

# LA RÉASSURANCE DANS L'ASSURANCE-VIE

PAR

ANTOINE MANILÈVE, Paris.

Nous n'avons pas pensé que la première question offerte à la discussion du 7ème Congrès International d'Actuaires eût pour but de provoquer, même dans sa deuxième partie, de nouvelles considérations sur les jeux de hasard, une étude mathématique de plus sur la division des risques. Tous les ouvrages d'assurances sur la vie contiennent un exposé plus ou moins complet de la théorie du plein : de nombreux et distingués auteurs ont cherché dans ces traités ou dans les bulletins scientifiques des Associations d'Actuaires à établir des formules destinées, au moins théoriquement, à permettre aux assureurs le calcul du plein que ceux-ci peuvent conserver dans l'exercice de leur industrie.

La question posée nous est au contraire apparue comme une enquête sur la pratique de la réassurance, et si possible sur les résultats de cette pratique.

A ce titre, la réponse aux parties *a* et *b* de la question posée est facile ; nous verrons au contraire quels motifs nous ont rendu à peu près impossible, à notre vif regret, la réponse au paragraphe *c*.

\* \* \*

En France, il est de convention constante que le réassureur suit exactement l'assureur dans son opération, le réassureur se mettant vis-à-vis de l'assureur dans la situation précise de celui-ci vis-à-vis de l'assuré.

Le contrat qui lie l'assureur et le réassureur n'offre généralement en lui-même aucun caractère spécial ; les points qui font l'objet de la convention, police de réassurance, mode de cession, tarif, réserves mathématiques, vont être examinés un à un.



Police de  
réassurance.

La police de réassurance vise à être aussi simple que possible. Il suffit qu'énonçant la convention de réassurance, elle en fasse connaître l'objet, déterminé par les éléments suivants :

*Désignation de l'Assuré (Sexe, Nom, Age, Profession).*

*Nature du contrat.*

*Capital réassuré et prime de réassurance,*

*Montant de l'assurance totale et du plein conservé par l'assureur direct.*

Quant aux conditions générales et particulières auxquelles a été conclue l'assurance directe, le moyen le plus aisé de les faire connaître exactement au réassureur est sans conteste l'adjonction au contrat de réassurance, et la mention dans celui-ci, d'une copie de la police délivrée à l'assuré. Toute contestation sur l'objet même du contrat sera ainsi écartée.

Au cours du contrat aucune modification, plus justement aucune aggravation du risque, ne saurait, à moins d'une convention contraire préalablement fixée, être imposée au réassureur sans son consentement. Nous avons vu des discussions s'élever parfois sur ce point. En France notamment, où la plupart des Compagnies ont maintenu et maintiennent encore des surprimes de voyage pour certaines régions réputées malsaines, il est arrivé que des assureurs aient renoncé, au cours du contrat, à la surprime ou aient consenti à la réduire notablement : cette concession gratuite de tarif ne saurait être exigée, à notre avis, d'un réassureur qui n'est lié que dans les conditions du contrat primitif. Il ne s'agit ici que d'un exemple destiné à éclairer un principe, la véritable solution en pareil cas étant le plus souvent une question de fait.

Parmi les risques parfois directement assurés mais cependant exclus de la réassurance, citons le risque de guerre, qui en réalité est un risque parfaitement inconnu. Cependant quelques réassureurs acceptent, pour des capitaux relativement faibles, de réassurer ce risque, alors même qu'ils ne le garantissent pas directement.

L'opération de cession elle-même se pratique sous deux formes :

1<sup>o</sup>. *la cession facultative*, c'est à dire soumise à l'agrément du réassureur, dans laquelle celui-ci apprécie le risque sur la vue des mêmes pièces que l'assureur et à son tour accepte ou refuse la réassurance. Dans ce cas, l'assureur soumettra donc d'abord au réassureur tous les éléments d'information qui lui ont permis à lui-même de juger le risque. Ces pièces seront la copie de la proposition, des déclarations du proposant, des renseignements

fournis par l'agent ou courtier, du dossier médical complet. La 3ème de ces pièces n'est, croyons nous, trop souvent établie par les intermédiaires qu'avec un souci très relatif de l'exactitude et est de peu d'utilité pour le réassureur.

2°. *la Cession d'Office*, que le réassureur doit obligatoirement accepter en vertu d'un traité spécial, sorte de contrat de réassurance générale, établi pour un chiffre maximum fixé d'avance dans chaque catégorie d'assurances. Ici la communication des pièces énumérées plus haut n'est plus pour le réassureur qu'un élément de contrôle, au lieu d'être la base de sa décision.

Lequel de ces deux modes préconiser, acceptation facultative ou obligatoire du réassureur? Notre réponse ne saurait être absolue: c'est une question de confiance, de crédit accordé par le réassureur à l'assureur direct.

Même dans le second mode de cession, nous estimons qu'une hypothèse peut délier le réassureur: le cas où il connaît un refus échappé à l'enquête de l'assureur direct. Celui-ci cherchera alors un autre réassureur ou pourra refuser à son tour le risque en tout ou partie, pourvu qu'il ait exigé du proposant l'obligation de déclarer les refus et n'ait pas délivré déjà un contrat le liant définitivement.

Du tarif. Les conditions du contrat une fois fixées, le mode de cession arrêté entre l'assureur et le réassureur, reste la question de tarif: en France, elle est assez simplifiée du fait de la *Loi de 1905*, qui avec l'enregistrement, a imposé aux Compagnies opérant en France un tarif minimum, généralement plus élevé que les tarifs en vigueur dans les pays étrangers.

Les réassurances acceptées en France ne pouvant l'être au-dessous du tarif minimum, on ne trouvera donc dans les Compagnies Françaises qu'une proportion relativement faible de réassurances, provenant de Compagnies non enregistrées en France.

Par contre nous verrons tout naturellement des Compagnies soit françaises, soit enregistrées en France, céder, à un prix inférieur à celui du tarif minimum français, la réassurance des contrats obtenus en France à des Compagnies étrangères qui trouveront avantageux ledit tarif minimum: d'où, à coté de la réassurance faite en vertu d'une nécessité industrielle, une seconde opération financière dont le bénéfice consiste dans une différence de tarif. Cette différence de tarif sera d'ailleurs diversement réalisée, soit

par l'application d'un tarif inférieur au tarif minimum, que ce soit le tarif commercial d'un réassureur ou le tarif d'inventaire français ou tout autre tarif convenu, soit par l'obtention du réassureur d'une commission annuelle d'encaissement suffisamment élevée.

