente, essendo, la deviazione accumulata, positiva per ambedue i sessi a tutte le età di questo gruppo.

Poteva rilevarsi da i valori ottenuti col metodo da lui usato si accordavano assai intimamente coi fatti originali ed erano, a suo parere, del tutto superiori a quelli di

Mrs. King. Al tempo stesso però egli non metteva innanzi il suo metodo come se fosse assolutamente il migliore né come un'alternativa finale al metodo di Mrs. King, ma soltanto come uno sforzo per provare a decidere, con un grado maggiore di esattezza, la importantissima progressione del tasso di mortalità sulle età dell'infanzia e della fanciullezza. Il Dott. E. C. Snow disse che aveva avuto occasione di fare delle indagini accurate concernenti le uspe per le donne giovani, di età tra i 20 ed i 25 anni, allo scopo di provarsi ad accertare se l'indulgenza nella curve di età per l'Inghilterra e per il Galles fosse interamente dovuta ad un'errata scelta di ragione di età o potesse invece spiegarsi con l'immigrazione delle femmine.

Confrontando il numero delle femmine viventi di età 20-25, nel 1911, col numero ^{di femmine} di età 10-15, nel 1901, trovò per l'intera parte dell'Impero Britannico, retta a governo autonomo — tra il quale aggregato ed il resto del mondo si verificava probabilmente pochissima migrazione di donne giovani — che il primo numero superava il secondo di circa il 2 per cento. Per l'Inghilterra ed il Galles, la cifra corrispondente era di circa il 3 per cento. Per l'Impero Germanico non si verificava invece alcun aumento. La conseguenza che se ne derivò fu che la sottostrazione errata di età da parte di donne giovani fosse più accentuata in Inghilterra e nel Galles che nel resto dell'Impero od altrove, oppure che vi fosse qualche speciale attrazione per l'immigrazione delle donne giovani.

in Inghilterra e nel Galles, della qual cosa Mr. King
aveva dato qualche spiegazione.

Quanto alla costruzione di una tavola di funzioni di vita,
per il primo anno di esistenza, proporrè che l'ufficiale
sanitario avesse, nei suoi vari uffici, tutto il materiale
che potesse metterlo in grado di giudicare la proba-
bilità di vivere un anno dal giorno della nascita.
Nel caso, per esempio, della decade 1901-1911, aveva
le nascite e le morti al di sotto di un anno di età,
per dieci anni, e la proporzione di queste gli darebbe
anzi esattamente la probabilità di vivere un anno
dalla nascita. Il solo ostacolo per ottenere una misura
esatta si ebbe perché alcune delle nascite si venivano
prima del censimento del 1901, e perciò sarebbe meglio
misurare le nascite sei mesi prima di un censimento
fino a sei mesi prima di quello successivo. Tuttavia,
ciò costituiva una piccola differenza - secondo lui si
circa $\cdot 0002$ - nella probabilità di vivere un anno.
La differenza fra il valore di p , ottenuto col metodo
da lui proposto, ed il valore ottenuto col metodo di
Mr. King, ammontava a $\cdot 004$, o a venti volte
tanto. Tale differenza avrebbe un effetto apprezzabi-
le sulla previsione di vita. Riteneva, infatti, che
le tavole di Mr. King abbassassero la previsione di
vita alla nascita.

Questo punto era di una importanza grandissima
ed era certo che la Somerset House sarebbe stata
molto grata se gli attuari avessero prestata l'opera
loro per chiarire la questione.

Mr. S. J. Gunningham disse che Mr. King si era occu-

giunto molto seriamente della questione relativa alla causa delle popolazioni apparentemente eccessive registrate alle età più giovani. Nel suo Diagramma 3, egli dava tanto i valori quotati che non graduati di m_x e, in questi ultimi, poteva rilevare che dove la linea maschile si abbassava o si alzava, altrettanto faceva la linea femminile, eccettuati alle età in discussione, cioè da 19 a 25 o 26, dove si vedeva che le due curve procedevano in direzioni opposte.

Da che cosa dipendeva questo? Nella prima parte del Volume VII della Relazione dell'Ufficio Generale di Anagrafe, che precede il rapporto di Sir King sulla graduazione delle età, era dimostrato che fino all'età 26 o 27 non si manifestava veramente alcuna seria preferenza da parte della popolazione maschile per misure anti-formi di vita. Tuttavia, dopo quell'età, si aveva una preferenza.

Come si aveva invece veramente una preferenza certa per misure di età, allora tanto le curve maschili che quelle femminili mostravano irregolarità simili; ma sotto questo vi era una differenza. Egli inteneva che la differenza fosse dovuta alla tendenza nelle femmine di dichiarare un'età inferiore a quella effettiva.

Una difficoltà per spiegare i fatti con la migrazione veniva incontrata, perché, mentre si supponeva che i distretti urbani dovessero il loro eccesso di femmine a quelli rurali, i diagrammi della prima parte del volume VII della Relazione sul censimento mostravano invece che l'esodo dai distretti rurali incominciava

almeno 5 anni prima dell'afflusso ai distretti urbani. Egli perciò era del parere che fino a quando non si fossero potute ottenere le cifre attuali per la migrazione, con le età, non sarebbe stato possibile stabilire definitivamente che una causa esisteva ad esclusione dell'altra.

Nei paragrafi che vanno dal 31 al 41 della sua Relazione, Mr. King tenta di stimare quale progresso di fertilità si era verificato nelle dichiarazioni di età nel 1911 confrontate con quelle del 1901.

Egli afferma che una persona di 40 anni che dichiara di averne 30 avrebbe dato luogo a due deviazioni dei risultati graduati di quelli non graduati, cioè una deviazione positiva a 30 ed una negativa a 40 e, sulla base di quel principio, procede a confrontare le dichiarazioni errate per le popolazioni campione del 1901 e 1911, prendendo un mezzo (una metà) delle deviazioni totali in ciascun caso. Però, furono le popolazioni campione per il 1901 e per il 1911 graduate con gli stessi metodi? Tutto dipendeva dalla graduatoria. Se si fosse adottata una forma più rigida di graduatoria, vi sarebbe un maggior numero di deviazioni. Supposto che il metodo sia esatto, egli lo applicherebbe ai risultati graduati di Mr. King, sia per i maschi che per le femmine, per il totale e per le tre divisioni, a seconda della condizione coniugale, dai quattordici anni in su. Tutte queste quattro tavole furono graduate con lo stesso metodo.

Le deviazioni per le tre distribuzioni, una volta sommate, dovrebbero arrivare alle deviazioni nel totale (essendo le popolazioni totali graduate separate in modo da corrispondere) ma ciò non si verificava.

Per maschi le deviazioni nella curva totale erano di circa 8000, mentre le deviazioni delle tre distribuzioni arrivavano a 14.000. Per le femmine, le cifre erano simili, cioè 8000 e 10.000.

Sembrò che questo facesse molto dubitare del metodo di Mr. King per generare il miglioramento nell'esattezza delle osservazioni di età.

Mr. King si riferì al fatto che nel diagramma 2 - Journal of the Institute of Actuaries, volume XLVIII, pag. 210 - la prima differenza per l'età 29 era posta un po' troppo in alto e che, se fosse abbassata al valore come dato nella tavola, vi sarebbe una piega nella curva.

Riguardo alla questione della uniformità, Mr. King disse che una curva della forma di una S, che era del tutto piana, darebbe delle variazioni straordinarie nelle prime differenze. Ma la curva $y = a \sin (bx+c)$, che rappresentava una successione continua di lettere S, aveva una prima differenza che non poteva dirsi straordinaria, essendo semplicemente un'altra (sine) curva, ma con un massimo ed un'epoca diversi.

Anche alla curva nel primo articolo, con la quale si mostrava la ripartizione della popolazione per certe misure di età, ritenere che Mr. King avesse, forse, appena apprezzato quale fosse l'intenzione dell'autore dell'articolo stesso.

Supposto che si avesse una tavola di Popolazione perfettamente piana, età per età, senza alcuna preferenza né sbalzi e che i numeri fossero congiunti insieme per età 10, 20 etc, 11, 21 etc e via di seguito, questi, una volta uniti, darebbero una curva gradualmente discendente con contorno convesso all'orizzontale, e qualunque distacco da quella, a qualunque misura, dimostrerebbe che vi era una preferenza per quella misura.

Nella ^{mia} seconda edizione del metodo del critico, Mr. King aveva preso le cifre del critico stesso per le unità terminanti in 0 fino a 8, ma invece di partirsi da 19, per la misura 9, egli partì da 9 e ne fece il suo comune denominatore per ricavare le proporzioni. Il solo effetto di ciò fu quello di rendere le inclinazioni leggermente diverse e di farle fuori (come un'evidenza) il susseguirsi delle età. Il fatto che Mr. King trovò una preferenza per la misura 9 provava che egli non aveva seguito il metodo del critico.

Mr. King allora si valse di quella critica per offrire un metodo più corretto di stimare l'effetto della preferenza. Dove però ricordarsi che, quando fu scritto il primo articolo, le cifre non graduate erano le sole di cui si poteva valere; non vi era alcuna cifra graduata e le prime valevano quel che potevano. Si avevano le cifre tutte e si desiderava vedere se contenessero qualche irregolarità rilevante, e ciò poteva soltanto farsi in una certa misura, quantitativamente. non si proponeva, nel primo arti-

colo, da le cifre dovessero usarsi quantitativamente, considerando il diagramma come se mostrasse la natura della irregolarità più che la sua esatta. Sir Alfred Watson, chiudendo la discussione, disse che erano suoi i principali argomenti trattati da Mr. King; le statistiche della popolazione e le tavole nazionali di vita.

Riteneva che Mr. King si fosse preoccupato, più di quel che le circostanze richiedevano, per conciliare i suoi argomenti e che non era affatto necessario, per lui che aveva graduato la colonna della popolazione con un determinato scopo, usare lo stesso procedimento per graduare la tavola di vita.

Per quanto concerne la curva di popolazione, conveniva con Mr. King che il metodo da lui adottato procurava, a seconda che le circostanze del caso lo permettessero, un giusto raggruppamento della popolazione con riferimento all'età.

Conveniva inoltre con Mr. Henry quanto affermò che Mr. King avrebbe potuto quasi adottare l'ordinata centrale di ciascun gruppo come il valore graduato, poiché il valore che egli aveva ottenuto differiva soltanto molto lievemente da quel valore centrale, come non poteva del resto essere diversamente in vista del carattere delle statistiche.

