

Mortalità

Traduzione dal tedesco dell'articolo:

Sterblichkeit und Sterblichkeitstafeln

di W. Lexis inserito nello

Handwerkerbuch der Staatswissens-

chaften di Conrad, Lexis, Elster,

Loening - 29.^o fascicolo Fischer

Jena 1893.

Tabelle di Mortalità

Il metodo più comunemente usato per il calcolo della mortalità è quello di confrontare la cifra dei decessi, che si verificano in un certo periodo di tempo col numero degli abitanti. Però, come quest'ultimo può essere variabile, si ottengono sempre dei risultati diversi, secondo che si prende per divisore il numero della popolazione o al principio, o alla fine o alla metà del periodo di tempo. La teoria conduce invece a surrogare il numero degli abitanti col tempo vissuto dalla popolazione in questo periodo.

In tal modo ogni individuo che
in questo tempo abbia fatto parte
della popolazione sarà calcolato
con quel tanto spazio di tempo
durante il quale egli s'è espo-
sto al pericolo di morte. In pra-
tica, ed almeno per le rispettive
popolazioni "complessive", vale
a dire per le popolazioni che
sono fissate tra confini terri-
toriali si potrà procedere sol-
tanto per mezzo di estimazione,
esprimendo il tempo vissuto con
il prodotto della lunghezza
del periodo di tempo ed il nu-
mero degli abitanti alla metà
del periodo stesso; oppure colla
semisomma del numero degli
abitanti al principio ed alla fi-
ne del periodo di tempo.

Il rapporto formato sia
nell'uno che nell'altro modo
colla divisione del numero dei

Decessi per il numero degli abitanti o per il tempo da questi restati nel gruppo osservato e speso in anni si chiama „ cifra di mortalità“. In taluni casi questa cifra di mortalità si piglia per misura della mortalità stessa. Però essa si presenta come un' espressione troppo sommaria nelle indagini più minute e più profonde. Non è qui il caso di entrare in una critica più profonda del significato metodico della cifra di mortalità (per la proporzione di quest'ultima con la media durata della vitalità, vedi Art: „Lebensdauer“, Bd. IV. S. 985), tanto più che nessuno negherà che lo statista farà meglio, quando debba fare indagini sulla mortalità, di non limitarsi a semplici cifre di mortalità, ma bensì debba

calcolare delle tabelle di mortalità,
le quali danno notizie più esatte
sulla mortalità di una popola-
zione nelle diverse età della vita.

Una completa tavola di mor-
talità ci indica per ogni anno i :

1° il numero di sopravvissuti
all'età i provenienti da un
numero U_i di neonati

2° il numero dei decessi acca-
duti nel sopraddetto numero di
neonati dall'età i e fino al-
l'età $i + 1$ anni, $D_i = U_i - U_{i+1}$

3° la probabilità per l'indivi-
duo di i anni di morire prima
d'arrivare all'età di $i + 1$ anni,

$$M_i = \frac{D_i}{U_i};$$

4° la probabilità inversa, vale
a dire la probabilità per l'indivi-
duo di i anni di vivere fino al-
l'età di $i + 1$ anno

$$1 - M_i = \frac{U_{i+1}}{U_i};$$

5. - il tempo vissuto secondo la
tabella di mortalità nei limiti
di età fra i ed $i+1$ anni, V_i ;

6. - i coefficienti di mortalità
che si ottengono dalla divisione
del numero dei morti nell'età
di i fino ad $i+1$ anni per
il tempo vissuto nella medesi-
ma età, $C_i = \frac{D_i}{V_i}$;

7. - la vita media futura (v.
di Art. "Lebensdauer" Bd. IV S. 981),
e

8. - la vita probabile (v. di Art.
"Lebensdauer" Bd. IV S. 985-987).

Trovandosi in possesso di una
serie di numeri U_0, U_1, U_2 ecc
si hanno mediante semplici cal-
coli i risultati indicati nei N. 2,
3 e 4. Però dalla medesima serie
di numeri U_0, U_1, U_2 ecc non si
possono ottenere risultati esatti
di V_i (e per conseguenza anche
di C_i) perchè il valore di V_i di

pendeva dal modo nel quale accadono
 i decessi D_i nello spazio d'età da
 i ad $i+1$ anni e su questo argo-
 mento la detta serie di numeri
 U_i ci lascia senza spiegazione.
 A tutti i decessi D_i dovessero suc-
 cedere al principio del periodo di
 tempo d'un anno, si otterrebbe
 senza dubbio $V_i = U_{i+1}$, e vicever-
 sa se succedessero alla fine $V_i = U_i$;
 fra questi due limiti (U_{i+1} e U_i)
 si dovrà dunque cercare il vero va-
 lore di V_i e si avrà $V_i = \frac{1}{2}(U_i + U_{i+1})$
 (vedi Art. "Lebensdauer" Bd. IV S.
 984). Però da questa ultima for-
 mula si otterrebbe il giusto risultato
 soltanto se i decessi fossero distri-
 buiti regolarmente nello spazio
 d'età da i ad $i+1$ anni. Si
 può assumere quest'ultima come
 formula approssimata per tutte le
 età della vita all'infuori forse
 del 1.° e 2.° anno di età, per

questi ultimi occorrono per calcolare
il tempo vissuto, indicazioni più
esatte sul numero di sopravvi-
venti, vale a dire, non è suf-
ficiente conoscere i sopravvissuti
alla fine di ciascun anno, ma
bisogna conoscere il numero al-
la fine di ogni mese di età. Le
tavole statistiche dei morti offro-
no ordinariamente le notizie
desiderate per questi calcoli. Qui
appresso si mostrerà in quale
modo la determinazione del
tempo vissuto (V_i) si possa
fare con maggiore precisione, me-
diante una maggiore esattezza
nelle indicazioni dei superstiti.