La Compagnie cédante devra réclamer de son réassureur, c'est à peine besoin de le dire, la part proportionnelle de la commission déboursée par elle. Si elle ne devait trouver chez les réassureurs qu'une commission inférieure à ce qu'elle paie elle-même, il lui appartiendrait, en bonne gestion, de n'accorder à ses courtiers sur le chiffre excédant le plein qu'une commission réduite. C'est là la théorie, nous l'avouons; dans la pratique, tout à fait à tort, les affaires se paient d'autant plus cher qu'elles sont plus grosses et cela pour être réassurées pour une part souvent considérable.

Garanties.  
Réserves  
mathéma-  
tiques.

Les considérations précédentes sont d'ordre pratique et en quelque sorte commercial: elles devraient toujours rester subordonnées aux garanties offertes par le réassureur. Il ne serait pas logique, il serait même critiquable de voir une Compagnie céder des réassurances à une autre Compagnie dont elle n'hésiterait pas à détourner les assurés sous prétexte de garanties insuffisantes ou de qualité médiocre: plus brièvement, ce qu'un assureur trouve mauvais pour ses assurés, il ne saurait pouvoir le trouver bon pour lui.

La situation des réserves mathématiques des réassurances découle en France des modèles des tableaux exigés chaque année des Compagnies, depuis la publication *d'un arrêté Ministériel du 29 Juillet 1907.*

Des réassurances acceptées il n'est pas question dans ces tableaux: elles sont traitées comme les affaires directes.

Quant aux réassurances cédées, leurs réserves doivent figurer au passif du bilan; mais elles peuvent également figurer à l'actif, si elles ont été cédées à des Compagnies enregistrées, sous une rubrique mentionnant cette particularité. Ici la valeur de la garantie des réassureurs a pour mesure la valeur de leur enregistrement.

D'après les mêmes modèles, le contrôle français semble vouloir absolument ignorer les réassurances cédées à des Compagnies non enregistrées, c'est à dire étrangères. Cette anomalie a déjà été signalée dans le rapport de Monsieur FLEURY au 6ème Congrès international d'actuaire sur: *»La surveillance des institutions d'assurances au point de vue technique.»*. C'est aussi notre avis que c'est un tort de paraître ignorer un fait. Comment la pratique

a-t-elle remédié à cet inconvénient? Les Compagnies cédantes se sont trouvées mises tout naturellement dans l'obligation de conserver les réserves des contrats réassurés à des Compagnies non enregistrées. Le résultat, au point de vue de la garantie obtenue des réassureurs, a donc été de ce côté tout à fait excellent, puisque l'assureur a lui-même en dépôt les réserves des contrats réassurés dans de telles conditions.

Des règlements Pris à sa naissance et suivi dans sa gestion, le contrat de réassurance n'a plus qu'à prendre fin pour cause de sinistre échéance, résiliation. Sur cette question de règlement, il n'y a pas à s'arrêter: le réassureur paiera au cédant contre remise de la police de réassurance et copie des pièces originales qui établissent la libération de l'assureur vis à vis de l'assuré.

\* \* \*

#### *Du Plein.*

A la question du plein, nous ne pourrions donner qu'une brève réponse. Le problème, ainsi que nous l'avons déjà dit, a été traité mathématiquement par des auteurs éminents. Aucun cependant, à notre connaissance, n'a fourni aux assureurs des formules assez simples pour que le calcul en fût aisé et leur permît de fixer le plein avec certitude.

Il est à peine utile de rappeler les conclusions des diverses formules établies: le plein, essentiellement variable, dépend du nombre des contrats en cours et peut être, au moins pratiquement, considéré comme constant pendant une période de temps suffisamment étendue; comme il augmente avec le nombre des affaires, on pourra, en se tenant à un plein constant, avoir la certitude de rester au-dessous du plein rigoureux. D'autre part une Compagnie, ne devant pas chercher à atteindre son plein théorique, — car elle risquerait ainsi de ne réaliser que de faibles bénéfices, — se contentera d'une fraction assez faible de ce plein, constituant en quelque sorte un plein pratique.

C'est bien là d'ailleurs ce qui se passe dans la réalité; mais le plein pratique n'a jamais été fixé dans les compagnies Françaises, autant que nous avons pu nous en informer, dans un rapport quelconque avec le plein théorique, aucune d'elles n'ayant tenté de déterminer celui-ci. En fait, un plein a été fixé dans chaque

Compagnie, non pas même empiriquement, mais arbitrairement, plus élevé pour les assurances Mixtes par exemple que pour les assurances Vie Entière, la mortalité des assurés de la première catégorie s'étant révélée comme inférieure à celle des assurés de la seconde. En serrant de plus ou moins près l'examen des sinistres annuels, les compagnies ont pu être amenées à rectifier, empiriquement cette fois, leur plein d'abord arbitraire.

Certes, nous croyons que dans cette question il faut bien recourir à l'expérience comme guide et comme base de vérification ; il faudrait seulement posséder des éléments d'appréciation et de rectification véritables. Des inventaires séparés établis pour les *réassurances acceptées*, pour les *assurances directes conservées*, pour les *réassurances cédées*, fourniraient, après un certain nombre d'années, des renseignements utilisables aussi bien pour la fixation du plein que sur les points qui font l'objet de la 3<sup>ème</sup> question du présent rapport.

\* \* \*

C'est à cette 3<sup>ème</sup> question qu'il nous est fort difficile pour ne pas dire tout à fait impossible de répondre. D'une part, jusqu'en 1908, les tableaux uniformes publiés par les Compagnies Françaises groupent les résultats de deux tarifs différant tant par le taux d'intérêt que par la table de mortalité. La séparation faite à partir de 1908 porte sur un temps trop court pour qu'il soit permis d'y chercher une loi.

D'autre part les réassurances acceptées figurent toujours dans ces états dans le bloc des assurances conservées ; il n'y a donc de renseignements possibles à donner que pour les réassurances cédées.

Pour une Compagnie, où nous avons pu séparer les éléments des comptes des deux tarifs, nous avons voulu examiner les résultats des dix dernières années : ils ne nous ont permis de dégager aucune conclusion précise, mais seulement la constatation suivante reproduite ici à titre de simple indication, qu'il faudrait se garder de généraliser.

1<sup>o</sup>. Le pourcentage des résiliations ne diffère pas sensiblement entre les assurances conservées et les réassurances cédées.

2<sup>o</sup>. Les comptes financiers, résultant de la mortalité et du charge-

ment des primes, présentent des écarts fréquents et considérables, entre les assurances conservées et les réassurances cédées.

3°. Des écarts également nombreux et très variables se révèlent dans les sinistres: ils proviennent le plus souvent de sinistres correspondant à de très grosses affaires, réassurées par suite en presque totalité, affectant considérablement l'ensemble des comptes des réassureurs, sans influence probable sur le compte de chacun d'eux.

A défaut d'une conclusion impossible, le rencontre de ce qu'on est convenu d'appeler les grosses Affaires nous amènera à terminer par une observation, qui serait volontiers un vœu.