Quando Mr. King, avendo ottenuto i suoi valori "quinari", vi interpolò una curva piana snuggiante, produsse qualche cosa che certamente rappresentava una graduazione migliore di quella che mostrerebbe la popolazione

registrata, se i fatti reali fossero posti in evidenza.
 Osservando le statistiche pubblicate dal capo dell'ufficio generale di Anagrafe per molti anni addietro, si vedrebbe una straordinaria variazione nel numero delle nascite da anno ad anno, e si troverebbe che quella variazione sarebbe riprodotta, e, con un semplice processo di interpolazione, si passasse dai numeri registrati negli anni legali ai numeri stimati come nati negli anni iniziati col 1° Aprile, con cui si potevano confrontare i numeri sopravvissuti all'epoca di un censimento fatto al principio di Aprile o circa, al principio di Aprile.

Non potersi comprendere come quelle variazioni nei numeri nati da anno ad anno potessero non avere una ripercussione nei numeri registrati ad età successive nel censimento, qualora venissero sempre date delle indicazioni esatte.

Egli credeva, leggendo i rapporti ufficiali, ~~che Mr. King~~ che Mr. King fosse dell'opinione che i numeri registrati dovrebbero formare una curva perfettamente piana, mentre egli era del parere che, se fosse possibile riprodurre le cifre attuali come devono essere, si otterrebbe una linea molto irregolare e non una curva che procedesse in moto liscio e piano. Fiorava però, da quanto esposto da Mr. King nella sua presente nota, che quella non era la sua veduta, e che egli era invece del parere che vi fossero differenze che avrebbero dovuto giustamente restare, ma che, in fatto, venivano rimosse dalla graduazione.

Stando così le cose, si trovava un po' imbarazzato a convenire sulla affermazione di Mr. King, nella sua prima relazione, che la graduazione avesse rimodificato distribuzioni errate di età rappresentanti 1.7 per cento sui numeri registrati, essendo questa infatti la percentuale portata dal numero basso (anche medio) di deviazioni sui numeri totali sotto graduazione.

Gli sembrava che se la graduazione stava avere introdotto altri errori che non esistevano nei fatti naturali, la differenza tra i numeri come graduati ed i numeri come prima registrati non rappresentava niente che avesse un carattere concreto, come la misura alla quale la graduatoria aveva ridotto gli errori presunti nelle età registrate.

Considerato però che Mr. King era evidentemente giunto a quella conclusione, confidava che lo avrebbe suscitato per essersi accorto soltanto così tardi che egli conveniva che le cifre, qualora esse fossero state l'efficienza del censimento perfettamente in ordine, rappresenterebbero piuttosto il taglio di una sega che la linea di una curva esattamente graduata.

Desiderava inoltre esprimere il suo parere sulla tanto discussa questione delle distribuzioni errate di età in contrapposto con la migrazione la caratteristica sulla quale veniva richiamata l'attenzione sulle riviste si era presentata in ogni censimento dal 1851 in poi.

Di recente, alla Royal Statistical Society, il Dott. Snow lesse una memoria molto interessante,

in cui presentava un diagramma, dimostrante che fra le donne, durante questo lungo periodo, la popolazione alle età da 20 a 25 era stata invariabilmente tanta quanta, o forse di più che la popolazione alle età da 10 a 15, dieci anni prima. Se, perciò, l'idea che le donne facessero delle dichiarazioni errate d'età era una superstizione, aveva per lo meno acquistata la rispettabilità degli anni e non credeva che si sarebbe dovuto abbandonarla, senza qualche prova della sua infondatezza, maggiore di quella di cui si disponeva presentemente.

Nel secondo articolo (Journal. I. A. Vol. XLIX pag. 100) vi era una tavola la quale dava il numero delle persone che si prevedeva sarebbero state in vita al presente censimento, giudicandolo dal numero vivente alle età dieci anni prima al censimento precedente, e ciò mostrava che il numero attuale delle donne sopravvissute era, in una eguaglianza di eccessi e di difetti, di circa 140.000 superiore al numero che si prevedeva sarebbe sopravvissuto. Sembra che quindi in qualche modo la popolazione femminile avesse perduto, negli ultimi dieci anni, 140.000 e non riusciva a recuperare come la popolazione al di sotto di 30 avesse realmente avuto un incremento netto di 90.000, mentre al di sopra di 30 avesse sofferto un efflusso netto di circa 230.000. Gli pareva che ciò che si prevedeva sarebbe avvenuto nei riguardi dell'emigrazione si era probabilmente verificato, cioè che le donne che avevano abbandonato il loro paese lo avevano fatto sopra-

tutto nelle prime età adulte e non nelle età me-
die e nel declinare della vita. Vi era infatti
un'emigrazione di donne che era espressa da una di-
minuzione di popolazione, nell'ultimo decennio, di
circa 140.000 e, inoltre, che alle età giovani,
alle quali quella diminuzione giungeva al suo
massimo, veniva ad essere completamente
coperta dalle sottrazioni errate di età di una sezione
delle donne che furono registrate.

Non pensava che il fenomeno delle sottrazioni
errate di età fosse limitato alle donne giovani;
riteneva piuttosto che continuasse fino all'avvicinarsi
dell'età della pensione, cioè fino a quando si
presentavano delle altre considerazioni.

Risultava chiaramente che tra giovanette dai 10
ai 15 anni, nel censimento del 1901, vi potevano
essere soltanto poche sottrazioni errate di età.
La differenza tra i numeri sopravvissuti e quelli
che si prevedeva sopravvissessero alle età da 20
a 25 era quindi molto significativa, ed il fatto,
che ognuno ammetterebbe, che la migrazione
dai distretti rurali agli urbani presentava
molte particolarità nelle tavole a sezioni, non
gli sembrava che potesse spiegare o che avere una
qualche influenza su tale differenza.

Riguardo agli uomini, la migrazione era del tutto
diversa, ed egli si sentiva disposto ad accettare
le proposte di Mr. King relative alle categorie
degli immigranti che l'esercizio di un po' di
immaginazione avrebbe scoperto.

Ma, come constatazione di fatto, anziché esservi per gli uomini, alle età giovani, qualche indicazione di età inferiore all'effettiva, si verificava ^{invece} una forte diminuzione in confronto ai numeri che si era preveduto sopravvissuto-
riscontrando che la speranza arrivava al suo massimo alle età tra 20 e 30. Questo fenomeno dell'età breve [mortalità precoce]

(rappresentata in tutto da circa 250.000) sarebbe stato notevolmente maggiore se non fossero tornati in patria gli uomini che, quando si faceva il Censimento del 1901, stavano con battenti nel Sud Africa.

Il Dott. Snow rimase evidentemente così impressionato da quella caratteristica del Censimento del 1901 da, per tenerne conto, aggiustò elaboratamente tutte le sue cifre relative alla sopravvivenza al 1911. Come era stato accennato, quello era un punto che avrebbe probabilmente avuto influenza sugli esposti a rischio, ma non sapeva se Mr. King commercerebbe che ^{esso} avesse tanta importanza da influire sul tasso di mortalità, tra alle età da circa 25 a 35.

Lo stesso non affermava che quel punto avesse molta importanza, ma riteneva che risultasse chiaro che il numero calcolato degli esposti a rischio a queste età, nei dieci anni, era stato sufficientemente elevato, togliendo via dalla popolazione, nel 1901, gli uomini che a quell'epoca si trovavano nel Sud Africa e che rimpatriarono nel 1902 o nel 1903. Mr. King si era espresso molto vigorosamente riguardo a quello che veniva chiamato il metodo di graduazione di assicurazione sulla salute nazionale.

Sperava sinceramente che lo schema di assicurazione Nazionale non sarebbe stato identificato con un metodo di graduazione e, per di più, con uno per il quale i professionisti consulenti fissi del Dipartimento Nazionale delle Assicurazioni non avevano diritto di farsi merito.

Il metodo fu escogitato dal defunto Sir George Hardy, e la questione della sua adattabilità in un dato caso deve essere largamente determinata dalle circostanze e dal modo in cui fu proposto di applicarlo per servire a condizioni speciali.

Nella formazione della Tavola Nazionale di assicurazione di salute il metodo fu applicato in due modi diversi; nel caso degli uomini, una sola curva fu adattata, mentre per le donne le morti furono trattate, dapprima con la formula ordinaria, e poi vi fu posta una curva supplementare.

Non vi era un metodo definito, non elastico, mediante il quale la formula dovesse applicarsi, e non si poteva quindi giustamente criticarlo col pretesto che esso non si riferiva a questa o a quella caratteristica delle statistiche non graduate.

La formula non implicava certamente alcuna teoria definita relativa alla legge di mortalità. Era un metodo mediante il quale si faceva passare una curva piana a traverso alcune statistiche e che si poteva applicare in modo che desse l'approssimazione più conveniente alle realtà che sembrava si nascondessero sotto le statistiche grezze.

non si doveva ammettere una speciale importanza al metodo col quale il piano era stato applicato dal Comitato Annuale di Borsari che dare pareri sulla parte finanziaria dell'Amministrazione Nazionale di Salute.

Ma se ora si considerava era la graduazione di una grande Tavola Nazionale di Vita e quella graduazione era forse a se stessa. Nel caso della Tavola Nazionale di Vita, la graduazione e, invero, la Tavola di Vita, rappresentavano soltanto delle tappe verso uno scopo molto più elevato. Il fatto che i responsabili in quel caso provano un certo indegnità relativamente alle preparazioni delle Tavole di Vita non voleva dire che essi avessero abbandonato un sistema di lavoro che dichiaravano di accettare in tutti, o in tutti gli altri casi.

Credere che fosse perfettamente giustificabile, allo stato attuale delle nostre cognizioni delle Statistiche Nazionali di Vita, il rappresentare le tavole di vita mediante curve di un carattere generale, fondate su formule matematiche astratte, ritenendo che facendo così, quando il lavoro fosse eseguito con abilità e con cura, avrebbero ottenuto risultati buoni tanto quanto i dati lo avessero consentito.

Mentre questo era il suo parere, cioè non diminuiva affatto la sua ammirazione per la coltura racchiusa nelle relazioni di Mr. King e nei risultati pratici dei suoi lavori, rappresentati

dalla nuova Tavola Nazionale di Vita.
 Il Presidente propose un voto di ringraziamento che viene approvato all'unanimità.
 Mr. King, in risposta, disse che aveva trovato molto interessanti le osservazioni alla fine del discorso di Mr. Rowland, relative ai possibili miglioramenti nell'applicazione del metodo per dedurre delle tavole di mortalità dagli Stati del censimento. Sperava che Mr. Rowland avrebbe trattato l'argomento in modo più ampio, poiché era desiderabile avere il miglior metodo che potesse presentarsi, e non importava a lui che detto metodo mettesse da parte il suo o no.
 Mr. Rowland parlò di una terza differenza costante. Vorrebbe però ricordargli che fu una terza differenza quella che fu cambiata ad ogni punto quinquennale, in modo da formare un congiungimento piano. Non vi fu infatti alcuna intenzione di avere per tutta la tavola una terza differenza costante.
 Il Dottor Newsholme aveva chiesto quale vantaggio vi fosse prendendo la probabilità di vivere cinque o dieci anni, anziché il tasso centrale medio di morte. Comprendeva che il Dottor Newsholme intendeva per tasso centrale di morte la proporzione ottenuta dividendo le morti in qualche particolare periodo di età per le popolazioni registrate nello stesso periodo di età.
 Prendendo dalla tavola di vita la probabilità di vivere cinque o dieci anni, non vi era né confusione, né errore, ma prendendo il tasso medio di vita, nel modo in cui egli comprendeva che veniva considerato,

si verificava un errore e quell'errore non sarebbe lo stesso nei vari tipi di Stabilitate: Dipendere dai numeri alle varie età nel particolare periodo di età. Prendendo una popolazione, era possibile ottenere un numero più grande nelle prime parti del periodo di età ed uno più piccolo nelle parti successive, e, se ciò si fosse riportato ad un'altra popolazione, non avrebbe potuto ottenersi alcun confronto giusto. Comunque che prendendo piccoli periodi di età non si sarebbe avuta una grandissima differenza, tuttavia vi era un errore che poteva evitarsi, prendendo la probabilità di vivere cinque o dieci anni da una tavola di vita.