A tale scopo si prenda fra
le cifre U_i e U_{i+1} , che formano
due limiti superiori ed inferiori
del valore da cercarsi V_i , una
terza cifra $U_{i+\frac{1}{2}}$ che indica
i sopravvissuti dell'età $i+\frac{1}{2}$,

allora si può dividere l'incognita
 V_i in due parti, dalla quale la
prima ci indica il tempo vissuto
da i fino ad $i + \frac{1}{2}$ anni e la
seconda da $i + \frac{1}{2}$ fino $i + 1$ anni.

Per la prima parte risultano dal
precedente ragionamento come
valori estremi del tempo vissuto
 $\frac{1}{2} U_{i+\frac{1}{2}}$ e $\frac{1}{2} U_i$ e per la seconda
 $\frac{1}{2} U_{i+1}$ e $\frac{1}{2} U_{i+\frac{1}{2}}$. Commando
dapprima i due valori estremi
inferiori fra loro e poscia quelli
superiori fra loro, si ottengono i
valori limiti corrispondenti di
 $\frac{U_i}{2}$ e cioè $\frac{1}{2} (U_{i+\frac{1}{2}} + U_{i+1})$ e
 $\frac{1}{2} (U_i + U_{i+\frac{1}{2}})$.

La differenza fra questi due
valori che è soltanto di $\frac{1}{2} (U_i - U_{i+1})$ è dunque ridotta alla
metà della precedente. Suppo-
nendo 3 membri ($U_{i+\frac{1}{4}}$, $U_{i+\frac{1}{2}}$ e
 $U_{i+\frac{3}{4}}$) fra U_i e U_{i+1} si ha
una differenza $\frac{1}{4} (U_i - U_{i+1})$

fra i due limiti. Mettendo n co-
 me numero delle parti nelle quali
 è diviso l'anno d'età compreso
 fra i limiti i ed i+1 e se
α è la lunghezza di ognuna
 delle parti n (cioè $nα = 1$) si
 otterranno per determinare il
 valore di $\bar{V}_i$ le seguenti inegua-
 glianze

$$\bar{V}_i > \frac{1}{n} (U_{i+α} + U_{i+2α} + U_{i+3α} + \dots \\
 \dots \dots \dots + U_{i+(n-1)α} + U_{i+1})$$

$$\bar{V}_i < \frac{1}{n} (U_i + U_{i+α} + U_{i+2α} + \dots \dots \dots \\
 \dots \dots \dots + U_{i+(n-2)α} + U_{i+(n-1)α}).$$

Ottendendo la parte a destra
 dell'ineguaglianza di sopra da
 quella pure a destra della ine-
 guaglianza di sotto si ottiene
 l'espressione

$$\frac{1}{n} (U_i - U_{i+1})$$

la quale teoricamente può
 essere inferiore a qualsiasi
 quantità data, purché l'età
 fra i ed i+1 è divisibile in

parti infinitesimali. Con tutte queste sarebbe dunque data una soluzione teorica del problema per la determinazione del tempo vissuto T_i .

La quantità T_i viene spesso considerata anche sotto un altro aspetto e allora si ricorre al concetto di una popolazione stazionaria, cioè di una popolazione, dove:

1. le nascite si distribuiscono uniformemente nello spazio e tempo, così che il numero delle nascite che avvengono in un periodo di tempo sarà proporzionato alla lunghezza del periodo;

2. ogni quantità di nascite è assoggettata alla medesima distribuzione di decessi.

In una popolazione stazionaria sia il numero annuo

delle nascite U_0 e la nostra
 tavola di mortalità ($U_0, U_1,$
 U_2 ecc) rappresenti l'ordine
 dei decessi in questa popolazione,
 allora si ottiene per qualunque
 epoca, come cifra dei viventi
 contemporanei nell'età da i
 fino ad $i + \alpha$ una cifra che
 dev'essere contenuta fra $\alpha U_{i+\alpha}$
 e αU_i ; poiché questa somma
 di viventi è risultata da un pe-
 riodo di tempo di nascita α
 e supera senza dubbio il nu-
 mero di quelli che nel detto perio-
 do di tempo arrivano all'età di
 $i + \alpha$ (cioè $\alpha U_{i+\alpha}$) e sarà
 inferiore al numero di quelli
 che nel medesimo periodo di
 nascite sono arrivati all'età
 i (cioè αU_i). Per il nume-
 ro dei viventi nell'età $i + \alpha$
 fino $i + 2\alpha$ si ottiene in mo-
 do analogo $\alpha U_{i+2\alpha}$ e $\alpha U_{i+\alpha}$

come limite inferiore e superiore
ecc, e finalmente valgono come
tali per il numero Dei viventi
nell'età $i + (n-1)/d$ fino
 $i+1$ i valori estremi di U_{i+1}
e di $U_{i+(n-1)/d}$.

Commando dunque tutte
le n quantità che si presen-
tano come limiti inferiori
del numero Dei viventi e le
quantità n che si presentano
come limiti superiori, si han-
no le espressioni del limite
inferiore e superiore Dei viventi
nell'età i fino $i+1$ e le
quantità ottenute in tal modo
sono identiche ai valori limiti
già ricavati per la determina-
zione del tempo subito (V_i). E-
rà come i detti valori limiti,
continuando colla divisione dello
spazio d'età da i fino ad
 $i+1$, possono essere avvicinati

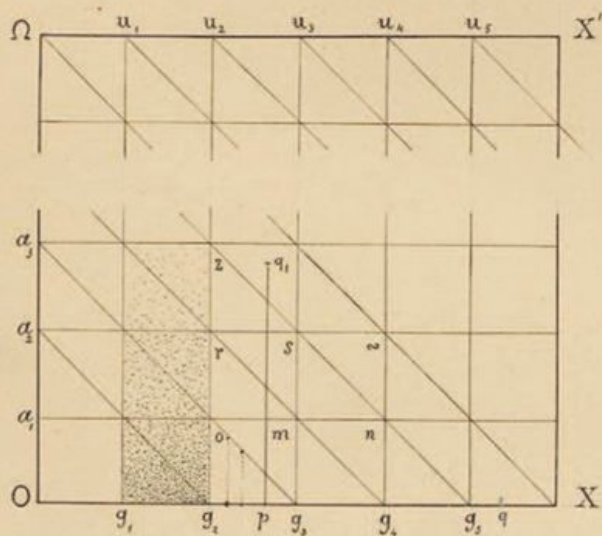
a volontà, il tempo vissuto nell'età i fino $i+1$, secondo la tavola di mortalità, è eguale al numero dei viventi del medesimo spazio d'età in una popolazione stazionaria con un numero annuo di nascite U_0 e un ordine di decessi corrispondente alla tavola.