La concurrence des Compagnies est devenue très âpre, la course au chiffre de production est partout générale. Qu'une grosse affaire se présente, tous les assureurs sont sur elle, on la met en adjudication. Qu'arrive-t-il? C'est le proposant qui profite des enchères, en obtenant une remise de commission considérable. Après un an, ou après le temps nécessaire pour obtenir une valeur de réduction, l'assuré heureux du bon marché de la combinaison, quitte son premier assureur et va à côté: l'adjudication recommence, et ainsi de suite. Or la réassurance a dès le début fonctionné et réparti entre un grand nombre d'assureurs l'affaire enlevée par un seul: en en restant là, chacun n'eût payé qu'une seule fois une commission qu'il faudra renouveler aussi souvent que l'assuré changera de Compagnie. Un peu d'entente entre le premier assureur et ses réassureurs pourrait éviter des abus qu'on ose d'autant moins reprocher aux assurés que les assureurs en sont après tout seuls responsables.

On nous excusera de clore cette dernière partie en quelque sorte par une digression: elle touchait à la question de la réassurance, à un cas particulier de résiliation onéreuse pour les réassureurs. En l'exprimant ici, nous avons désiré attirer l'attention de chacun sur un mal auquel il serait possible de remédier dans l'intérêt de tous.

## DIE RÜCKVERSICHERUNG IN DER LEBENSVERSICHERUNG

VON

ANTOINE MANILÈVE, Paris.

In Frankreich besteht die ständige Gepflogenheit, dass der Rückversicherer das Schicksal des Versicherers zu teilen hat. Dies gilt jedoch nur für den Zeitpunkt des Vertragsabschlusses. Wenn der Erstversicherer während der Versicherungsdauer eine Modifikation der Versicherung zugesteht, so ist der Rückversicherer nicht verpflichtet, diese Modifikation ohne Weiteres für sich gelten zu lassen.

Die französischen Gesellschaften, welche nach dem Gesetze von 1905 an den gesetzlichen Minimaltarif gebunden sind, können in Frankreich Rückversicherungen nur zu diesem Tarife annehmen. Dies gilt auch für die französischen Rückversicherungs-Gesellschaften. Wenn sonach eine französische Gesellschaft Rückversicherungen zu einem niedrigeren Tarife abgeben will, so muss sie sich an einen nicht-registrierten, d.h. an einen ausländischen Rückversicherer wenden.

In diesem Falle ist der Erstversicherer genötigt, von den Rückversicherer die Hinterlegung der auf die Rückversicherungen entfallenden Prämienreserven zu verlangen. Das entspricht auch dem kaufmännischen Gesichtspunkte, welcher neben den technischen Erfordernissen des Betriebes bei der Beurteilung der Rückversicherungen mitzusprechen hat: Der Versicherer muss bei dem Rückversicherer die gleichen Garantien suchen und fordern, welche er selbst seinen Versicherten zu bieten für nötig hält.

Die Maxima, welche die französischen Gesellschaften für den praktischen Betrieb festgesetzt haben, haben sich völlig unabhängig von der mathematischen Theorie des Maximums entwickelt. Die Theorie hat es bisher nicht vermocht, genügend einfache Ergebnisse für die Praxis zu liefern. Ebenso wie die Maxima für die französischen Gesellschaften willkürlich fixiert wurden, so konnten und können Sie auch jederzeit in empirischer Weise abgeändert werden. Die gesonderte Beobachtung des Geschäftsverlaufes für das direkte Geschäft, für die abgegebenen und für die übernommenen Rückversicherungen würde keine namhaften Schwierigkeiten bereiten,

dabei aber sehr wertvolle Anhaltspunkte für die Beurteilung der Angemessenheit der geltenden Maxima liefern.

Zur Beantwortung des 3. Teiles der in dem Thema enthaltenen Frage steht hinreichendes Material nicht zur Verfügung. Gerade die übernommenen Rückversicherungen werden in den Abrechnungen niemals vom direkten Geschäfte getrennt. Das Material, das gesammelt werden konnte, erstreckt sich nur auf die abgegebenen Rückversicherungen. Unter diesen waren erhebliche Schwankungen in der Sterblichkeit zu beobachten, welche durch einzelne, sehr grosse Geschäfte verursacht wurden.

Bei dieser Gelegenheit erscheint es vielleicht angebracht, im allgemeinen Interesse darauf aufmerksam zu machen, wie leicht dem hohen Storno bei grossen Gesellschaften durch Einigkeit unter den Gesellschaften entgegengewirkt werden könnte. Dieses hohe Storno hat seine Ursache zum grössten Teile darin, dass bei derartigen Geschäften Provisionsabgaben üblich sind und dadurch der Versicherte umso leichter bewogen werden kann, seine Versicherung bei der einen Gesellschaft aufzulassen und zu einer anderen Gesellschaft überzutreten. Da nun an Geschäften mit sehr hoher Versicherungssumme ohnedies die meisten Gesellschaften im Wege der Rückversicherung beteiligt sind, sind derartige Missbräuche der Konkurrenz für niemanden von Nutzen, dagegen von beträchtlichem Schaden für alle Gesellschaften, welche durch die wiederholten Abschlussprovisionszahlungen belastet werden.

---

## REASSURANCE IN LIFE ASSURANCE

BY

ANTOINE MANILÈVE, Paris.

---

According to the rules which govern reinsurance in France, the Guaranteeing Office has generally to follow the Principal Office. However, this rule applies only to the situation when issuing the policy. Modifications granted by the Principal Office during the continuance of contract do not affect, in default of special agreements, the reassurer's position.

Under the law of 1905, the registered French Companies are not allowed neither to issue direct policies nor to accept reassurances at lower premiums than those which are contained in the legal minimum tariff. The said law including also reassurance Offices, French Companies have to apply to foreign reassurers, if they want to place their surplus at more profitable conditions.

In these cases the Principal Office will be obliged to insist upon the following point: The reinsurer has to deposit with the Principal Office the entire premium reserves for the amounts reassured. This standpoint seems to be equally in full accordance with commercial considerations which in matters of reassurance must be taken into account as well as technical requirements. More especially: The Principal Insurer must expect and require from the Reassuring Office the same guarantees which he himself feels obliged to offer to his policy holders.

The limits fixed in practice by French Companies have been developed quite independently from the mathematical theory of maximum. Up to now, the theory did not bring forward sufficiently simple results for practical application. The French maxima having been fixed in a quite arbitrary way, there is no difficulty against introducing to them whatever modifications which may have been found convenient on a purely empirical basis. It would not be difficult at all to keep separate accounts or to make separate investigations for direct policies, for placed (given off) and for accepted reassurances. Apparently such investigations would give very instructive data for the evaluation of maxima.