Quanto alla Tavola Inglese di Vita No. 6, essa, fu, per i maschi, ricalcolata da lui stesso, praticamente con metodi identici a quelli adottati per le tavole No. 7 e 8, fatta eccezione per la fine della tavola, alle età vecchie da 95 anni in su.

Un nuovo calcolo simile fu fatto, per le femmine, da Mr. Heyman Murr. Conseguentemente la tavola No. 6, che fu usata per il confronto, venne costruita nello stesso modo delle Tavole No. 7 e 8. Il dottor Newsholme osservava che egli (Mr. King) non aveva abbandonato del tutto il metodo greco: esso fu usato, nel graduare le popolazioni, per le età fino ai 14 anni.

La ragione più importante per la quale non gli riusciva gradito, era che non ne poteva fare un vero uso, poiché non gli era dato provare tutto ciò che voleva! nello stesso modo, avrebbe desiderato

So se qualcuno farebbe una gradazione grafica delle morti, delle nozze e delle vedove, separatamente, in modo di avere per esse delle buone curve, ed ottenere a ciascuna età, sommandole, la popolazione esatta per il totale delle femmine, gradate egualmente.

M. Achland aveva fatto noto un miglioramento, che egli (Mr. King) accoglieva cordialmente, in quella che potrebbero chiamarsi le età giovanili nella costruzione delle Tavole di vita. Si sarebbe notato come egli, nella sua Relazione, disse che, per quelle età, il suo metodo non era del tutto soddisfacente. Riteneva, dalle cifre date da Mr. Achland, che, col suo metodo, veniva ad esser corretta la piccola divergenza in quella parte della tavola, in modo che, prendendo la tavola nel suo insieme, si riscontrava pochissima differenza fra le morti previste e le morti attuali. Questo era un risultato che non poteva a meno di essere soddisfacente.

Sperava di essere servito, ricordando a Mr. Watson che non fu lui (Mr. King) che aveva creato l'espressione "metodo di Salute Nazionale", poiché quell'espressione aveva presa dai critici.

Non discuteva affatto la tavola Nazionale di Salute, che era ottima: diceva soltanto che, quando uno provasse di applicare lo stesso metodo ad un gran numero di tavole che dovevano collegarsi, non riteneva che la tavola suddetta avrebbe servito.

Il Dott. W. F. Sheppard che si trovava presente all'adunanza, senza potere però prendere parte alla discussione, invia i seguenti commenti; nel paragrafo 6 della Relazione sulla Gran Bretagna delle età, Mr. King si riferisce ai suoi "valori gradati quadrangolari", come un mezzo "di interpolare i numeri per le età interposte, in modo da creare una tavola di popolazioni, prima, età per età, dalla quale fossero stati eliminati, il più possibile, gli errori nelle deduzioni di età fatte dalle persone registrate".

Ciò sembra che metta innanzi due scopi che sono non solo diversi, ma incompatibili.

Quanto vi sono dei dati come quelli di una tavola di popolazione per età, si hanno due possibilità: o le cifre sono esatte o non lo sono. Il semplice fatto che i valori non procedono con la regolarità di una tavola matematica non prova che le cifre sono inesatte. Anche supponendo (per evitare complicazioni) che i numeri delle nascite negli anni successivi siano stati uguali, e che abbiano ad ogni modo proceduto secondo qualche legge regolare, vi saranno state delle variazioni nella mortalità che saranno causa di irregolarità o di "errori" (distinti dai semplici sbagli) nei numeri dei sopravvissuti (le accidentali detrazioni operate di età, alle quali Mr. King si riferisce nel paragrafo 28*, possono esser comprese in quest'ultima).

* Mr. King dice che, quando si tratti di grandi numeri, questi errori tendono a neutralizzarsi l'uno con l'altro. Ciò, naturalmente, è vero soltanto relativamente. In via assoluta, l'errore netto aumenta con l'aumentare dei numeri totali.

Quindi le cifre esatte presenteranno delle irregolarità.
Al contrario, se un certo processo dà una tavola
più o meno, possiamo esser sicuri che rappresenta
i fatti.

Si può tuttavia applicare ai fatti un metodo
di graduazione per ottenere una tavola che
mostri quali si sarebbe potute aspettare che
fossero le cifre, se le irregolarità accidentali
della morte etc. non fossero esistite.

Quando le cifre date non sono esatte, due sono le
soluzioni che si presentano: una è quella di provare
ad ottenere i valori più probabili delle cifre esatte,
l'altra di provare ad ottenere una tavola del tipo
descritto qui sopra.

Non risulta chiaro a quale delle due soluzioni miri
Mr. King e quindi è appena possibile criticare il
suo metodo nel suo complesso.

Però tuttavia direi che i così detti "valori quinquenni
medi graduati", non si ottengono affatto, in senso ordi-
nario, con la graduazione, ma con la interpolazione.
Indicando con T_x la popolazione totale maschile regi-
strata come di età x e oltre, Mr. King, per
ragioni molto plausibili, respinge tutti i T eccettuati
di $T_4, T_9, T_{14}, \dots, T$ conservati formano
una tavola come quella seguente: (pag. 345).

Da questa tavola, supposto che le differenze dei
(veri) T , al disopra della terza, siano trascurabili,
potremmo ottenere, mediante interpolazione di
differenza centrale (usando la formula e.g. di Everett)
una tavola ad intervalli di un anno.

Tale tavola sarebbe la seguente: (pugi 346).

Le prime differenze, stampate a caratteri più forti, rappresentano i valori di M_x (= numero di età x) adottati da Mr. King, essendo gli altri da lui rigettati.

Da questi valori scelti di uso, ottenuti partendo dal principio che le differenze dei T al di sopra della 3^a — cioè differenze degli M al di sopra della 2^a — sono trascurabili, Mr. King ottiene i suoi rimanenti valori mediante interpolazione per osculazione. La formula da lui usata è esatta alle seconde differenze, in modo che il suo uso si accorda col principio più susposto. Però l'investigazione non appena può considerarsi completa fino a che siano state saggiate le tavole, onde vedere se il principio stesso è solido.

La tavola in questo modo procede dall'età 16 all'età corrispondente all'altro estremo — apparentemente 96.

Mr. King poi estende la tavola stessa indietro fino all'età di 14 anni, mediante la formula ordinaria della terza differenza, servendosi di M_{18} , M_{17} , M_{16} e M_{11} ; ma non viene spiegato perché terza differenze, che precedentemente sono state trascurate, sono ora invece considerate, né perché questo processo di interpolazione tra M_{16} e M_{11} non viene usato per trovare M_{15} e M_{12} come lo si usa per trovare M_{15} e M_{14} .

Per quanto concerne il secondo punto, sembrerebbe che, in ogni caso, l'accordo coi dati originali, per manchi, fosse migliore, permanendo, come fa

Mrs. King, all'età 14.

Perché la interpolazione per osculazione ha luogo sugli u e non sui T , la somma sugli u è alterata, in modo che viene ad esservi una discrepanza tra il totale registrato e il totale calcolato.

Il primo totale, per le età da 16 a 96, è 11 580 181 ed il secondo (supponendo che l' u_{96} calcolato sia quello mostrato nella tavola*) è 11 573 286, in modo che il metodo ne lascia fuori 6 845.

Se noi ora congiungiamo i valori di u_{14} (= 353 159), u_{16} , u_{17} e u_{18} con una curva di questo terzo grado, abbiamo i seguenti risultati: (pag. 547).

Si vedrà che se entriamo i valori così calcolati per u_{15} ed u_{14} , otteniamo un surplus di 7 054, il quale controbilancia la perdita di 6 845, lasciando un avanzo netto di 209.

Questa leggera discrepanza è apparentemente superata togliendo via 123 dalle età al di sotto dei 14 anni e 86 dalle età di 97 anni in poi.

Osservazioni aggiunte di Mrs. King

La discussione sulla memoria continua fino a tardi e, quando ebbe termine, non mi rimase tempo che per fare alcune brevi osservazioni. Sono quindi grato agli Editori del Journal per avermi permesso di completare ciò che dissi allora.

* È una sfortuna che i registrati alle età di 100 ed oltre siano dati soltanto in massa.

La caratteristica più notevole della Circonvenzione, se una circoscrizione può chiamarsi una caratteristica notevole, fu l'assoluto silenzio di tutti gli oratori, eccettuato il Dott. Stevenson, sulla questione dei principi che, come si era stabilito, dovevano tenersi presenti nel preparare le Tavole Nazionali di Vita.

Tutti i principi furono ampiamente esposti nella prima parte "Introduzione", della mia Relazione sulle Tavole di Vita e vennero ripetuti nella mia memoria, ma può essere utile enunciarli ancora una volta.

Fu stabilito che "era desiderabile che fosse adottato un metodo, semplice in teoria, facile di applicazione e che producesse delle curve di graduazione piana e curve che aderissero strettamente ai dati originali".

È ancora;

"nel costruire le presenti Tavole di Vita non si è tentato alcuna correzione per toglier via possibili involontarie giunte errate di età. È stata assunta una posizione non obliqua ed è stato fatto uno sforzo per costruirle le tavole, assolutamente in conformità coi fatti, tal quali come risultavano registrati, e per ciò scopo a chi si occupava della materia di fare ulteriori investigazioni che, a loro parere, fossero ritenute necessarie".

Come tutti qui sopra, il Dott. Stevenson, Superintendente delle Statistiche a Somerset House, fu il solo fra tutti gli oratori che si riferì a questi principi

cipii e de li' appoggio.

Era lecito ad ogni critico, sia come archeologo, sia come oratore nella discussione, di far cenno alla questione della proprietà di porre tali principii e di enunciare ne altri che avrebbero potuto seguirvi; ma nessuno lo fece e quindi, a giudicare da questa omissione, deve concludersi che generalmente si ammette che il criterio seguito è quello esatto.