Da qui il significato di V_i come numero dei viventi contemporanei di una popolazione pre-stazionaria (S. Becker).

Valendoci della rappresentazione grafica data nell'Art. Bevölkerungswechsl.: Allg. Theorie des Bevölkerungswechsels (Bd. II, S. 456-463) teoria del movimento popolazioni (Bd. II S. 456-463) si possono presentare i vari elementi che vengono considerati in una tavola di mortalità nel modo in

X fig.

Fig. 1.



Dicato qui accanto ^{nella Fig. 1} ved. ~~fig. 1~~
 Art. Bevölkerungsverein Bd. II S. 4/9
 §. 2) ^{ove} ~~facendo~~ gli intervalli
 di tempo di calendario e rispet-
 tivamente quelli dell'età $g_1, g_2, g_3, \dots$ e $a_1, a_2, a_3, \dots$
^{solo posti quelli} ~~ad~~ ad un anno. Allora
 il numero dei punti d'interse-
 zione $om, rs, \dots$ colle linee di
 vita che partono da g_2, g_3 o
 i punti $om, u_2, u_3, rs, n_2, n_3$
~~u~~ ^u ~~u~~ ^u compresi nella zona rap-
 presentano le quantità U, U_2
 u , colla condizione però che il
 numero delle linee di vita che
 partono da g_2, g_3 più $= U_0$.
 Inoltre vengono rappresentati i
 valori P_0, P, u nei punti
 compresi nei quadrati $g_2, g_3, om,$
 om, rs, u . Finalmente corrispon-
 derebbero le cifre dei punti d'
 intersezione delle linee di vita
 colle linee g_2, o, m, r, s, z, u ~~u~~ ^u ~~u~~ ^u

valori V_0, V_1, V_2 , ecc. soltanto
quando si adottassero le ipotesi
che:

1/ i punti corrispondenti alle
nascite siano ripartiti unifor-
memente sulla linea $g_2 g_3$, e che;

2/ ogni quantità infinitesi-
male del numero delle nascite
corrispondente a $g_2 g_3$ sia sog-
getta al ~~massimo~~^{medesimo} ordine dei
Recipi. Euth due le condizioni tro-
vano la loro espressione sulla fi-
gura (4) nel modo seguente:

Si dividano le zone $g_2 g_3$
 $u_2 u_3$ mediante linee che andan-
do da $g_2 g_3$ fino ad $u_2 u_3$ pa-
rallele all'asse OR , in un nu-
mero grandissimo (a rigore infinito)
di piccolissime strisce di eguale
lunghezza.

Osservando ora come le linee di
vita e rispettivamente i punti di
morte si dispongono nell'interno

delle spiriole epi formate si tro-
 va che a questo riguardo tutte
 presentano parità perfetta e si
 ottiene una immagine che corri-
 sponde esattamente alle condizioni
 sopra indicate. Fu sopra dimostrato
 che quando queste condizioni si verifi-
 cano le espressioni del tempo vissuto
 (v_0, v_1, v_2 ecc) sono identiche al
 numero dei viventi corrispondente
 ad un numero annuo di nascite u_0 .
 I punti d'intersezione delle linee
 dei viventi colle linee $g_0, o, m, r,$
 sz , ecc, od il numero dei punti
 di morte contenuti in $g_0, on, u_0,$
 $sz, m, r, n, u_0, sz, n, u_0$ ecc rap-
 presentano appunto i viventi di
 età 0 fino ad a , rispettiva-
 mente nel 1.° anno di vita
 alla fine dell'anno di calen-
 dario g_1, g_2 ; i viventi di età
 a , fino ad a_2 , rispettivamente nel
 2.° anno di vita alla fine del.

l'anno calendario g_3, g_4 ; i vi-
venti nell'età a_2 fino a_3 rispet-
tivamente nel 3° anno di vita
alla fine dell'anno calendario
 g_4, g_5 , ecc, ecc.

(ved. Bd II § 460 e ff.) Per queste considerazioni è
possibile di valersi nel calcolo della
tavola di mortalità anche dei
complessi elementari scomponendo
le quantità D_i in due parti
 F_i e G_i , con che F_0, F_1, F_2 ec
verrebbero a corrispondere con il
contenuto dei punti di morte in-
clusi nelle aree triangolari g_1, g_2, g_3 ,
 omr , ec e G_0, G_1 ec con il ^{numero} ~~contenuto~~
~~tenuto~~ dei punti ^{contenuti} nelle aree
 g_3, om, mr, s , ec. In tal modo
si hanno le eguaglianze:

$$U_0 - F_0 = V_0; \quad V_0 - G_0 = U_1;$$

$$U_1 - F_1 = V_1; \quad V_1 - G_1 = U_2 \text{ ed in}$$

$$\text{generale } U_i - F_i = V_i \text{ e } V_i - G_i =$$

$$U_{i+1} \text{ oppure}$$

$$F_i = U_i - V_i \text{ e } G_i = V_i - U_{i+1}$$

Però si deve sempre intendere
che qui si ha a fare con una
figura dell'ordine dei Decessi, che
corrisponde alle ipotesi sopra in-
dicate sotto i numeri 1 e 2).
Generalmente si può prescindere
dal modo col quale le nascite
 U_0 , dalle quali ha origine la
tavola, si dispongono nel tem-
po, e tanto meno è legato il
concetto generale dell'ordine dei
Decessi di una generazione, alla
idea che ogni parte del comples-
so originario di nati muoia
nel medesimo modo.