As to the third point of the question contained in the programme, we do not dispose of sufficient particulars for giving any definite answer. Especially, accepted reassurances use never to be kept apart from direct business. The data which could be collected, had only reference to cessions given away. Among the latter, very considerable fluctuations of mortality were to be noticed, no doubt as a consequence of a few big losses.

Before closing the above remarks it will perhaps be useful to mention by a few words a serious inconvenient which could easily be opposed in the general interest. The exceedingly high ratio of cancelments among very big policies has its origin principally in the abuse of granting commissions to such policyholders. Consequently and through the sharp competition of the Companies; especially in so far as large business is concerned, policy-holders

frequently use to cancel their policies with one Company, for taking out new contracts with another. As a matter of fact all Companies are interested in such large business by way of reinsurance. Therefore, the above operations due only to the efforts of agents, do not further the interests of any Company, whereas serious damage is done to all Offices by renewed payments of first year commissions.

# LA RÉASSURANCE DANS L'ASSURANCE-VIE EN RUSSIE.

PAR

SERGE DE SAVITCH, St. Pétersbourg.

D'après les renseignements, qui m'ont été donnés avec beaucoup d'amabilité par les compagnies russes d'assurance sur la vie, l'opération de la réassurance des risques, acquis par les compagnies, se présente dans les traits suivants.

1. Toutes les compagnies réassurent une partie de leurs risques; quelques unes d'elles acceptent la réassurance. Je n'ai pas de données statistiques sur la dernière opération; quant à la première, je peux indiquer ici que les primes, payées aux réassureurs, ont atteint la somme de 925 milles roubles dans l'année 1909 et de 1.185 m. r. dans l'année 1910; la commission, perçue pour les réassurances cédées, a monté à 113 m. r. et 208 m. r.

2. C'est le système des excédents, qui est adopté par toutes les compagnies; les limites des maximums, que les compagnies retiennent pour leur propre compte, sont toujours les mêmes pour tous les plans, adoptés par les compagnies; mais ces limites varient pour les compagnies: le maximum le plus grand du risque, retenu pour son propre compte, est de 30.000 r., le maximum le plus petit est de 10.000 r. Quelquefois il y a une différence assez considérable des maximums pour les sexes des assurés; par exemple, la compagnie retenant pour son compte la somme de 30.000 r. pour un assuré masculin, réassure l'excédent de 15.000 r. pour une femme assurée.

3. Les conditions ordinaires de la transmission des primes sont telles: le tarif de la réassurance est celui des assurances sans participation des bénéficiaires; la compagnie cède à son réassureur la prime du risque et le chargement ordinaire (sauf la commission) et retient la prime de la réserve. Ainsi la gestion des réserves reste chez la compagnie contractant l'assurance directe. La trans-



mission des primes dues aux réassureurs se produit ordinairement dans des termes fixes (3—4 fois par an).

4. Deux des compagnies russes comparent la mortalité parmi les têtes réassurées et celles qui restent au propre compte des compagnies. Voici les résultats:

A. Pour une des compagnies le rapport de la mortalité réelle à la mortalité, calculée d'après la table MI de 23 compagnies allemandes, pendant la période 1889—1909 était:

RÉASSURANCE		TOTAL	
Personnes	Sommes	Personnes	Sommes
0·925	0·765	0·93	0·96

B. Une autre compagnie résume ses observations dans le tableau suivant:

Années	Mortalité prévue (sommes)	Mortalité réelle (sommes)	% %
RÉASSURANCE			
1881—1892	130·833	147·400	112,7
1893—1902	335·693	411·000	122,4
1903—1910	423·986	444·252	104,8
1881—1910	890·512	1·002·652	112,6
PROPRE RISQUE			
1881—1892	1·228·339	970·300	80
1893—1902	4·099·374	3·408·983	83,2
1903—1919	7·833·267	6·602·875	84,3
1881—1910	13·160·980	10·982·158	83,4

C. *Une des compagnies fait des observations sur les résultats des réassurances acceptées.*

Années	Sommes acceptées en réassurance	Mortalité prévue (sommes)	Mortalité réelle (sommes)
1906	1·848·763	26·117	20·081
1907	2·944·115	42·513	12·116
1908	4·068·502	61·150	9·074
1909	5·384·591	82·411	65·891
1910	6·759·235	107·931	31 952
1906—1910	21·005·206	320·122	139·114

## DIE RÜCKVERSICHERUNG IN DER LEBENSVERSICHERUNG

VON

SERGIUS v. SAVITCH, St. Petersburg.

Der vorstehende Bericht über die Rückversicherung in der Lebensversicherung in Russland verfolgt bloss den Zweck, einen Überblick über den gegenwärtigen Stand der Rückversicherungsbeziehungen zu bieten, welche übrigens bisher im Heimatlande des Autors noch sehr wenig entwickelt sind. Alle russischen Gesellschaften rückversichern Exzedenten; die eigenen Maxima variieren bei den verschiedenen Gesellschaften und sind mitunter auch bei einer und derselben Gesellschaft je nach dem Geschlechte der Versicherten verschieden festgesetzt, wogegen Unterscheidungen nach den einzelnen Tarifen nicht gemacht werden. In der Regel bleiben die Reserven beim Erstversicherer deponiert. Einige Gesellschaften vergleichen die Sterblichkeitsergebnisse aus ihren abgegebenen Rückversicherungen mit dem Verlaufe der Sterblichkeit des gesammten Geschäftes; die Resultate dieser Vergleiche sind im Berichte wiedergegeben.

# REASSURANCE IN LIFE-ASSURANCE

BY

SERGIUS SAVITCH, St. Petersburg.

The foregoing report on reinsurance in Life assurance has for purpose only to give an abstract of the actual conditions of reinsurance operations, very limited up to now in the author's country. All Russian Companies effect reassurances for the excess of insured amounts on their maximum limits. As to the maximum amounts to be retained, the limits are fixed in a different way by individual Companies. Several offices have established different limits for male and female lives, whereas no difference is made with regard to the Classes of policies (insurance plans). As a general rule, the premium reserves for reassured risks are retained by the Principal Office. Some Companies have made investigations on the results of mortality of their whole business on the one side and of reassured risks on the other; the respective figures are given in the report.

SERGIUS SAVITCH, St. Petersburg.