Se deriva che le critiche della Relazione sulle tavole di Vita e sulla mia memoria sono, in gran parte, fuori luogo, sebbene fossero sollevate molte questioni interessanti che sono degne di discussione e di ricerche; ed io spero, come ho detto più di una volta, che qualcuno dei nostri membri più giovani prenda in esame il caso e presenti delle memorie apprezzabili da leggersi nell' Istituto. La questione più interessante e più importante de' nome in discussione fu quella delle più notevoli dichiarazioni errate di età, che io chiamai "errori deliberati maggiori", e che altri invece chiamarono "errori sistematici".

Si ricorderà che io non nego l'esistenza di tali errori, che anzi ammetto senza riserve, ma si ricorderà anche come io sia dell'opinione che essi, fino all'età vecchia, non influiscono in modo notevole sulle tavole di mortalità.

Questa però non fu la mia opinione originale, poiché quando incominciai l'investigazione, mi aspettavo di trovare che un effetto considerevole fosse prodotto, per tutte le tavole, da questi errori.

deliberati maggiori, e fu solo dopo una ricerca prolungata che fui indotto a concludere che la perturbazione causata da loro nelle tavole era minima e che quindi si poteva trascurarla.

Il Dottor Stevenson richiama l'attenzione sul Diagramma 5 nel Volume VIII della Relazione del Capo dell'Ufficio di Anagrafe sul censimento del 1911. Quel diagramma mostra la distribuzione di età della popolazione dell'Inghilterra e del Galles, separatamente, e per l'intero Regno Unito, e appare che la perturbazione dalle età da 20 a 40, che alcuni attribuiscono ad errate dichiarazioni di età ed altri principalmente alla migrazione, è più accentuata in Inghilterra e nel Galles di quanto vi si comprendono la Scozia e l'Irlanda. Si può quindi ritenere che ^{soltanto} una parte minima della perturbazione è prodotta dalle immigrazioni dalla Scozia e dall'Irlanda in Inghilterra.

Il diagramma non dà le popolazioni attuali, ma popolazioni assunte ad un dato numero totale di viventi.

Ho pensato che meritasse completare quel Diagramma, portando fuori nello stesso modo la distribuzione di età delle popolazioni per la Scozia e per l'Irlanda, separatamente, ed esse vengono date nell'unica Tavola A e sono rappresentate nei Diagrammi 6 e 7. La tavola mostra la distribuzione dell'età in ciascuna regione del Regno Unito per un milione di maschi e per un milione di femmine,

viventi in età da 16 anni a 35 presi dall'ultima data di nascita, mentre i diagrammi prendono come base 100.000 viventi.

Le cifre per la Scozia sono state calcolate col metodo del censimento nello stesso modo preciso che per l'Inghilterra ed il Galles, essendo i punti centrali di età, 21, 26, 31, 36 etc.

Per l'Irlanda, i risultati del censimento non sono stati pubblicati età per età, ma dopo l'età 21, soltanto in gruppi di età, e quindi fu necessario prendere, come punti centrali di età, 22, 27 etc. ma questa leggera differenza nel metodo di calcolo non può influire sensibilmente sui risultati.

Si rileva dai diagrammi che se, come alcuni vorrebbero, un certo numero registrato in Inghilterra e nel Galles tra le età 20 e 30 è passato nel gruppo di età da 30 a 40, allora la divergenza tra Inghilterra e Galles e Scozia, oppure l'Irlanda, diviene più accentuata, e ciò tende a confermare l'opinione che una parte almeno della perturbazione nell'Inghilterra e nel Galles è dovuta alle migrazioni.

Nel Diagramma 3 della mia memoria, espongo il tasso centrale di morte dall'età 15 a 55 e si vede che il tasso di morte aumenta dappertutto costantemente con l'età, mentre che se si effettuasse un passaggio alla prossima decade di alcuni viventi

tra 20 e 30, si verificherebbe un aumento nel tasso di morte al di sotto dell'età 30 ed

una diminuzione al di sopra di 30, e vi sarebbe probabilmente un abbassamento attuale dopo l'età 30, con un minimo, e poi un nuovo sollevamento che imperisce che la progressione costante della curva prova che non vi è alcun perturbamento sensibile derivante da errate dichiarazioni d'età; ma Mr. Rowland è di parere contrario e, a sostegno dei suoi principii, cita le tavole Hⁿ e Oⁿ, afferendo che queste tavole mostrano un tasso massimo di mortalità femminile a circa l'età 25, con un minimo corrispondente nella trentina. Questo è un punto che merita molto di essere esaminato.

Mr. Rowland dice che nelle tavole di assicurazione suddette le età sono attendibili, e di ciò convergono anch'io; ma egli aggiunge che si può fidarsi delle tavole stesse "poiché le vite non furono tutte sottoposte a recente selezione".

Non so precisamente ciò che egli voglia dire con le parole "non tutte", ma certamente molte o tutte le vite furono sottoposte a recente selezione.

I particolari dati nel volume dell'Istituto sulla esperienza di mortalità per le vite femminili, sebbene completi, non sono di un tipo che si presti alla investigazione, senza dedicarvi molto tempo e fatica, e che ora non posso fare, ed inoltre l'esperienza femminile dell'Istituto è limitata e, dal punto di vista presente, non di molto valore.

Possiamo tuttavia esaminare la Tavola $O^{(5)}$ ed i seguenti sono i numeri a rischio per gruppi quinquennali di età da 15 a 39: (pag. 349)

Le vite recenti sono quelle assicurate per meno di cinque anni ed esse portano una grandissima proporzione al totale.

Ho sempre compreso che nelle tavole costruite con vite assicurate la selezione era maggiore in questa sezione della tavola, ma sembra che Mr. Rowland non sia dello stesso parere.

Non ci liberiamo di una gran parte degli effetti della selezione, ignorando i primi cinque anni di assicurazione, e perciò ho graduato la Tavola $O^{(5)}$ dall'età 15 a 50 ed i risultati vengono dati nell'unità Tavola B fino all'età 39.

La graduazione fu effettuata col metodo del censimento, prendendo gruppi d'età 15-19, 20-24 etc, poiché così si impiega molto poco tempo e si fa pochissima fatica, ma il risultato che se ne ottiene è buono, come lo prova il confronto delle morti attuali con le morti previste.

L'unità Tavola G accentua questo punto e mostra che la deviazione, in ciascuno dei cinque gruppi di età, è eccessivamente piccola.

La curva che ne risulta è un poco ondulata, ma per gli scopi presenti, ciò non interessa. Osservando la colonna di q_x , si rileva che la vita di Mr. Rowland non trova giustificazione: non vi è infatti alcun massimo a circa l'età 25 e nessun minimo corrispondente dopo l'età 30.

È vero che si verifica un lieve abbassamento dopo l'età 38, con un minimo all'età 41, quando il tasso incomincia ad elevarsi di nuovo, ma questa caratteristica è di poca entità e sorpassa il limite delle età in discussione.

Io sono dell'opinione che ^{ciò} sia dovuto a cause accidentali, ma altri può pensarla diversamente da me. Apparisce così che alle età essenziali, che sono state discusse, la tavola $O^{(5)}$ corrisponde alle nuove tavole Nazionali e quindi sono giustificato se ripeto che la curva nel mio diagramma n° 3 tende a dimostrare che le perturbazioni errate d'età non hanno alcun effetto notevole sui tassi di mortalità e che perciò le perturbazioni nella popolazione sebbene essere largamente attribuite alle migrazioni.

Mr. Henry prestò più particolarmente attenzione alla graduazione ed ai saggi che dovrebbero farsi per accertarsi se una tavola graduata è giusta.

Egli disse che vi è una tendenza inerente, nel metodo di addizione, a riprodurre caratteristiche e oscillazioni accidentali dei dati non graduati o, in altre parole, che le formule di addizione della graduazione, mentre danno una curva giusta, aderiscono strettamente ai dati originali come sono stati registrati.

Conviene pienamente su questo ed è quello appunto il grande merito delle formule di addizione.

Esse provano ciò che è veramente la curva e allora, se noi riteniamo che quelle poche

sono dovute a delle cause accidentali, possiamo ricomporle.

Mr. Henry però aggiunge che la sua formula esagera molto questa proprietà delle formule di addizione, ma su questo punto non sono d'accordo con lui. È vero che il metodo del censimento ha una tendenza periodica molto lieve, ma tanto lieve che non si può separarla senza una profonda investigazione.

La tendenza periodica nelle statistiche, con le quali vengono formate le tavole nazionali di vita, è molto più accentratata di qualunque tendenza periodica nella formula, e proprio quella tendenza periodica nella formula fu usata per correggere la tendenza periodica nei dati, essendo i gruppi di età scelti in modo di avere questo effetto.

Qualunque tendenza periodica che rimane nelle tavole graduate è così dovuta, non alla formula usata, bensì ai dati attuali.

Mr. Henry disse inoltre che la sua formula, per trovare i valori di base (condizioni) ha un potere graduatorio molto piccolo, ma la formula non è adoperata a scopi graduatori.

Una larga esperienza prova che da dei valori di base eccellenti ed è questo soltanto un la formula stessa mira.

Per applicare il metodo di interpolazione per osculazione i valori di base costituiscono una necessità, ed io sentai per molto tempo da

provare una formula che li producesse con pochissimo lavoro e, al tempo stesso, con buoni risultati.

Nella mia memoria relativa ad un nuovo metodo di costruire e graduare la mortalità e altre tavole (Journal I. A. Vol. XLIII, pag. 115) accenno che la formula è una formula di graduazione embrionale ed è la centrale di cinque curve raggruppate.

Quello è il modo in cui si giunse la prima volta, ma dopo la ritrassi con un processo più diretto, esposto in quella stessa memoria, nella mia relazione al capo dell'Ufficio Generale di Anagrafe e altrove.

Se si potesse trovare un'altra formula breve per valori di base, e che desse migliori risultati, sarebbe tanto di guadagnato.

Nel discutere sulla uniformità di graduazione, Mr. Henry dice che egli non comprende quale criterio verrebbe in me applicato, tuttavia nella mia memoria ne dà l'indicazione.

Una tavola è piana se tutte le terze differenze sono molto piccole o, se non piccole, quando seguano una legge definita, e io porto per esempio di grandi differenze che sono piane e che seguono appunto una legge definita.

Mr. Henry aggiunse che, qualora il raggio della curva si cambi molto rapidamente, ciò significa che la curva non è piana, considerandola dal punto di vista delle statistiche attuariali, non ritengo tuttavia che si possa separare le

statistiche attuariali dalle altre, e certamente, nel caso di alcune statistiche attuariali, abbiamo delle curve piane con repentini cambiamenti di curvatura.