Finora si è spiegato il concetto
di una tavola di mortalità, si
tratta adesso di mostrare in
qual modo si deve procedere per
calcolarla.

Va innanzi a tutto menzio-
nato quel metodo che non tro-
po giustamente ha preso il

nome dell'ottonomo inglese Halley,
il quale ha il merito d'essere
stato il primo che ha tentato
di compilare una tavola di morta-
lità per tutto il corso della vita
umana mediante un dato ma-
teriale statistico. Secondo il co-
piato metodo di Halley vengo-
no impiegati per calcolare la
ditta tabella i decessi ordinati
per classi d'età d'un certo pe-
riodo di tempo, sia per es. un
anno calendario (per ~~semplicità~~
~~di~~ semplicità anche mostrando
gli altri metodi fatti sopra il
periodo di tempo nel quale si
trovano le nascite o i decessi
che servono per la composizione
di una tabella pari ad un anno
di calendario).

Gli elementi di detta tavola
di mortalità si suppongono in
una proporzione costante col.

rispettivo numero dei morti nelle
 varie età e nella stessa ragione
 del numero complessivo dei nati
 U_0 , al totale dei morti, è eguale
 se M_i è il numero dei morti nell'età
 da i ad $i+1$ dell'indicato anno
 di calendario $\sum M_i$ rappresenterà
 ~~$\sum M_i$~~ il numero complessivo dei
 morti e si calcolerà ogni D_i secon-
 do la formola: $\frac{D_i}{U_0} = \frac{M_i}{\sum M_i}$.
 Per ottenere un'adeguata idea
 grafica del procedimento, s'im-
 maginiamo nella figura  (B. II
 B. 47), le linee trasversali g_4, r e
 g_5 prolungate fino alla estre-
 ma linea d'età OX . Poiché
 i tratti di linea Oa_1, a_2, a_3 in
 sono eguali a un anno, si de-
 ve fare la distanza fra OX e
 OX' eguale a circa 100 di que-
 sti tratti. Per conseguenza i
 punti d'incontro delle trasver-
 sali prolungate g_4, r e g_5 colla

retta prolungata $\Omega X'$ adono ad una
 distanza di 96 e rispettivamente 95
 intervalli della lunghezza Oa , dal.
 l'asse $O\Omega$ verso sinistra e possono
 essere espressi in modo analogo con
 u_{96} e rispettivamente u_{95} . Rife-
 rendosi dunque nel metodo di
 Halley, il materiale raccolto ad
 esempio all'anno di calendario
 $I_4 I_5$ sarà dato dai punti con-
 tenuti nei parallelogrammi $g_4 g_5 m n$,
 $m n r s$, che appartengono tutti
 alla zona trasversale $g_4 g_5 u_{96} u_{95}$.
 Ritornando all'idea grafica del.
 l'ordine dei disegni è una gene-
 razione, spiegata superiormente,
 si riconosce subito su quale prin-
 cipio si fonda il così detto meto-
 do di Halley. Con esso si costrui-
 sce una zona della forma
 $I_2 I_3 u_2 u_3$ con una della forma
 $I_4 I_5 u_{96} u_{95}$ e al posto delle
 superfici di forma quadrata

$g_1 g_3 om, omrs$, si hanno le super-
 ficie inclinate $g_1 g_3 mn, mnrs$,
 Esiste un caso speciale nel quale
 è ammissibile un tal procedimen-
 te. Si figuri che nella nostra fi-
 gura (A) nella forma che si pu-
 sentava nell'anzidetta spiega-
 zione tutte le zone della prima
 $g_1 g_3 u_1 u_3$ a partire da $g_{96} g_{97}$
 $u_{96} u_{97}$ ed arrivando fino a
 $g_1 g_3 u_1 u_3$ si sovrappongono tan-
 to per il numero quanto per la
 disposizione dei punti di mortali-
 tà ivi indicati. Allora si avreb-
 be che:

1° le quantità rinchiuse in
 quadrati sarebbero dipendenti sol-
 tanto dalla loro altezza e non
 già dalla posizione che avrebbero
 per rispetto dell'asse OR ; si a-
 vrebbe per esempio:

$$PJ(g_1 g_3 om) = PJ(g_3 g_1 mn);$$

$$PJ(omrs) = PJ(mnso); \text{ e}$$

(ved. BII 5 4/9-450)

2. le quantità principali di morte della 1^a forma sarebbero identiche a quelle della 3^a forma quando i limiti d'età fossero uguali; si avrebbe per esempio:

$$PT(g_3, g_3, 0 m) = PT(g_1, g_3, 0 m) \text{ che risulta dall'uguaglianza } PT(g_1, g_3, 0) = PT(g_3, g_3, m); \text{ oppure}$$

$PT(m, n, 1 s) = PT(m, n, 0 s)$ che risulta dall'uguaglianza $PT(m, 1 s) = PT(0, n, 1 s)$. La condizione che tutte le zone della forma g_1, g_3, n_2, n_3 si debbono eguagliare perfettamente si può esprimere a parole nel modo seguente. Numero annuo costante di nascite (durante un periodo di tempo di 101 anni supponendo che l'età massima sia di 100 anni) con eguale ordine di successi per ogni generazione considerata.