Der vorstehende Bericht über die Rückversicherung in der Lebensversicherung ist zunächst verfaßt worden zum Zweck einer Übersicht über den gegenwärtigen Stand der Rückversicherungsgeschäfte in Rußland, welche während der im Herbst 1904 des Jahres noch sehr wenig entwickelt sind. Die russischen Gesellschaften rüchversichern hauptsächlich die eigenen Risiken, während bei den ausländischen Gesellschaften auch ein anderer Teil der ein- und derselben Gesellschaft je nach dem Geschäfte der Versicherung unterschieden bedingt, wogegen Untersuchungen nach den einzelnen Tainen nicht gemacht werden. In der Regel bleiben die Reserven beim Rückversicherer deposited. Einige Gesellschaften vergleichen die Sterblichkeitsquoten der ihren abgekauften Rückversicherungen mit dem Verlaufe der Sterblichkeit der gesamten Gesellschaft; die Resultate dieser Vergleich sind im Berichte wiedergegeben.



# DIE RÜCKVERSICHERUNG IN DER LEBENS- VERSICHERUNG.

VON

DR. D. P. MOLL, Haag.

Folgender kleiner Aufsatz besteht aus zwei Teilen.  
Der erste Teil behandelt die Fragepunkte des wissenschaftlichen Programms für die holländische Lebensversicherung.  
Im zweiten Teil werden wir untersuchen inwiefern die übliche Rückversicherungsmethode im Stande ist ihr Ziel zu erreichen.

## I.

Ein Rundschreiben, das wir an die holländischen Gesellschaften gerichtet haben mit der Bitte uns betreffs ihrer Rückversicherungsgepflogenheiten und Erfahrungen unterrichten zu wollen, ist von mehr als vierzig Gesellschaften mit grosser Gefälligkeit mehr oder weniger umständlich beantwortet worden.

Es würde jedoch nicht tunlich sein, über alle diese Antwortschreiben hier einen genauen Bericht zu erstatten, und müssen wir uns darauf beschränken, einige kurze Notizen daraus zu machen.

a. Die meisten der grösseren holländischen Gesellschaften haben obligatorische Verträge mit ausländischen (meist deutschen) Rückversicherungsgesellschaften abgeschlossen. Die hauptsächlichsten Bestimmungen dieser in den meisten Hinsichten gleichartigen Verträge sind folgende.

Der Hauptversicherer ist verpflichtet, eine im Vertrage festgesetzte Versicherungssumme auf ein Leben für eigene Rechnung zu behalten und den ganzen Exzedenten oder einen bestimmten Teil davon dem Rückversicherer zu übertragen, der zur Annahme bis



zu einem gewissen Maximum auf ein Leben sich verbunden hat.

Die Haftung des Rückversicherers fängt automatisch und gleichzeitig mit der Haftung des Hauptversicherers an, und die Bedingungen, die Prämien und die eventuellen Extraprämien der Hauptversicherung sind für die Rückversicherung massgebend. Ist aber die Hauptversicherung mit Gewinnanteil abgeschlossen, so finden für die Rückversicherung Tarife ohne Gewinnanteil Anwendung.

Veränderung, Rückkauf, Wiederinkraftsetzung u. s. w. der Hauptversicherung trifft die Rückversicherung prorata.

Die Rückversicherungsabschluss- und Inkassoprovisionen sind natürlich im Verträge festgelegt.

Sofort nach Abschluss versendet der Hauptversicherer vollständige Abschrift der Hauptpolice und aller Antragspapiere, und die Rückversicherung wird bestätigt entweder durch ein auf Grund des Vertrages ausgefertigtes Rückversicherungszertifikat, welches die wichtigsten Daten der Haupt- und Rückversicherung enthält, oder durch eine auf der Abschrift der Police angebrachte Rückversicherungsbescheinigung.

Die Prämienreserve ist meistens in Verwahrung des Rückversicherers. Nur wenige Gesellschaften verlangen Hinterlegung der Prämienreserve in Wertpapieren oder in barem. Einige Gesellschaften jedoch zahlen ihrem Rückversicherer nur die jährlichen Risiko- prämien hinaus, verwalten also selber die ganze Prämienreserve.

Andere Gesellschaften verfügen über Verträge, welche nur für den Rückversicherer obligatorisch sind. Gewöhnlich hat sich der Rückversicherer bei solchen Verträgen nur zur Annahme eines dem Selbstbehalt des Hauptversicherers gleichen Betrages verpflichtet.

Wieder andere Gesellschaften besitzen gar keine obligatorischen Verträge und sind deshalb genötigt, eventuelle Rückversicherungen durch fakultative Unterhandlungen zum Abschluss zu bringen.

*b.* Das Maximum der Versicherungssumme der holländischen Gesellschaften ist im allgemeinen sehr niedrig gewählt, nur zwei Gesellschaften behalten mehr als 25000 holl. Gulden auf ein Leben.

Von Todesfall- und gemischten Versicherungen behalten die meisten denselben Betrag; bei Term-fixe Versicherungen und Überlebensrenten wird das Maximum gewöhnlich durch Multiplikation mit  $v^n$  und  $a_y$  ermittelt.

Das Maximum ist bei den meisten Gesellschaften vom Alter des Versicherten unabhängig, andere jedoch stellen es für die höheren Alter etwas niedriger.

Einige Gesellschaften erhöhen ihren Selbstbehalt um die Prämienreserve der Vorversicherungen, wenn sie eine neue Versicherung auf dasselbe Leben abschliessen.

Versicherungen auf den Lebensfall werden ganz für eigene Rechnung behalten; eine Gesellschaft jedoch behält nur so viel, dass der diskontirte Wert aller jährlichen Verluste, welche durch das am Leben Bleiben des Versicherten entstehen können, ihr Maximum für Todesfallversicherungen nicht überschreitet.

c. Viele Gesellschaften werden an den Geschäften ausländischer Rückversicherungsgesellschaften durch Retrozession beteiligt. Während nun die direkten Rückversicherungen, welche die holländischen Gesellschaften unter einander auswechseln, befriedigende Ergebnisse aufweisen, ist man in Holland, laut der auf unser Zirkular erhaltenen Antwortschreiben, fast allgemein der Meinung, dass das ausländische Retrozessionsgeschäft ein spekulatives und wenig wünschenswertes sei. Dieses ungünstige Urteil stützt sich aber nicht auf in dieser Hinsicht angestellte Untersuchungen, und ist unserer Meinung nach nur von sehr zweifelhaftem Wert.