Un esempio di ciò si trova nella mia memoria sulla costruzione delle tavole di mortalità con gli Stati del Beniamino (Journal I. A. - Vol. XLII - pag. 225)

Il Diagramma n.º 2 fa la curva di morte del Carlisle e sebbene quella sia, matematicamente, una curva piana, tuttavia le variazioni nella sua curvatura sono molto considerevoli.

È difficile prendere sul serio le osservazioni di Mr. Cunningham, poiché esse furono evidentemente fatte senza sufficiente ponderazione.

Parlando delle popolazioni campione, di cui tratta la mia Relazione sulla graduazione delle età, egli dice "se queste popolazioni per il 1901 furono graduate con lo stesso metodo usato per quelle del 1911", mostrando così di non aver notato quel paragrafo 13 della relazione stessa in cui affermo solennemente che tutte le tavole ivi indicate furono graduate precisamente nello stesso modo.

È vero che, mentre le popolazioni campione del 1901 sono comprese nel prospetto tabulare cui si riferisce questa osservazione, io non ne faccio cenno quanto tratto della graduazione, ma, se Mr. Cunningham avesse bene esaminato i punti sui quali ha fondato la sua osservazione, si sarebbe accorto che queste tavole non erano mai state porre graduate, e se egli

avesse inoltre dedicato alcuni minuti per leggere le cifre, si sarebbe accertato che esse furono graduate col metodo del censimento. Egli disponeva infatti di tutti i dati occorrenti per tale prova.

Mrs. Gunningham asserisce poi che le quattro tavole, popolazioni totali per l'Inghilterra ed il Galles e loro suddivisioni in coniugati, non coniugati e vedovi, furono graduate tutte nello stesso modo e, basandosi su questa premessa, egli trae delle deduzioni che si discutano in alcuni risultati del mio lavoro.

Egli ha completamente trascurato il paragrafo 14 della mia relazione sulla Graduatoria delle età, in cui si dice che tutte e quattro le colonne furono graduate nello stesso modo, soltanto dall'età 39 in poi e che, per le età più giovani di 39, il metodo di graduazione impiegato fu del tutto differente per le colonne relative allo stato coniugate. Tuttavia Mrs. Gunningham afferma che i metodi usati furono gli stessi dall'età 14 in poi e perciò la sua critica risulta priva di base.

In ultimo Mrs. Gunningham asserisce che, quando fu scritto il primo articolo, le cifre non graduate erano le sole di cui ci si potesse valere, poiché non vi erano cifre graduate e che d'altra parte quelle non graduate servivano come potevano. Questo si chiama creare confusione, poiché il primo articolo analizzava la relazione sulla Graduatoria delle età e vi si trova ogni cifra graduate e da allora nessuna cifra graduate è stata preparata.

È difficile immaginare ciò che avesse in mente Mr. Humphreys quando fece questa dichiarazione. Certamente sarebbe stato bene che egli, prima di parlare, avesse letto attentamente la relazione che intendeva discutere e l'articolo scritto su di essa dal primo Critico.

Il Dott. Sheppard, in una annotazione in calce al suo supplemento alla discussione, esprime il desiderio di avere i centenari registrati, disposti chi per età. Egli troverà quella indicazione a pagina 34 della mia relazione sulle Tavole di Vita.

Fin sotto, nella discussione, che nella formula $u_2 = 2w_5 - 008 \Delta^2 w_0$ il termine $008 \Delta^2 w_0$ è così piccolo che può essere trascurato e che si può scrivere semplicemente $u_2 = 2w_5$. Mi sembra però che questo sarebbe un passo indietro, poiché trascurando la correzione della seconda differenza si verifica una tendenza a togliere la curvatura fuori dalla curva.

Di ciò si trova una illustrazione nelle Tavole Governative di rendita del defunto John Finlaison. Le sue prime formule di addizione non avevano alcuna correzione per la seconda differenza, col risultato che i valori di rendita nelle sue tavole furono dichiarati inferiori a quelli ^{effettivi}, in modo che il governo ebbe a risentirne una perdita.

Il grande merito delle formule di addizione, come noi le conosciamo, è che esse forniscono la correzione necessaria e danno dei risultati esatti.

È vero che se le tavole di mortalità fossero costruite mediante quello che è stato chiamato il "metodo del

benissimo, la correzione di seconda differenza nella formula per i valori di base potrebbe talvolta essere omessa senza incorrere in alcun errore sensibile.

I valori di base nella costruzione di una tavola di mortalità sono ottenuti per gli esposti a rischio e per le morti, separatamente, e spesso la correzione di seconda differenza è dello stesso segno, sebbene raramente della stessa entità proporzionale, e, quando ciò si verifica, la correzione influisce appena sulla tavola di mortalità.

Qualche volta però, in tutte le tavole con le quali ho lavorato, la correzione di seconda differenza è di segno contrario e, in questi punti, si manifesterebbe un errore che potrebbe essere da considerarsi. Quando, tuttavia, si usa la formula per graduare una tavola come le colonne delle popolazioni nei dati del censimento, non vedo che possa trarsi fuori la correzione di seconda differenza, poiché la tavola stessa verrebbe ad essere alquanto deviata e la formula non riprodurrebbe nella colonna graduata il totale esatto delle popolazioni non graduate, come avviene invece con la formula con la correzione di seconda differenza.

Nei miei recenti scritti sulla Formule di Addizione etc, fatto una formula più lunga ed comprendeva una correzione di quarta differenza, i cui risultati erano ancora più esatti; ma la correzione di quarta differenza è così minima che non conviene prendersi la pena di compantarvela, ed omettondo le tavole non vengono ad essere per niente viziate.

Tavola I

Preferenza per misure di età

Inghilterra e Galles - Marchi. Popolazioni a ciascuna misura di età per 90 anni di vita, prima partendo dall'età 10 e poi dall'età 9; e la proporzione della popolazione a ciascuna misura di età alla popolazione alla misura di età 9. Inoltre, esse simili secondo la tavola del Text-Book, partendo dall'età 10.

Misura di Età -	- Inghilterra - Galles - Marchi				Tavola del Text-Book	
	Partendo dall'età 10		Partendo dall'età 9		Partendo dall'età 10	
	Popolazione	Proporz. ^{ne} alla mi- sura 9	Popolazione	Proporz. ^{ne} alla mi- sura 9	Popolazione	Proporz. ^{ne} alla mi- sura 9
0	1,638,755	1.349	1,638,755	1.040	5,47,785	1.196
1	1,402,153	1.154	1,402,153	.889	537,596	1.174
2	1,461,802	1.203	1,461,802	.927	527,470	1.152
3	1,373,018	1.130	1,373,018	.871	517,400	1.130
4	1,367,895	1.126	1,367,895	.868	507,387	1.108
5	1,350,062	1.111	1,350,062	.856	497,412	1.087
6	1,320,912	1.087	1,320,912	.838	487,475	1.065
7	1,234,881	1.016	1,234,881	.783	477,569	1.043
8	1,297,629	1.066	1,297,629	.823	467,686	1.022
9	1,215,057	1.000	1,576,503	1.000	457,826	1.000

Tavola II

Preferenza per misure di età

Misurata mediante Deviazioni sulla Popolazione graduata di 100.000 a ciascuna età come sarà nella Tavola II per i Maschi e nella Tavola V per le Femmine, nella Relazione sulla Gradiazione delle Età.

Inghilterra e Galles, maschi e femmine, età da 10 a 89. Deviazione Totale a ciascuna misura di età per 100.000 di Popolazione graduata a ciascuna età e le corrispondenti popolazioni registrate. Inoltre, la proporzione della popolazione a ciascuna misura di età alla popolazione alla misura di età 9.

N. B. Quantità positive, tipo Teuico grave
 Quantità negative, tipo Italico leggero

Misura di Età	Maschi			Femmine		
	Deviazione Totale	Popolazione registrata corrispondente	Proporz. ^{ta} alla misura 9	Deviazione Totale	Popolazione registrata corrispondente	Proporz. ^{ta} alla misura 9
0	70,989	870,989	1.090	76,072	876.072	1.111
1	61,618	738,382	.924	72,490	727,510	.922
2	7,513	807,513	1.010	11.778	811,778	1.029
3	25,060	774,940	.970	15,369	784,631	.995
4	4,743	795,257	.995	6.646	806,646	1.023
5	2,496	802,496	1.004	401	800,401	1.015
6	1,246	801,246	1.003	231	800,231	1.015
7	27,094	772,906	.967	31,788	768,212	.974
8	25,584	825,584	1.033	20.689	820,689	1.040
9	736	799,264	1.000	11,253	788,747	1.000



Cavola III

Valori graduati e non graduati di m.x. derivati dalla popolazione registrata al censimento del 1911 e dall'anagrafe del periodo 1910-1912

Età	Maschi		Femmine		Età	Maschi		Femmine	
	m.x. grezzo	m.x. graduato	m.x. grezzo	m.x. graduato		m.x. grezzo	m.x. graduato	m.x. grezzo	m.x. graduato
15	.0023	.00231	.0025	.00239	45	.0412	.01107	.0086	.00864
6	.0026	.00258	.0026	.00254	6	.0118	.01170	.0091	.00908
7	.0030	.00285	.0027	.00268	7	.0128	.01237	.0097	.00957
8	.0031	.00311	.0028	.00280	8	.0126	.01313	.0100	.01012
9	.0034	.00333	.0029	.00289	9	.0145	.01400	.0112	.01076
20	.0036	.00350	.0029	.00297	50	.0436	.01500	.0101	.01150
1	.0036	.00363	.0032	.00305	1	.0165	.01615	.0130	.01234
2	.0038	.00374	.0030	.00313	2	.0180	.01740	.0136	.01326
3	.0038	.00382	.0032	.00321	3	.0189	.01872	.0146	.01425
4	.0038	.00391	.0034	.00331	4	.0204	.02009	.0151	.01529
25	.0040	.00401	.0033	.00341	55	.0209	.02153	.0155	.01639
6	.0041	.00412	.0035	.00352	6	.0227	.02304	.0179	.01754
7	.0044	.00425	.0038	.00365	7	.0260	.02471	.0200	.01881
8	.0044	.00441	.0037	.00379	8	.0263	.02661	.0201	.02024
9	.0046	.00460	.0041	.00395	9	.0288	.02877	.0217	.02186
30	.0045	.00484	.0038	.00412	60	.0281	.03122	.0207	.02369
1	.0052	.00511	.0044	.00432	1	.0366	.03391	.0279	.02570
2	.0055	.00542	.0046	.00454	2	.0359	.03672	.0280	.02718
3	.0058	.00574	.0049	.00477	3	.0406	.03954	.0307	.02990
4	.0060	.00606	.0050	.00501	4	.0425	.04233	.0325	.03206
35	.0065	.00638	.0051	.00527	65	.0470	.04514	.0347	.03436
6	.0067	.00663	.0054	.00553	6	.0471	.04815	.0358	.03697
7	.0072	.00699	.0061	.00580	7	.0523	.05171	.0409	.04018
8	.0070	.00733	.0061	.00608	8	.0531	.05605	.0439	.04413
9	.0080	.00771	.0067	.00638	9	.0578	.06129	.0453	.04886
40	.0076	.00815	.0059	.00670	70	.0655	.06738	.0528	.05425
1	.0089	.00866	.0073	.00705	1	.0776	.07410	.0645	.06009
2	.0092	.00923	.0076	.00742	2	.0831	.08121	.0671	.06616
3	.0100	.00983	.0078	.00782	3	.0890	.08853	.0732	.07238
4	.0103	.01045	.0083	.00822	4	.0974	.09606	.0786	.07882