Cio equivale a dire che il così detto metodo di Halley è esat.

colato su una popolazione stazionaria
(vedere il § 3 Dove è data una
Tavola fatta di ciò che s'intende
per popolazione stazionaria). Delle
due ipotesi accennate, la prima
è quella che in generalità sfaccia
in grado molto maggiore dalla
realtà che non la seconda, perchè
generalmente l'ordine dei Decessi
è sottoposto ad una variazione
relativamente più lento, mentre che
le cifre delle nascite di anni &
calendario diversi da un lungo
periodo di tempo mostrano delle
differenze molto considerevoli.
Spesso si presenta il caso che le
cifre annue delle nascite siano
in aumento, e questo ha per con-
seguenza, per una popolazione
stazionaria, un restringimento
nelle classi d'età più avanzate.
Perciò in quel caso una tavola
di mortalità costruita col caso

(Vedi Bd. II § 460 Sp. 1)

Detto metodo di Halley dà una mor-
 talità maggiore di quanto si
 abbia nella realtà. Quando il
 numero annuale delle nascite
 diminuisse si otterrebbe un risul-
 tato opposto. Per togliere dunque
 l'influenza perturbatrice dello
 aumento o della diminuzione
 del numero annuo delle nascite
 è sufficiente, nella determina-
 zione degli elementi di quella
 tavola mediante un materiale
 relativo alle morti, come giul-
 lo del metodo di Halley, tener
 presente i numeri delle corri-
 spondenti nascite. Ciò che si
 esprime colla formola:

$$\frac{D_i}{u_i} = \frac{M_i}{N_i}$$
 nella quale
 M_i ha lo stesso significato che
 precedentemente e N_i rappre-
 senta il numero dei nati dai
 quali sono usciti i morti.
 Poiché però la quantità M_i , come

quantità principali della 1^a for-
 ma, derivano da due anni diversi
 di nascita N_i si potrà calcolare
 convenientemente, ed in tal caso
 per il calcolo si può ammettere
 N_i eguale alla semisomma delle
 nascite di tutti e due gli anni
 di calendario considerati. Un
 processo più esatto offre il me-
 todo tenuto per l'Anhalt dal
Knapp sul quale qui non entriamo.
 Quando si sia calcolato per tutte
 le età da $i=0$ fino ad $i=\omega-1$
 il quoziente $\frac{D_i}{v_0}$ e con esso trova-
 te le quantità D_0, D_1, D_2 ecc.
 (poiché per v_0 si può mettere
 qualunque cifra) si ottengono i
 valori della tavola di mortalità
 per mezzo di sottrazioni succes-
 sive: $u_1 = u_0 - D_0$; $u_2 = u_1 - D_1$;
 $u_3 = u_2 - D_2$ ecc. Non è però escluso
 il caso che si ottenga $u_\omega > 0$, op-
 pure $u_\omega < 0$ e ciò in contraddi-

zione del concetto del valore di
 U_w . È da osservare che la condi-
 zione $U_w = 0$ oppure $U_0 = D_0 + D_1 + D_2$
 $+ \dots + D_{w-1}$ non ha bisogno di
 esistere per ogni elemento D_i viene
 calcolato mediante la morta-
 lità di generazioni diverse come
 è qui il caso; e che soltanto
 nella ipotesi che ogni genera-
 zione considerata sia stata sotto-
 posta alla medesima mortali-
 tà, è necessario che la sopradetta
 eguaglianza si verifichi. È
 dunque questo metodo da preferir-
 si a quello di Halley, poichè pren-
 dendo in considerazione le uscite,
 l'influenza perturbatrice del va-
 riare delle cifre annue di queste
 può dirsi completamente eli-
 minata, tal metodo è applicabile
 evidentemente soltanto nel caso
 di una mortalità invariabile
 nel tempo.

Un' antitesi diretta a questi due
metodi forma il metodo che anzi-
chè configurare i morti d' un deter-
minato anno d' calendario segue
invece i nati d' un anno ca-
lendario fino a che a poco a poco
si spengono. Qui sono necessarie le
classi d' defunti della 3^a forma
che appartengono cioè tutti al-
lo stesso anno d' nascita. Occor-
re la rappresentazione grafica
della successione d' morti d' una
generazione data più sopra (p. 24)
si tratterebbe qui unicamente
d' ridurre i morti delle diverse
classi d' età alla quantità 1.
Tale procedimento può sembrare
il più naturale ed il più adatto
per giungere alla determina-
zione della mortalità d' una
generazione, esaminandolo più
minutamente non si presenta
però ^{alcune} obiezioni. A parte la

Difficoltà pratica che si incontra
in molti casi nel procurarsi un
materiale sulle morti osservate
in parecchi Decennii, trascorsi fino
al limite di un intero secolo, il
rigore del metodo è nella mag-
gioranza dei casi solamente
apparente. Perchè nell'osservazione
di tal metodo - come pure dei
due primi - viene trascurato un
fattore importante, che è l'imi-
migrazione e l'emigrazione, le
quali si verificano in un terri-
torio popolato. Questa fu l'ob-
iezione principale fatta alle
tavole di mortalità di Her-
mann, costruite secondo que-
sto principio per la Baviera.
Oltre a ciò si aggiungeva per
questa la circostanza che furono
notificate dalla statistica
bavarese le quantità secondo la
1.^a e non secondo la 3.^a forma,

come prescrive il metodo. Hermann
impiegò semplicemente le prime
considerandole come esatte per
costruire la sua tavola, malgrado
che conoscessi bene l'inesattezza
che faceva.