Eine der grösseren Gesellschaften jedoch hat uns in den Stand gesetzt, uns ein objektives Urteil über die Qualität ihres Retrozessionsgeschäftes zu bilden, und das sehr sorgfältig von ihr angefertigte Material betreffs der von ihr acceptirten Retrozessionen zu unserer Verfügung gestellt. Der grössere Teil der Versicherungen ist österreichischer Herkunft und im letzten Jahrzehnt abgeschlossen. Wir haben deshalb der Berechnung der erwartungsmässigen Sterblichkeit die österreichische Selekttafel M<sup>[s]</sup> zu Grunde gelegt, und kalkulirten damit eine Sterblichkeit von 67 Personen, während tatsächlich 55 starben, wovon 5 durch Selbstmord. Die Sterblichkeitserfahrung war also eine *sehr* günstige. Die Untersterblichkeit von 12 Personen ist vielleicht eine zufällige, kann jedoch ihre Erklärung finden in der in den deutschen Ländern allgemein wahrgenommenen Abnahme der Sterblichkeit während der letzten Dezennien; denn die Erfahrungen, aus welchen die österreichischen Tafeln hergeleitet sind, liegen zwischen dem 1. Jan. 1876 und dem 31. Dez. 1900 und sind deshalb durchschnittlich mehr als 15 Jahre älter als die Wahrnehmungen des betr. Retrozessionsgeschäftes.

Der Abgang durch andere Ursachen als Tod und Ablauf (Umwandlungen in prämienfreie Policen mit einbegriffen) betrug im Kalenderjahre, in welchem die Versicherungen zu Stande kamen, 2.2 % der Anzahl der abgeschlossenen Versicherungen, und in den folgenden sechs Jahren 10.9 %, 10.4 %, 9.2 %, 10.2 %, 8.5 % und 10.4 % der beim Anfange jedes Jahres noch existierenden Versicherungen. Allerdings ist dieser Abfall grösser als bei soliden holländischen Gesellschaften, ob er jedoch von der österreichischen Erfahrung der letzten Jahre beträchtlich abweicht, können wir nicht beurteilen.

Mit der nicht auf Untersuchungen gestützten ungünstigen Meinung vieler holländischen Gesellschaften sind die mit diesen Retrozessionen gemachten Erfahrungen also nicht im Einklang.

Noch von zwei anderen Gesellschaften erhielten wir Auskunft über die Sterblichkeitserfahrung mit ihrem Rückversicherungs- und Retrozessionsgeschäft. Bei der einen Gesellschaft war sie günstig, bei der anderen ungünstig. Weil aber diese Geschäfte nur kleinen Umfang haben, glauben wir diese Erfahrung übergehen zu können.

## II.

Der Zweck der Lebensrückversicherung und das Prinzip, nach welchem das Maximum der Versicherungssumme gewählt werden soll, ist von G. KING 1) auf dem Londoner Kongresse folgenderweise sehr treffend angedeutet worden:

„We must look at this question from a practical point of view, and the most practical point of view of all is the question of the divisible surplus. That is not a question of safety, because a company cannot be put in the least danger by any limit it is likely to hold. It should be understood by the public that there is no question of safety, but merely the question of so arranging that there may be a tolerably uniform surplus for distribution. From that point of view the question becomes very simple and it is impossible at the present time to apply any mathematical formula to it. It must be looked at merely from the point of view of convenience. How much can a company hold on one risk without endangering serious fluctuations in the bonus?“

Es tritt hier die Frage auf den Vordergrund, mit welcher wir uns jetzt beschäftigen wollen: inwiefern ist die Sicherheit einer

1) Transactions of the second international actuarial Congress. p. 122.

Gesellschaft und sind die Schwankungen der Überschüsse von der Wahl des Maximums abhängig?

Um diese Frage beantworten zu können, würde es am zweckmässigsten sein, während einer Reihe von Jahren für eine grössere Anzahl Gesellschaften die Todesfallausgaben für eigene Rechnung zu kalkulieren, welche die wirklich eingetretenen Sterbefälle bei verschiedenen Werten des Maximums zur Folge gehabt haben würden.

Weil hierzu jedoch ein sehr umfangreiches Material erforderlich wäre, welches nicht zu unserer Verfügung steht, müssen wir einen andern Weg folgen, und werden wir mit Hilfe der Theorie des mittleren Risikos berechnen, welche Abweichungen von den rechnungsmässigen Todesfallausgaben für eigene Rechnung bei verschiedenen Werten des Maximums zu erwarten sind.

Wir denken uns dazu eine Mustergesellschaft mit einem Bestand von  $f$  10.000.000 auf den Todesfall versichertes Kapital, welches in folgender Weise auf 2389 Versicherte verteilt ist:

850	Personen,	jeder	mit	$f$	1.000,	zusammen	$f$	850.000,
425	»	»	»	»	2.000	»	»	850.000,
238	»	»	»	»	3.000	»	»	714.000,
102	»	»	»	»	4.000	»	»	408.000,
289	»	»	»	»	5.000	»	»	1,445.000,
52	»	»	»	»	6.000	»	»	312.000,
34	»	»	»	»	7.000	»	»	238.000,
27	»	»	»	»	8.000	»	»	216.000,
8	»	»	»	»	9.000	»	»	72.000,
255	»	»	»	»	10.000	»	»	2,550.000,
42	»	»	»	»	15.000	»	»	630.000,
34	»	»	»	»	20.000	»	»	680.000,
17	»	»	»	»	25.000	»	»	425.000,
7	»	»	»	»	30.000	»	»	210.000,
5	»	»	»	»	40.000	»	»	200.000,
4	»	»	»	»	50.000	»	»	200.000,
2.389 Personen						zusammen mit $f$ 10,000.000.		

Diese Verteilung nach der Höhe der Versicherungssumme ist in Übereinstimmung mit der Gruppierung der holländischen Versicherten einer uns bekannten Gesellschaft gewählt.

Diese Verteilung ist aber natürlich bei jeder Gesellschaft eine andere und es sind daher die Folgerungen, zu welchen die Be-

trachtung unserer Mustergesellschaft uns führen wird, für andere Gesellschaften nicht ohne weiteres anwendbar.

Für die Nichtmathematiker unserer Leser wollen wir bemerken, dass — eine grosse Anzahl Versicherter vorausgesetzt — die Differenzen, welche sich zwischen den wirklich eingetretenen und den erwartungsmässigen jährlichen Todesfallausgaben ergeben können, dem sogenannten jährlichen mittleren Risiko dieser Ausgaben proportionirt sind. Unter der nämlichen Voraussetzung beträgt die durchschnittliche günstige oder ungünstige Abweichung etwa 40% (genau  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ ) des j. m. Risikos und hat eine ungünstige Abweichung,

welche das	1	fache	j. m.	Risiko	übersteigt,	eine	Wahrscheinlichkeit	von	1 : 6,
»	»	2	»	»	»	»	»	»	» 1 : 44,
»	»	3	»	»	»	»	»	»	» 1 : 740,
»	»	4	»	»	»	»	»	»	» 1 : 31500,

u. s. w.

Die Wahrscheinlichkeiten günstiger Abweichungen sind gleich gross.