Carola IV

Popolazioni registrate, graduate

Età	Totale per l'Isola d'Inghilterra e per il Galles	Contea di Londra	Sobborghi nella Contea	Distretti Urbani	Distretti Rurali	Età
Maschi						
16	335,427	38,387	99,220	118,210	79,610	16
7	329,866	38,233	97,493	116,413	77,727	7
8	323,299	38,185	95,545	114,419	75,150	8
9	316,477	38,201	93,605	112,395	72,276	9
20	310,150	38,240	91,902	110,305	69,503	20
1	305,070	38,261	90,665	108,917	67,227	1
2	301,373	38,315	90,061	107,697	65,500	2
3	299,159	38,427	89,936	106,740	64,056	3
4	297,322	38,525	90,042	105,935	62,820	4
25	295,557	38,530	90,127	105,188	61,712	25
6	293,360	38,368	89,940	104,395	60,657	6
7	290,783	37,998	89,492	103,614	59,679	7
8	288,165	37,470	88,951	102,914	58,830	8
9	285,423	36,846	88,300	102,205	58,072	9
30	282,477	36,185	87,524	101,401	57,367	30
1	279,248	35,546	86,608	100,418	56,676	1
2	275,895	34,932	85,591	99,312	56,060	2
3	272,472	34,304	84,483	98,140	55,545	3
4	268,739	33,657	83,226	96,817	55,039	4
35	264,454	32,990	81,762	95,249	54,453	35
6	259,378	32,297	80,032	93,353	53,696	6
Femmine						
16	338,515	41,160	105,409	122,270	69,676	16
7	336,801	42,030	105,309	121,611	67,851	7
8	335,599	43,296	105,336	120,925	66,042	8
9	334,736	44,703	105,405	120,246	64,382	9
20	334,037	45,992	105,426	119,617	63,002	20
1	333,330	46,906	105,313	119,075	62,036	1
2	333,033	47,474	105,141	118,747	61,671	2
3	333,263	47,868	104,968	118,606	61,821	3
4	333,390	48,044	104,681	118,465	62,200	4
25	332,784	47,960	104,165	118,132	62,527	25
6	330,817	47,573	103,308	117,419	62,517	6
7	327,119	46,749	102,003	116,246	62,121	7
8	322,111	45,518	100,326	114,738	61,529	8
9	316,345	44,079	98,436	113,016	60,814	9
30	310,373	42,652	96,492	111,199	60,050	30
1	304,748	41,379	94,652	109,403	59,314	1
2	299,642	40,342	92,985	107,687	58,628	2
3	294,687	39,387	91,587	105,971	57,942	3
4	289,624	38,480	89,752	104,171	57,221	4
35	284,196	37,587	87,977	102,201	56,431	35
6	278,146	36,676	85,957	99,978	55,535	6

Tabola V

Proporzioni $L_{x+1} \div L_x$, Popolazioni graduate registrate.

Età	Totale per l'Inghilterra e per il Galles	Contea di Londra	Sobborghi della Contea	Distretti urbani	Distretti rurali	Età
Maschi						
16	.9833	.9961	.9826	.9848	.9763	16
17	.9802	.9988	.9800	.9829	.9669	17
18	.99788	1.0004	.9797	.9824	.9613	18
19	.99799	1.0010	.9815	.9832	.9616	19
20	.9836	1.0006	.9865	.9856	.9673	20
21	.9886	1.0014	.9933	.9888	.9743	21
22	.9920	1.0029	.9986	.9911	.9780	22
23	.9938	1.0025	1.0012	.9925	.9780	23
24	.9940	1.0001	1.0009	.9929	.9824	24
25	.9927	.9959	.9979	.9925	.9829	25
26	.9913	.9904	.9950	.9924	.9858	26
27	.9911	.9861	.9942	.9933	.9858	27
28	.9905	.9833	.9927	.9932	.9871	28
29	.9897	.9820	.9912	.9921	.9879	29
30	.9886	.9824	.9895	.9903	.9880	30
31	.9881	.9827	.9885	.9890	.9891	31
32	.9876	.9820	.9870	.9882	.9908	32
33	.9863	.9811	.9851	.9865	.9909	33
34	.9840	.9802	.9824	.9858	.9894	34
35	.9808	.9790	.9788	.9801	.9861	35
Femmine						
16	.9949	1.0211	.9991	.9946	.9758	16
17	.9964	1.0301	1.0003	.9944	.9733	17
18	.9975	1.0325	1.0007	.9944	.9749	18
19	.9979	1.0288	1.0002	.9947	.9786	19
20	.9979	1.0199	.9988	.9956	.9847	20
21	.9991	1.0121	.9984	.9972	.9941	21
22	1.0007	1.0083	.9984	.9988	1.0024	22
23	1.0004	1.0037	.9972	.9988	1.0061	23
24	.9982	.9983	.9951	.9971	1.0053	24
25	.9941	.9919	.9917	.9940	.9998	25
26	.9888	.9827	.9873	.9900	.9937	26
27	.9847	.9737	.9836	.9870	.9905	27
28	.9821	.9684	.9811	.9850	.9884	28
29	.9811	.9672	.9803	.9839	.9874	29
30	.9819	.9706	.9809	.9838	.9878	30
31	.9832	.9749	.9824	.9844	.9884	31
32	.9855	.9763	.9828	.9840	.9883	32
33	.9828	.9770	.9821	.9830	.9876	33
34	.9813	.9768	.9802	.9811	.9862	34
35	.9787	.9758	.9770	.9783	.9841	35



Inghilterra e Galles - Totale, maschi

Popolazioni graduate

A. B. Quantità positive, tipo Torino grave

Quantità negative, tipo Torino leggero

Età	Popolazione	S	S2	Età	Popolazione	S	S2
15	340,125	4,698	863	55	133,528	6,249	510
6	335,427	5,561	1,006	6	127,279	5,739	334
7	320,866	6,567	255	7	121,540	5,405	221
8	323,299	6,822	495	8	116,135	5,184	111
9	316,477	6,327	1,247	9	110,951	5,073	1
20	310,150	5,080	1,583	60	105,878	5,074	5
1	305,670	3,497	1,083	1	100,804	5,079	70
2	301,573	2,414	577	2	95,725	5,009	75
3	299,159	1,837	72	3	90,716	4,934	79
4	297,322	1,765	432	4	85,782	4,855	85
25	295,557	2,197	380	65	80,927	4,770	143
6	293,360	2,577	41	6	76,157	4,627	139
7	290,733	2,618	124	7	71,530	4,488	53
8	288,165	2,742	204	8	67,042	4,435	36
9	285,423	2,946	283	9	62,607	4,471	121
30	282,477	3,229	124	70	58,136	4,592	273
1	279,248	3,353	70	1	53,544	4,865	214
2	275,895	3,423	310	2	48,679	5,079	11
3	272,472	3,733	552	3	43,600	5,068	235
4	268,739	4,285	791	4	38,532	4,833	461
35	264,454	5,076	1,054	75	33,699	4,372	453
6	259,378	6,130	892	6	29,327	3,919	303
7	255,248	7,022	502	7	25,408	3,616	314
8	246,226	7,524	108	8	21,799	3,302	326
9	238,702	7,632		9	18,490	2,976	336
40	231,070	7,349	184	80	15,514	2,640	396
1	223,721	7,165	77	1	12,874	2,244	388
2	216,556	7,242	71	2	10,630	1,856	299
3	209,314	7,171	221	3	8,774	1,557	212
4	202,143	6,950	367	4	7,217	1,345	122
45	195,193	6,583	550	85	5,872	1,223	149
6	188,610	6,033	450	6	4,649	1,074	209
7	182,577	5,583	178	7	3,575	865	167
8	176,994	5,405	91	8	2,710	698	128
9	171,589	5,496	365	9	2,012	570	...
50	166,093	5,861	540	90	1,442
1	160,232	6,401	361
2	153,831	6,762	94
3	147,069	6,856	171
4	140,213	6,685	436

Tavola VII

(pag. 322)

Differenze di 9^a presa a sette posti decimali e poi abbassate a cinque posti.

Tavola Inglese di Vita N° 8 - Maschi

N.B. Quantità positive - tipo Tonico grave
 Quantità negative - tipo Italico leggero

Età	S	S ²	S ³	Età	S	S ²	S ³
10	12	13	2	50	103	12	1
1	1	10	3	1	115	10	1
2	11	8	3	2	126	11	1
3	19	4	4	3	136	12	1
4	23	1	4	4	148	12	..
15	24	4	6	55	160	12	..
6	21	3	2	6	172	12	2
7	23	..	2	7	185	14	2
8	24	2	2	8	199	16	2
9	22	4	2	9	214	18	3
20	18	6	1	60	232	15	1
1	12	4	3	1	247	15	6
2	8	2	3	2	262	21	7
3	6	1	3	3	283	28	7
4	7	4	..	4	310	35	1
25	11	3	2	65	345	36	2
6	14	2	..	6	382	35	3
7	16	2	..	7	416	38	4
8	18	2	..	8	455	42	4
9	20	3	..	9	497	46	10
30	23	3	..	70	543	57	4
1	27	3	1	1	600	61	6
2	30	2	1	2	660	55	7
3	32	2	1	3	715	48	8
4	34	1	1	4	763	40	10
35	35	75	803	50	12
6	35	1	1	6	852	62	8
7	36	2	1	7	914	54	9
8	38	4	1	8	968	45	11
9	42	5	..	9	1012	33	4
40	47	5	1	80	1045	29	10
1	51	4	..	1	1075	39	8
2	55	4	..	2	1114	47	9
3	60	5	..	3	1161	57	11
4	64	5	2	4	1218	67	77
45	70	4	..	85	1285	144	9
6	73	3	3	6	1420	153	104
7	77	6	3	7	1583	49	126
8	83	9	3	8	1632	77	146
9	92	12	..	9	1555	223	247



Tabola VIII

Differenze di 9x prese a sette posti decimali e poi abbattute a cinque posti.