Ma non solo le migrazioni
rendono quasi impossibile il calco-
lo di tavole di mortalità per
generazioni effettive. Quando anche
si potesse eliminare questo fattore
la più grande parte degli stati-
stici (non così G. Meyer) non
vedrebbero alcun vantaggio in
tavole costruite in tal modo
e con ragione, perchè per ogni
classe d'età viene considerato
un diverso tempo di morte. Orsì,
secondo l'opinione generale
le mortalità delle successive
età, ottenute così non sono pa-
ragonabili, fra loro, perchè la
mortalità è soggettata general-

mente a variare col tempo. Il
 problema d'una tavola d'morta-
 lità consiste piuttosto nell'espre-
 mere i rapporti d'mortalità per
 un determinato periodo di tempo, e
 questo problema può essere risolto
 soltanto ponendo i Defunti del-
 le diverse classi d'età in rap-
 porto coi corrispondenti viventi
 (Mortalità d'una generazione
 ideale, vedi Bo. II S. 401 Sp. 1/).
 È chiaro che con un metodo il
 quale è basato su questo princi-
 pio, l'influenza delle migrazio-
 ni, anche se non vengono consi-
 derati affatto, non può mai
 essere così grande come coi me-
 todi i quali confrontano i de-
 funti coi nati, perchè venendo
 rimpiazzati quest'ultimi dai vi-
 venti, le quantità delle generali
 una viene messa in rapporto col-
 l'altra si accettano molto più

riguardo al tempo. Nel seguente
paragrafo sono discussi tre meto-
di di questo genere.

Uno dei metodi è quello di
Becker - Heuner, e veniva indicato
già nell'art. "Movimento della
popolazione" (Pag. 460 col. 1 e 2).
Secondo quanto è detto in quel-
l'art. in questo metodo il mate-
riale statistico necessario è:

1) una serie di classi princi-
pali di viventi di 2.^a forma, i
quali siano tutti arrivati nello
stesso tempo (per esempio nell'an-
no di calendario g_2, g_3) al limite
d'età di 0 anno [i nati di que-
st'anno di cal.: $PT(g_2, g_3, u_2, u_3)$]
1 anno [$PT(0, m, u_2, u_3)$], 2 anni,
3 anni, ecc. e.

2) Una serie di classi princi-
pali di defunti di 3.^a forma, che
vengono ripartite in due classi
elementari [$PT(g_2, g_3, m, u)$],

$PJ(omrs/cu)$ per la linea ipocro-
na, la quale corrisponde al punto
estremo dell'anno di calendario
 $g_3 g_4$ (la trasversale prolungata
 $g_4 r$).

Quale metodo ~~di approssimazione~~ ^{seguire} sia
necessario per formare un mate-
riale così distribuito è stato dimo-
strato minutamente nell'art.

« Movimento della popolazione. »

Trovandosi però in possesso delle
due sopradette serie di classi di vi-
venti si ottengono per semplici
divisioni dei numeri della 2.^a
serie di viventi per i numeri
corrispondenti della 1.^a serie
[$PJ(g_3 g_4 m n)$ per $PJ(g_3 g_4 n_3 n_4)$,
e $PJ(omrs)$ per $PJ(om n_2 n_3)cu$],
le probabilità della morte W_0 ,
 W_1 , W_2 ecc fino a W_{w-1} . Queste
probabilità sono connesse colle
cifre dei sopravvissuti nel se-
guente modo: $\frac{u_1}{u_0} = 1 - W_0$,

$$\frac{u_1}{u_0} = 1 - W_1, \quad \frac{u_2}{u_1} = 1 - W_2, \dots$$

$$\frac{u_i}{u_{i-1}} = 1 - W_{i-1}.$$

Moltiplicando una volta le parti a sinistra e l'altra volta quelle a destra delle equazioni precedenti, si ottiene $\frac{u_i}{u_0} = (1 - W_0)(1 - W_1)(1 - W_2) \dots (1 - W_{i-1})$. Così è facile di derivare gli altri elementi della tavola dai valori già trovati di W . Ancora è da menzionare che Becker ha completato detto metodo, tenendo conto nel calcolare le probabilità di morte dell'influenza delle migrazioni, e ciò applicando al divisore una correzione il cui valore numerico suppone la cognizione della distribuzione degli immigrati ed emigrati, secondo l'età e secondo l'anno di nascita. Teoricamente il metodo di Becker - Tenner è irrefutabile quando si prescinde dalle migrazioni - fino a che ogni

valore N viene fissato rigidamente.
Poi si obietta a questo ~~questo~~
metodo, e non senza ragione, che
una tavola di mortalità costrui-
ta con esso non comprende in se
la mortalità di un determinato
anno di calendario, ma bensì che
i decessi considerati si riferiscono
piuttosto a due anni di calendario.
I decessi di ogni anno di calenda-
rio non vi vengono calcolati per
intero, ma circa alla metà, e con-
seguenza non corrisponde prima-
mente il metodo al quesito pro-
posto di stabilire la mortalità
di una generazione ideale. Si
tratta in quel caso di mostrare
in qual modo andrebbero i de-
cessi di un numero di neonati
quando questi fossero esposti alla
mortalità che si è ottenuta
mediante l'esperienza di un
determinato periodo di tempo.

Un altro metodo di più facile
uso si ha mediante un materiale
statistico che si componga:

1) di quantità principali di
Defunti della 1.^a forma, che ap-
partengono tutti alla medesima
epoca d'osservazione (dello stesso
anno d'calendario), siano essi
 M_0, M_1, M_2 ecc.

2) di quantità principali di
viventi della 1.^a forma, che si ri-
feriscono tutti allo stesso momen-
to, il quale si trova alla metà
del periodo d'osservazione.