Ist die Anzahl der versicherten Personen nicht gross, so sind die relativen Abweichungen bedeutender, aber auch dann nur *sehr* selten grösser als das drei- oder vierfache j. m. Risiko. Gibt es z. B. nur 100 Personen alle mit gleichen Versicherungssummen und mit einer Sterbenswahrscheinlichkeit von 1 %, dann ist die Wahrscheinlichkeit einer ungünstigen Abweichung, welche das drei- oder vierfache j. m. Risiko übersteigt, nur 0.018 bzw. 0.003.

Das mittlere Risiko für die ganze fernere Dauer der Versicherungen ist ungefähr das dreifache des jährlichen mittleren Risikos; eine Extrareserve etwa im Betrage des zehnfachen j. m. Risikos reicht also aus um alle zukünftigen Schwankungen der Überschüsse, insofern diese durch zufällige Abweichungen der Todesfälle verursacht werden könnten, auszugleichen.

Das j. m. Risiko von Todesfallversicherungen wird bestimmt durch die Gleichung

$$m = \sqrt{\sum q (1 - q) S^2 (1 - V)^2},$$

wo  $q$  die Sterbenswahrscheinlichkeit,

$S$  die Versicherungssumme,

$S V$  die Prämienreserve,

und  $\Sigma$  eine sich über alle versicherte Personen erstreckende Summation bedeutet.

Um grossen Berechnungen vorzubeugen nehmen wir für die Grösse  $q(1-q)(1-V)^2$  den Durchschnittswert 0.01 an. Dieser Wert ist gewiss nicht zu niedrig gewählt; stellen wir z.B.  $q = 0.02$ , dann ergibt sich daraus  $V = 0.286$ .

Die Formel des j. m. Risikos wird nun

$$m = 0.1 \sqrt{\Sigma S^2}$$

und ist sehr leicht auf unsere Mustergesellschaft anzuwenden.

In unterstehender Tabelle beziehen sich die Spalten (A) auf die obenerwähnte Mustergesellschaft und die Spalten (16 A) auf eine Mustergesellschaft mit derselben Verteilung der hoch und niedrig versicherten Personen, aber mit sechzehnmal so viel Personen und demnach mit einem Bestande von 160,000,000 holl. Gulden. (A) also eine kleine Gesellschaft, während (16 A) zu den grösseren gerechnet werden darf.

Bestand für eigene Rechnung, rechnungsmässige Todesfallausgaben, jährliches mittleres Risiko und Verhältnis des jährlichen mittleren Risikos und der rechnungsmässigen Todesfallausgaben, bei verschiedenen Werten des Maximums der Versicherungssumme, für die zwei Mustergesellschaften (A) und (16 A)

Maximum auf ein Leben. Holl. Gulden.	Bestand für eigene Rechnung.		Rechnungsmässige Todesfallausgaben.		Jährliches mittleres Risiko.		J. m. Risiko in Prozenten der Todesfallausgaben.	
	Holl. Gulden.		Holl. Gulden.		Holl. Gulden.		%	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
1.000	2,389.000	38,224.000	34.100	545.600	4.888	19.552	14.33	3.58
2.000	3,928.000	62,848.000	56.100	897.600	8.370	33.480	14.92	3.73
3.000	5,042.000	80,672.000	72.000	1,152.000	11.214	44.856	15.57	3.89
4.000	5,918.000	94,688.000	84.500	1,352.000	13.678	54.712	16.19	4.05
5.000	6,692.000	107,072.000	95.600	1,530.000	16.023	64.092	16.76	4.19
6.000	7,177.000	114,832.000	102.500	1,640.000	17.609	70.436	17.18	4.29
7.000	7,610.000	121,760.000	108.700	1,739.000	19.141	76.564	17.61	4.40
8.000	8,009.000	128,144.000	114.400	1,830.000	20.645	82.580	18.05	4.51
9.000	8,381.000	134,096.000	119.700	1,915.000	22.124	88.496	18.48	4.62
10.000	8,745.000	139,920.000	124.900	1,998.000	23.635	94.540	18.92	4.73
15.000	9,290.000	148,640.000	132.700	2,123.000	26.361	105.444	19.87	4.97
20.000	9,625.000	154,000.000	137.400	2,199.000	28.498	113.992	20.74	5.18
25.000	9,790.000	156,640.000	139.800	2,237.000	29.772	119.088	21.30	5.32
30.000	9,870.000	157,920.000	140.900	2,254.000	30.502	122.008	21.65	5.41
40.000	9,960.000	159,360.000	142.200	2,275.000	31.518	126.072	22.16	5.54
50.000	10,000.000	160,000.000	142.800	2,285.000	32.084	128.336	22.47	5.62

Aus den Spalten (2) und (3) sind die Bestände für eigene Rechnung ersichtlich, welche zu den in Spalte (1) angegebenen Werten des Maximums gehören. Die rechnermässigen Todesfallausgaben für eigene Rechnung, Spalten (4) und (5), sind durch Multiplikation der Spalten (2) und (3) mit  $q(1-V)$  ermittelt, wofür der Durchschnittswert  $0.02(1-0.286) = 0.01428$  angenommen ist. Die Spalten (6) und (7) geben das j. m. Risiko und (8) und (9) das Verhältnis des j. m. Risikos zu den Todesfallausgaben.

Für Gesellschaft (16A) ist der Bestand für eigene Rechnung und sind ebenso die rechnermässigen Todesfallausgaben sechzehnmal so gross als für (A); das j. m. Risiko beträgt jedoch nur das vierfache und das Verhältnis zwischen Risiko und Todesfallausgaben also ein Viertel.

Bei einem Maximum von  $f$  50,000 betragen, nach den Spalten (5), (7) und (9), die rechnermässigen Todesfallausgaben der Gesellschaft (16A)  $f$  2,285,000, und das j. m. Risiko  $f$  128.336 oder nur 5.62 % dieser Ausgaben. Der Durchschnittswert der Differenzen zwischen eingetretenen und rechnermässigen jährlichen Todesfallausgaben beträgt 40 % des j. m. Risikos, d. h. also nur 2.25 % der rechnermässigen Todesfallausgaben, während eine Differenz grösser als das drei- oder vierfache j. m. Risiko oder als 20 % der rechnermässigen Todesfallausgaben fast unmöglich ist. Es geht hieraus klar hervor, dass die Gesellschaft aus *Sicherheitsmotiven* ihr Maximum nicht unter  $f$  50.000 zu stellen braucht.

Jetzt die Bedeutung der Rückversicherung in Bezug auf die Schwankungen der Überschüsse.

Aus der Tabelle ist ersichtlich, dass durch Verkleinerung des Maximums das j. m. Risiko kleiner wird, die rechnermässigen Todesfallausgaben für eigene Rechnung (und damit die Tragkraft der Gesellschaft) jedoch ebenfalls abnehmen. Zweck der Rückversicherung ist es nicht, den absoluten Wert der Todesfallausgabenschwankungen zu verkleinern, sondern den relativen Wert dieser Schwankungen in Verhältnis zu den Todesfallausgaben; deshalb ist das durch die Wahl des Maximums erreichbare Resultat nach den in den Spalten (8) und (9) erhaltenen Zahlen zu beurteilen.