Tabola Inglese di Vita No 8 - Femmine

N.B. Quantità positive - Tipo Louisa grave

Quantità negative - Tipo Italico leggero

Età	S ²	S ³	Età	S	S ¹	S ⁰	
10	10	12	3	50	77	10	1
1	2	9	3	1	87	8	..
2	12	6	4	2	95	9	..
3	18	2	4	3	104	9	..
4	20	2	5	4	112	9	..
15	18	7	6	55	121	8	..
6	11	1	1	6	129	8	3
7	10	1	1	7	137	11	3
8	9	..	1	8	147	14	3
9	9	9	161	17	6
20	9	60	178	11	1
1	9	..	1	1	189	10	10
2	8	..	1	2	198	20	11
3	9	1	1	3	218	31	12
4	10	2	..	4	249	42	8
25	11	2	..	65	291	51	4
6	13	1	..	6	342	47	5
7	14	1	..	7	389	41	6
8	16	2	..	8	430	35	7
9	17	2	..	9	465	28	1
30	19	3	..	70	494	27	8
1	21	3	..	1	521	35	7
2	23	3	..	2	556	43	8
3	24	1	..	3	599	51	9
4	25	1	1	4	650	60	26
35	26	75	710	87	5
6	26	..	1	6	797	92	26
7	27	1	1	7	889	66	31
8	28	2	1	8	954	35	37
9	30	3	1	9	989	..	22
40	34	5	..	80	986	24	21
1	36	2	1	1	962	3	25
2	38	3	1	2	959	21	28
3	41	4	1	3	980	50	34
4	45	5	..	4	1,030	84	25
45	50	3	..	85	1,114	109	12
6	53	3	2	6	1,222	97	23
7	56	5	2	7	1,319	74	27
8	60	7	2	8	1,393	47	33
9	68	9	..	9	1,440	14	72

Tabella IX

Valori di q_x e sue differenze - Tabella Inglese di Vita N° 8 - Maschi

A. B. Quantità positive - tipo Tonico grave
Quantità negative - tipo Malato leggero

Età	q_x	δ	δ^2	δ^3	δ^4	δ^5	δ^6	δ^7	δ^8
92	2.977,077	76,136	20,942	13,762	6,396	408	1,053	679	61
93	3.053,213	55,194	7,180	20,158	5,988	4,461	1,732	618	775
94	3.108,407	48,014	12,978	26,446	4,527	3,193	2,350	157	1,238
95	3.156,421	60,992	39,124	30,673	1,334	5,543	2,193	1,395	1610
96	3.217,413	100,116	69,797	32,067	4,209	7,736	792	3,005	1,026
97	3.317,529	169,413	101,804	27,798	14,445	2,534	2,207	4,031	922
98	3.487,442	271,717	129,602	15,853	20,479	6,327	6,238	3,109	3,631
99	3.759,159	401,319	145,455	4,626	20,800	89	9,347	3,522	5,431
100	4.160,478	546,774	140,829	34,432	26,895	9,258	8,825	5,953	3,496
101	4.707,252	687,603	109,397	52,327	17,057	18,083	2,872	3,449	1,992
102	5.394,855	797,000	51,070	75,964	446	20,955	6,577	11,457	1,771
103	6.191,855	848,070	24,844	75,518	24,401	14,378	14,034	314	8,093
104	7.039,925	823,176	100,412	54,117	35,779	344	12,720	8,407	1,757
105	7.863,101	722,764	154,529	18,338	36,123	13,376	5,313	10,164	5,436
106	8.585,865	568,235	172,867	17,785	22,747	18,089	4,851	4,728	1,127
107	9.154,100	395,368	153,082	40,532	4,058	13,838	9,579	2,399	3,740
108	9.549,468	240,286	114,550	44,590	9,780	4,259	7,180	5,139	
109	9.789,754	125,736	69,960	34,810	14,039	2,921	2,041		
110	9.915,490	55,776	35,150	20,771	11,118	4,962			
111	9.971,266	20,626	14,379	9,653	6,156				
112	9.991,892	6,247	4,723	3,497					
113	9.998,139	1,521	4,229						
114	9.999,660	292							
115	9.999,952								

Tabola Inglese di Vita N° 8
 Confronto tra le morti attuali
 e quelle previste.

Età all'ul- timo comple- no	maschi		femmine		Età all'ul- timo comple- no
	Morti Attuali	Morti Previste	Morti Attuali	Morti Previste	
0	164,033	164,033	127,925	127,925	0
1	41,577	41,577	38,288	38,288	1
2	15,916	15,916	15,598	15,598	2
3	9,639	9,639	9,387	9,387	3
4	6,895	6,895	6,732	6,732	4
5	5,604	5,604	5,476	5,476	5
6	4,116	4,449	4,112	4,377	6
7	3,141	3,604	3,160	3,556	7
8	2,589	2,889	2,639	2,875	8
9	2,270	2,391	2,263	2,392	9
10	2,180	2,086	2,126	2,119	10
11	2,013	1,912	1,956	1,971	11
12	1,851	1,906	1,943	1,986	12
13	1,897	1,999	2,178	2,082	13
14	2,103	2,179	2,353	2,261	14
15	2,318	2,257	2,495	2,409	15
16	2,623	2,609	2,634	2,607	16
17	2,960	2,767	2,729	2,711	17
18	3,069	3,025	2,848	2,839	18
19	3,225	3,167	2,859	2,854	19
20	3,319	3,227	2,914	2,947	20
21	3,277	3,348	3,169	3,030	21
22	3,235	3,371	3,017	3,135	22
23	3,400	3,450	3,270	3,265	23
24	3,406	3,504	3,399	3,349	24
25	3,481	3,532	3,345	3,416	25
26	3,645	3,659	3,464	3,505	26
27	3,702	3,626	3,616	3,462	27
28	3,962	3,963	3,664	3,775	28
29	3,931	3,952	3,817	3,693	29
30	4,193	4,480	3,934	4,275	30
31	4,020	3,940	3,757	3,657	31
32	4,604	4,474	4,187	4,151	32
33	4,465	4,358	4,110	4,015	33
34	4,807	4,762	4,332	4,341	34
35	5,167	5,031	4,286	4,487	35
36	5,230	5,228	4,504	4,639	36
37	5,070	4,949	4,653	4,436	37
38	5,538	5,815	5,144	5,102	38
39	5,635	5,459	5,089	4,803	39
40	5,993	6,446	4,998	5,635	40
41	5,299	5,148	4,536	4,370	41
42	6,259	6,244	5,520	5,351	42
43	5,885	5,730	5,080	5,027	43
44	5,918	5,923	5,180	5,098	44
45	6,783	6,680	5,468	5,510	45
46	6,545	6,493	5,459	5,472	46
47	6,792	6,601	5,609	5,559	47
48	7,131	7,513	6,233	6,358	48
49	7,524	7,295	6,308	6,089	49

Età all'ist. (anni completi)	Maschi		Femmine		Età all'ist. (anni completi)
	morti Affluati	morti Reviste	morti Affluati	morti Reviste	
50	7,970	8,787	6,360	7,246	50
1	6,993	6,788	5,822	5,497	1
2	8,229	7,909	6,807	6,592	2
3	7,877	7,699	6,720	6,514	3
4	8,605	8,402	7,047	7,104	4
55	8,266	8,484	6,705	7,063	55
6	9,065	9,218	7,700	7,549	6
7	8,740	8,370	4,474	7,072	7
8	9,441	9,623	8,072	8,168	8
9	9,603	9,600	8,113	8,170	9
60	10,416	11,507	8,720	9,874	60
1	9,556	8,724	8,035	7,271	1
2	10,385	10,396	9,059	8,795	2
3	10,505	10,014	9,153	8,707	3
4	10,674	10,466	9,683	9,399	4
65	11,511	11,021	10,201	10,064	65
6	10,698	11,062	9,806	10,199	6
7	10,829	10,911	10,240	10,209	7
8	11,743	12,163	11,268	11,523	8
9	11,868	12,732	11,202	12,218	9
70	12,125	12,432	12,342	12,897	70
1	11,029	10,375	11,811	10,912	1
2	11,973	11,453	12,248	12,871	2
3	11,196	10,909	12,686	12,322	3
4	11,066	10,742	12,464	12,311	4
75	10,359	10,490	12,015	12,015	75
6	9,765	9,726	11,576	11,597	6
7	8,919	9,053	10,751	10,677	7
8	8,770	8,831	10,620	10,855	8
9	7,851	7,371	9,687	9,312	9
80	7,159	7,679	9,530	10,149	80
1	6,131	6,083	8,004	7,739	1
2	5,980	5,949	8,135	8,047	2
3	5,089	5,165	7,117	7,163	3
4	4,761	4,730	6,653	6,837	4
85	3,872	3,915	5,679	5,603	85
6	3,330	3,268	4,913	4,932	6
7	2,683	2,724	4,216	4,084	7
8	2,095	2,121	3,347	3,300	8
9	1,665	1,719	2,726	2,720	9
90	1,273	1,390	2,187	2,371	90
1	958	940	1,735	1,695	1
2	738	715	1,394	1,388	2
3	524	431	981	878	3
4	307	227	668	652	4
95	219	242	490	519	95
6	188	152	364	385	6
7	93	99	246	248	7
8	49	64	160	184	8
9	37	41	103	99	9
100 ed oltre	57	58	138	151	100 ed oltre
Tutte le età	771,760	772,255	726,236	726,544	Tutte le età

Tabella XI

Tabella Inglese di Vita n. 8

Confronto sommario fra le morti attuali e le morti previste

Età all'ultimo compleanno	Maschi				Femmine				Età all'ultimo compleanno
	Morti attuali	Morti previste	Deviazione previ- sta dall'Attuale		Morti attuali	Morti previste	Deviazione previ- sta dall'Attuale		
			Positiva	Negativa			Positiva	Negativa	
0 a 4	238,060	238,060	197,930	197,930	0 a 4
5 " 9	17,720	18,937	1,217	..	17,650	18,676	1,026	..	5 " 9
10 " 14	10,044	10,082	38	..	10,556	10,419	..	137	10 " 14
15 " 19	14,295	13,925	..	370	13,565	13,420	..	145	15 " 19
20 " 24	16,787	16,900	113	..	15,769	15,726	..	43	20 " 24
25 " 29	18,721	18,712	..	9	17,906	17,851	..	55	25 " 29
30 " 34	22,089	22,014	..	75	20,320	20,439	119	..	30 " 34
35 " 39	26,640	26,482	..	158	23,776	23,467	..	309	35 " 39
40 " 44	29,354	29,491	137	..	25,314	25,481	167	..	40 " 44
45 " 49	34,775	34,582	..	193	29,077	28,988	..	89	45 " 49
50 " 54	39,684	39,585	..	99	32,756	32,953	197	..	50 " 54
55 " 59	45,115	45,295	180	..	38,064	38,022	..	42	55 " 59
60 " 64	51,536	51,107	..	429	44,650	44,046	..	604	60 " 64
65 " 69	56,659	57,889	1,230	..	52,717	54,213	1,496	..	65 " 69
70 " 74	57,389	55,911	..	1,478	62,751	61,313	..	1,438	70 " 74
75 " 79	45,664	45,471	..	193	54,649	54,456	..	193	75 " 79
80 " 84	29,120	29,606	486	..	39,439	39,935	496	..	80 " 84
85 " 89	13,665	13,747	82	..	20,881	20,639	..	242	85 " 89
90 " 94	3,800	3,803	3	..	6,965	6,984	19	..	90 " 94
95 " 99	586	598	12	..	1,363	1,435	72	..	95 " 99
100 ed oltre	57	58	1	..	138	151	13	..	100 ed oltre
Tutte le età	771,760	772,255	3,499	3,004	726,236	726,544	3,605	3,297	Tutte le età