Siano P_0, P_1, P_2 ecc. le cifre
dei viventi nel 1.^o, 2.^o, 3.^o ecc. anno.
Secondo il metodo che ora si consi-
dera vengono formati dei quozien-
ti di forma $\frac{M_i}{P_i}$ e presi come
espressioni dei coefficienti di mor-
talità $C_i = \frac{D_i}{V_i}$. Mettendo nel-
l'ultima formula invece di V_i il
suo valore approssimato $U_i = \frac{1}{2} D_i$

Ad osservando che $\frac{D_i}{W_i} = W_i$ si ha
 l'equaglianza $C_i = \frac{W_i}{1 + \frac{1}{2} W_i}$ dalla quale
 risulta $W_i = \frac{C_i}{1 + \frac{1}{2} C_i}$. Però secondo il
 metodo esiste anche l'equaglianza
 $C_i = \frac{M_i}{P_i}$ si ottiene quindi la for-
 mula $W_i = \frac{M_i}{P_i + \frac{1}{2} M_i}$ la quale serve
 per calcolare direttamente una
 serie di valore W_i mediante un
 materiale che sia nelle suddette
 condizioni. Dalle cifre ottenute così,
 si derivano nello stesso modo come
 nel cap. del metodo di Becker-
 Tenner, gli altri elementi della
 tavola di mortalità. Qui non
 si può stabilire nulla di preciso
 sul grado di approssimazione
 che si ottiene colla suddetta for-
 mula. Sarebbe necessario di ve-
 rificare le ipotesi sulla quale
 basa l'equaglianza $\frac{M_i}{P_i} = \frac{D_i}{V_i}$.
 Ma tale studio non sarebbe nel-
 lun risultato usando del metodo
 grafico che ci servi per la spiega.

zione degli altri metodi. D'altra
parte non ci pare il caso d'intro-
durre nuovi concetti ed un sistema
analitico più perfezionato di cifre
per definire il problema
Trattasi in quest'articolo soltan-
to d' dare un buon cenno dei
metodi che vengono specialmente
adoperati. Generalmente si può
dire che il metodo $W_i = \frac{m_i}{P_i + \frac{1}{2} m_i}$ of-
fre sicurezza sufficiente là dove
le differenze d'età in ogni clas-
se d'età non superano un
anno, ed eccurione più dei pri-
mi anni di vita. Ordinariamem-
te calcolando una tavola con
questo metodo, si trova la mor-
talità per il periodo d'età di 0
fino 5 anni mettendo in rap-
porto le cifre dei defunti colle
corrispondenti cifre dei nati, ciò
che si raccomanda special-
mente per il fatto che nel cens.

mento di una popolazione l'indica-
zioni d'età nelle classi più giovani
sono le più inesatte. Di più il metodo
è applicato agli alti (è adottato
in Inghilterra, Francia, Italia
ecc) perchè il materiale sulle
morti nella maggioranza dei casi
si presenta come quantità prin-
cipale della prima forma, renden-
dolo così di facile applicazione.
Questo metodo è inferiore a quello
di Becker Kemmer per quanto ri-
guarda l'esattezza nella ricerca
del valore di W_i , ma è superiore
a quest'ultimo perchè una tavola
calcolata colla formola $W_i = \frac{m_i}{R + \frac{1}{2} m_i}$
comprende sempre uno spazio
di tempo fisso. Ancora è d'osser-
vare che avuto riguardo all'usan-
za di esprimere i censimenti della
popolazione alla fine di un anno,
non si deve mai scegliere come
periodo d'osservazione delle

morti un solo anno, ma bensì
2, 4 o 10 anni, affinché i viventi
cadano nella metà dello spazio
di tempo di conseguenza si dovrà
prendere per M_i una media di
parecchi anni.

Il terzo e l'ultimo metodo
per la costruzione di una tavola
di mortalità mediante i dati
sulle morti ed i risultati dei
censimenti di una popolazione
è quello di Böckh, che si usa
nella costruzione di tavole di
mortalità a Berlino. Il metodo
comprende sempre un determinato
anno di calendario come periodo
di mortalità e richiede che
siano noti i viventi al prin-
cipio dell'anno e le quantità
elementari dei defunti durante
l'anno. Debbono calcolare una
tavola di mortalità per l'anno
1890. Böckh parte dal numero

Dei nati in quest'anno di calendario,
 cioè da $PJ(g, g, u, u)$, e divide
 per questo numero il numero
 $PJ(g, g, u)$. Il quoziente egli
 lo considera come un valore della
 espressione $\frac{P_0}{u_0}$ formata mediante
 elementi della tavola mi morta-
 lità. Di più Böckh pone

$$\frac{PJ(g, m)}{PJ(g, m, u)} = \frac{G_0}{v_0}$$

$\frac{PJ(m, u)}{PJ(m, u, u)} = \frac{F_1}{u_1}$, [il divisore
 della parte sinistra dell'ultima
 equazione si ottiene sottraendo da
 $PJ(g, m, u)$ la quantità ele-
 mentare $PJ(g, m)$.] $\frac{PJ(m, u)}{PJ(m, u, u)} =$
 $\frac{G_1}{v_1}$, $\frac{PJ(r, u)}{PJ(r, u, u)} = \frac{F_2}{u_2}$, e così
 via in tal modo fino all'ulti-
 mo limite di età. Dopo trovati i
 valori numerici della quantità

$\frac{F_0}{u_0}, \frac{G_0}{v_0}, \frac{F_1}{u_1}, \frac{G_1}{v_1}, \frac{F_2}{u_2}$ ecc. si pos-
 sono ricavare senz'altro non
 solo le cifre dei sopravvissuti
 u_1, u_2, u_3 ecc., ma anche le

cife che esprimono il tempo vis-
suto T_0, T_1, T_2 ecc. considerando
i rapporti $T_0 = U_0 - F_0$; $U_1 = T_0 - F_0$;
 $T_1 = U_1 - F_1$; $U_2 = T_1 - F_1$ ecc.