Età	Popolazione stimata al 1° Luglio 1911	Valori graduati di qx	Morti previste	Morti attuali	Deviazione	Deviazione accumulata
<i>Vite maschili</i>						
6	373,128	.0036703	1,372	1,372	0	0
7	373,544	.0028412	1,063	1,047	+ 16	+ 16
8	366,769	.0023553	865	863	+ 2	+ 18
9	362,014	.0020677	749	757	- 8	+ 10
10	359,459	.0019011	684	727	- 43	- 33
11	351,676	.0018105	637	671	- 34	- 67
12	349,592	.0018165	636	617	+ 19	- 48
13	345,526	.0019344	669	632	+ 37	- 11
14	343,313	.0021312	732	701	+ 31	+ 20
15	334,480	.0023680	793	773	+ 20	+ 40
16	335,758	.0025868	870	874	- 4	+ 36
	9,070	9,034	+125 - 89	+140 -159
					+ 36	- 19
<i>Vite femminili</i>						
6	373,495	.0036640	1,371	1,371	0	0
7	374,016	.0028632	1,072	1,053	+ 19	+ 19
8	368,208	.0023932	882	880	+ 2	+ 21
9	361,853	.0021747	766	754	+ 12	+ 33
10	360,052	.0019525	704	709	- 5	+ 28
11	352,633	.0018617	657	652	+ 5	+ 33
12	350,717	.0018673	655	648	+ 7	+ 40
13	345,994	.0019856	688	726	- 38	+ 2
14	344,726	.0021773	751	784	- 33	- 31
15	335,945	.0023949	806	832	- 26	- 57
16	337,667	.0025700	869	878	- 9	- 66
	9,221	9,287	+ 45 - 111	+ 176 - 154
					- 66	+ 22

r. fagg. 3452346

x	T_x	1 ^a Differenza	2 ^a Differenza	3 ^a Differenza
39	4 898 452			
44	3 779 808	1118 644	174 372	
49	2 835 536	944 272	143 872	- 30 500
54	2 035 136	800 400	162 814	+ 18 942
59	1 397 550	637 586	133 170	- 29 644
64	893 134	504 416		

x	T_x	1 ^a Differenza
49	2 835 536	
50	2 663 340	172 196
51	2 497 051	166 289
52	2 336 819	160 232
53	2 182 797	154 022
54	2 035 136	147 661
55	1 895 542	139 594
56	1 762 224	133 318
57	1 634 944	127 280
58	1 513 465	121 479
59	1 397 550	115 915

r. pag. 347

x	u_x Registrato	u_x Calcolato	Alterazione
15	334 241	340 125	+ .5 884
14	342 933	344 103	+ 1 170
13	345 144	347 507	+ 2 363
12	349 205	350 477	+ 1 272
11	351 287	353 159	+ 1 872

(mag. 349)

Età	Tabola O^F	Tabola $O^{F(5)}$	Vite recenti
15 - 19	3.564	1.206	2.358
20 - 24	8.951	3.423	5.528
25 - 29	17.952	7.159	10.793
30 - 34	29.650	14.339	15.311
35 - 39	42.354	24.633	17.721
Totale	102.741	50.760	51.711

Tabella A

Distribuzione dell'età delle Popolazioni - Popolazione graduata a ciascuna età su 100.000 viventi tra 16 a 35 anni, compresi l'ultimo compleanno.

Età all'ultimo compleanno	Inghilterra e Galles	Scania	Islanda	Età all'ultimo compleanno
Uomini				
16	56,709	61,470	61,734	16
7	55,769	60,187	61,257	7
8	54,658	58,616	60,337	8
9	53,505	56,917	59,097	9
20	52,435	55,247	57,629	20
1	51,576	53,766	56,032	1
2	50,985	52,471	54,403	2
3	50,577	51,259	52,587	3
4	50,266	50,128	50,516	4
25	49,968	49,082	48,426	25
6	49,597	48,119	46,551	6
7	49,161	47,262	45,127	7
8	48,718	46,510	44,266	8
9	48,255	45,831	43,814	9
30	47,757	45,195	43,596	30
1	47,211	44,574	43,445	1
2	46,644	44,031	43,191	2
3	46,065	43,588	42,896	3
4	45,434	43,145	42,670	4
35	44,710	42,602	42,426	35
Femmine				
16	52,686	56,252	59,797	16
7	52,419	55,565	59,354	7
8	52,232	54,870	58,348	8
9	52,098	54,197	56,912	9
20	51,939	53,565	55,286	20
1	51,879	52,995	53,708	1
2	51,833	52,560	52,418	2
3	51,869	52,247	51,494	3
4	51,888	51,946	50,777	4
25	51,794	51,546	50,149	25
6	51,488	50,937	49,491	6
7	50,912	50,035	48,690	7
8	50,132	48,916	47,675	8
9	49,235	47,703	46,523	9
30	48,306	46,518	45,338	30
1	47,430	45,485	44,225	1
2	46,636	44,670	43,287	2
3	45,865	43,991	42,621	3
4	45,077	43,349	42,157	4
5	44,232	42,646	41,750	5

Tavola B

Tavola O^{R(5)} - Graduatoria mediante interpolazione per osculazione

Età	q _x	a rischio	Morti attuali	Morti previste	Deviazione	Deviazione accumulata	Età
15	.00763	137	2	1.0	1.0	1.0	15
6	.00718	177	1	1.3	.3	.7	6
7	.00675	224	2	1.5	.5	1.2	7
8	.00635	288	1	1.8	.8	.4	8
9	.00597	380	2	2.3	.3	.1	9
20	.00565	479	2	2.7	.7	.6	20
1	.00544	594	5	3.2	1.8	1.2	1
2	.00539	686	3	3.7	.7	.5	2
3	.00555	781	6	4.3	1.7	2.2	3
4	.00589	883	3	5.2	2.2	...	4
25	.00633	1.001	7	6.3	.7	.7	25
6	.00679	1.177	5	8.0	3.0	2.3	6
7	.00717	1.397	12	10.0	2.0	.3	7
8	.00746	1.653	15	12.3	2.7	2.4	8
9	.00772	1.931	13	14.9	1.9	.5	9
30	.00797	2.212	14	17.6	3.6	3.1	30
1	.00826	2.515	20	20.8	.8	3.9	1
2	.00864	2.822	38	24.4	13.6	9.7	2
3	.00916	3.193	29	29.2	.2	9.5	3
4	.00981	3.597	25	35.3	10.3	.8	4
35	.01049	4.075	30	42.7	12.7	13.5	35
6	.01107	4.469	55	49.5	5.5	8.0	6
7	.01147	4.905	57	56.3	.7	7.3	7
8	.01160	5.390	61	62.5	1.5	8.8	8
9	.01154	5.794	78	66.9	11.1	2.3	9

Tavola C

Sommario della Tavola B

Tavola O^{R(5)} - Graduatoria mediante interpolazione per osculazione

Età	a. rischio	Morti attuali	Morti previste	Devia- zione	Devia- zione accu- mulata	Età
15 - 19	1,206	8	7.9	.1	.1	15 - 19
20 - 24	3,423	19	19.1	.1	-	20 - 24
25 - 29	7,159	52	51.5	.5	.5	25 - 29
30 - 34	14,339	126	127.3	1.3	.8	30 - 34
35 - 39	24,633	281	277.9	3.1	2.3	35 - 39



Diagramma N° 1

Il diagramma rappresenta le proporzioni nella Tavola N° I per i maschi dell'Inghilterra e del Galles.

Partendo dall'età 10..... Partendo dall'età 9.....

Tavola del Text Book. Partendo dall'età 10.....
Le misure di età si trovano sull'asse ascissa e le ordinate rappresentano le proporzioni.

Diagramma N° 2

Il diagramma rappresenta le proporzioni nella Tavola N° II Inghilterra e Galles, maschi - Inghilterra e Galles, Femmine. La coppia delle linee superiori segue il metodo del primo Artista (britannico) e la coppia delle linee inferiori il metodo ritratto.

Le misure di età si trovano sull'asse ascissa e le ordinate rappresentano le proporzioni.

Diagramma N° 3

Il diagramma rappresenta la Tavola N° III e mostra con una curva i valori del tasso centrale di morte, m_x , derivato dai dati originali, cioè le popolazioni enumerate al censimento del 1911 e le morti nei tre anni che vanno dal 1910 al 1912.

La coppia di curve più alta si riferisce ai maschi e quella più bassa alle femmine.

La linea interrotta..... dà i valori non graduati e la linea continua quelli graduati.

Le età sono sull'asse ascissa e le ordinate rappresentano i valori di m_x .

Diagramma n° 4

Il Diagramma rappresenta le proporzioni $\frac{L_{x+1}}{L_x}$ nella Tavola n° V per i maschi ed ha una divisione separata per ciascuna colonna della tavola. Rappresenta inoltre le stesse proporzioni secondo la Tavola di Vita preparata per la sezione corrispondente della Popolazione.

Popolazione registrata graduata _____

Tavola di vita della popolazione -----

Diagramma n° 5

Il Diagramma rappresenta le proporzioni $\frac{L_{x+1}}{L_x}$ nella Tavola n° V per le Femmine, ed ha una divisione separata per ciascuna colonna della tavola. Rappresenta inoltre le stesse proporzioni secondo la Tavola di Vita preparata per la sezione corrispondente della popolazione

Popolazione registrata graduata _____

Tavola di Vita della Popolazione -----

Diagramma n° 6. Maschi

Popolazione graduata a ciascuna età su 100.000 viventi di età dai 16 ai 35 anni, compreso l'ultimo compleanno.

Inghilterra e Galles _____

Scotia -----

Irlanda

Diagramma n° 7. Femmine

Popolazione graduata a ciascuna età su 100.000 viventi di età dai 16 ai 35 anni, compreso l'ultimo compleanno

Inghilterra e Galles _____

Scotia -----

Irlanda