Böckh considera come un gran-
de vantaggio del suo metodo quello
di non avere bisogno di usare for-
mole approssimate per calcolare
il tempo vissuto, poichè il suo me-
todo insegna il modo di fissarlo
esattamente, ciò che non fanno
gli altri metodi. Esaminando però
meglio il procedere di Böckh si
trova che non è senza obiezioni.
Primieramente osserviamo l'e-
quazione $\frac{P_1 (g, g_5 u)}{P_2 (g, g_5 u_4 u_5)} = \frac{F_0}{U_0}$

Qui F_0 indicherebbe soltanto
il numero di coloro che sono
morti prima della fine dell'an-
no di calendario e derivante da
un numero U_0 di morati del
l'anno g, g_5 . In tal modo

dovrebbe operare con una semplice
 formula di riduzione, sostituendo
 al numero arbitrario u_0 il nu-
 mero effettivo dei nati $P/(g, g, u, u_0)$
 Qualora nello stesso tempo T_0 dovess
 rappresentare anche la differenza
 fra il numero dei nati u_0 ed
 il tempo residuo T_0 , come si sup-
 pone nel metodo di Böckh, l'e-
 quazione suddetta perderebbe della
 sua generale validità. Fu sopra
 dimostrato che date certe ipotesi
 (Divisione proporzionale di nasci-
 te e ordine di decessi invariabile)
 il numero dei viventi alla fine del-
 l'anno di calendario in età fra
 i ed $i+1$ è identico col tempo re-
 siduo della stessa generazione nel-
 l'età da i ad $i+1$. Con un'al-
 tra ripartizione delle nascite o
 col non tener dell'ordine di decessi
 non è necessario che le dette
 quantità si eguagliano. È impossibile

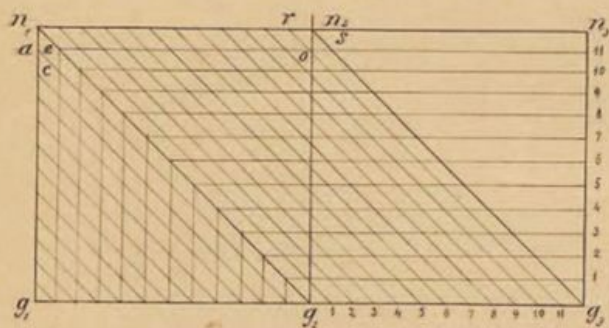
Scoprire il tempo vissuto dai nati
d' un anno di calendario nell'età
da 0 ad 1 anno, senz' aver seguito
le singole unità di nati fino al
momento nel quale non se ne
fiano più fra di quelli che o non
hanno sorpassato l'età di 1 anno
o che non sono morti prima di
arrivare. Per ciò è necessaria l'os-
servazione in uno spazio di tempo
di Due e non di un anno. Stiman-
do però, come Böckh, di trovarsi
in possesso del tempo vissuto dai
nati di un determinato anno
di calendario compresi fra l'età
0 ed 1 o sapendo quanti di que-
sti nati siano ancora in vita
alla fine dello stesso anno, si può
ritenere senza alcun dubbio di avere
una generazione sottoposta alle
suddette condizioni mutatis mutandis.
Si potrebbe usare questa configura-
zione per la determinazione della

quantità $\frac{F_i}{u_i}$ e $\frac{G_i}{F_i}$. Il metodo di Böckh è dunque un metodo approssimato più che bato sulla supposizione che le nascite di un anno siano proporzionalmente in ogni anno di calendario e che tutte le parti della nascita di un anno muoiano nello stesso modo.

A questa qualità il metodo unifica però il difetto che nel calcolare gli elementi $\frac{F_i}{u_i}$ vengono messi in conto i decessi della seconda metà e per gli elementi $\frac{G_i}{F_i}$ quelli della prima metà dell'anno di calendario in considerazione §. 2 (Vedi Fig. 5 (Bd. II S. 46)).

Secondo quanto si è detto Böckh era quando asseriva che il suo metodo è esatto e che ha la proprietà di comprendere un anno di calendario come periodo di mortalità. L'una delle due proprietà esclude l'altra,

Fig. 2 -



perchè non è possibile di seguire
sia il minimo ed il massimo
dell'età durante un anno di
calendario, una generazione che
deriva dalle nascite avvenute du-
rante un anno. Perciò si dimostra
utile lo studio per scoprire in un
anno di calendario tale quantità
di defunti che diano un valore
esatto di qualunque elemento del-
la tavola di mortalità, confron-
tandole con quantità corrispon-
denti di nati o viventi. Già il
problema, Costruire una tavola
di mortalità, che rifletta le
condizioni di mortalità d'un anno
di calendario, dimostra che qui si
ha da fare con un problema ar-
tificiale della misurazione della
mortalità (Knapp) e la risoluzio-
ne di un tale problema in modo
esatto è nella dottrina sulla
mortalità lo stesso come nella

geometria è la quadratura del circolo. Andava da menzionare che Böckh determina la mortalità per i primi anni di vita in mesi e trimestri e per tutto il corso della mortalità tien conto nel calcolo della migrazione mediante correzioni. Però queste modificazioni non cambiano per nulla la natura del metodo.

Le tabelle qui appresso sono prese dalle Dispense mensili della Statistica dell' Impero tedesco 1884, parte II, XI.

La prima ci dà le cifre dei sopravvissuti, e la seconda tabella contiene i coefficienti per mille per le classi d'età d'anno in anno fra le età fra 0 e 5 anni e poi per quinquenni. i è l'inferiore e $i+5$ il limite superiore d'età. In un quinquennio si trova che il coefficiente di mortalità

è dato dalla formula:

$$\frac{D_i + D_{i+1} + D_{i+2} + D_{i+3} + D_{i+4}}{V_i + V_{i+1} + V_{i+2} + V_{i+3} + V_{i+4}} =$$

$$\frac{U_i - U_{i+5}}{V_i + \dots + V_{i+4}}.$$

Bibliografia

Gli scritti esaminati per questa teoria sulla mortalità sono:

Art.: „Bevölkerungswesen“ teoria generale del movimento della popolazione, Bd. II, S 462-468. Inoltre:
Jarr „On the Construction of life-tables in Philosophical Transactions 1859. Weyergart Bd. I Nummer, Annuaire de Démographie 1882. Borkewitsch, la durata media della vita 1893.
Ved. anche l'Art. „Affievrarioni sulla vita“, Bd. IV S 991 ff. e, res. vite vitalitiae, Bd. IV S 1029 ff.