Aus diesen Zahlen geht hervor, dass dieses Resultat ein durchaus geringes ist. Wenn z.B. die Gesellschaft (16A) ihr Maximum von  $f$  50.000 auf  $f$  25.000,  $f$  10.000 oder  $f$  5.000 herabsetzt, so wird ihr j. m. Risiko von 5.62 % der rechnermässigen Todesfallausgaben auf 5.32%, 4.73 % oder 4.19 % reduziert; die kleine Gesellschaft

schaft (A) hat bei einem Maximum von  $f$  15.000,  $f$  10.000,  $f$  5.000 oder  $f$  1.000 ein j. m. Risiko von bezw. 19.87 %, 18.92 %, 16.76 % und 14.33 %.

Für Gesellschaften mit einer Verteilung des Versicherungsstockes nach Höhe der Versicherungssumme, wie unsere Mustergesellschaft sie aufweist, ist also die Rückversicherung als Mittel zur Ausgleichung der Gewinnschwankungen von sehr geringem Wert, und wir glauben dass andere der Praxis zu entnehmende Verteilungen zu dem nämlichen Resultat führen würden.

Bis jetzt liessen wir den Umstand unberücksichtigt, dass viele Gesellschaften von ihren Rückversicherern Geschäfte zurückerhalten. Wir wollen nunmehr annehmen, dass vollständige und gleichwertige Reziprozität stattfindet. In diesem Falle wird durch die Rückversicherung das j. m. Risiko kleiner, während durch die Reziprozität der Bestand wieder auf die ursprüngliche Höhe zurückgebracht wird. Stellt die Gesellschaft (16 A) ihr Maximum z.B. auf  $f$  20.000, so beträgt falls das in Rückdeckung zurückerhaltene Geschäft die nämliche Verteilung der höher oder niedriger versicherten Personen aufweist als das eigene Geschäft, das j. m. Risiko

$$113992 \sqrt{\frac{160,000.000}{154,000.000}} = 116.191.$$

Durch die Rückversicherung hat das j. m. Risiko also abgenommen um 128336—116191 gleich  $f$  12145, und die durchschnittliche Schwankung der Todesfallausgaben um 40% dieses Betrages, gleich  $f$  4858. Die Gesellschaft hat jedoch ihre Verwaltungskosten nicht unbedeutend vergrössert. Sie hat nämlich einen Bestand von  $f$  6,000.000 in Rückdeckung gegeben und einen ebensogrossen zurückerhalten, zusammen  $f$  12,000.000. Stellen wir die hiermit verbundenen jährlichen Verwaltungskosten auf 1‰ der Versicherungssumme, so ist eine Verringerung der durchschnittlichen jährlichen Schwankung um  $f$  4858 erreicht mit einem jährlichen Kostenaufwand von  $f$  12.000.

Denken wir uns als zweites Beispiel, dass die kleine Gesellschaft (A) bei vollständiger Reziprozität ihr Maximum von  $f$  10.000 auf  $f$  5.000 herabsetzt. Ihr j. m. Risiko sinkt dann von

$$23635 \sqrt{\frac{10,000.000}{8,745.000}} = 25.274,$$

herab auf

$$16023 \sqrt{\frac{10,000.000}{6,692.000}} = 19.587.$$

Die Gesellschaft hat zu diesem Zweck *f* 2,053.000 Kapital in Rückdeckung geben müssen und ebensoviel zurückerhalten. Ihre Verwaltungskosten erhöhen sich also um reichlich *f* 4000 jährlich, und das Resultat ist eine Ermässigung des j. m. Risikos um *f* 5687, oder der durchschnittlichen Sterblichkeitsschwankung um *f* 2275.

Aus diesen beiden Beispielen geht hervor, dass die Ermässigung der Sterblichkeitsschwankungen, welche man mit Rückversicherung, selbst bei voller Reziprozität, erreichen kann, klein ist und sehr teuer bezahlt wird.

Unserer Meinung nach kann daher die zitierte Aussage King's folgenderweise erweitert werden:

1. Im Interesse der Sicherheit ist Rückversicherung nur nötig für kleinere Gesellschaften;
2. Als Mittel zur Ausgleichung der Überschüsse ist Rückversicherung wenig zweckdienlich und fordert, selbst bei vollständiger Reziprozität, finanzielle Opfer, welche im Vergleich zu den erreichten Resultaten sehr gross sind;
3. Die Ausgleichung der Überschüsse ist am besten zu erreichen durch die Extrafonds der Gesellschaft, und Rückversicherung ist nur anzuwenden, insofern die Gesellschaft diesem Zwecke gewidmete Extrafonds in ausreichender Höhe nicht besitzt.

---

## LA RÉASSURANCE DANS L'ASSURANCE SUR LA VIE

PAR

le Dr. D. P. MOLL, la Haye.

---

Dans la première partie de son rapport l'auteur traite les questions du programme scientifique:

- a. La plupart des Compagnies hollandaises ont conclu des Traités obligatoires avec des Compagnies de réassurance étrangères. Les principales stipulations de ces traités, qui sont analogues dans presque toutes leurs clauses, ont été publiés dans le rapport.

- b. Le plein des Compagnies hollandaises est très modeste en général et ne dépend ordinairement ni de l'âge de l'assuré, ni de la nature de l'assurance.
- c. Tandisque les réassurances directes échangées parmi les Compagnies hollandaises donnent des résultats financiers satisfaisants, c'est l'opinion quasi-générale en Hollande que les rétrocessions étrangères soient de nature spéculative et peu désirables. Cette opinion cependant n'est pas basée sur des enquêtes faites à cet égard.

Une des grandes Compagnies a mis à la disposition de l'auteur le matériel complet des rétrocessions par elle acceptées; l'examen de ce matériel a abouti, contrairement à l'opinion susmentionnée, à la constatation d'une mortalité très faible.

La seconde partie du rapport s'occupe de la question dans quelle mesure la sûreté d'une Compagnie et la stabilité de ses résultats financiers dépendent de la détermination de son plein; en voici les conclusions:

1. Pour ordre de sûreté, la réassurance n'est nécessaire que dans les petites Compagnies.
2. Pour stabiliser les résultats financiers, la réassurance est peu utile; elle impose, même en cas de pleine réciprocité, des sacrifices pécuniaires qui sont très graves par rapport aux avantages obtenus.
3. Le meilleur moyen, pour arriver à la stabilisation des résultats financiers, se trouve dans les fonds de réserve spéciaux, or, la réassurance n'est à pratiquer qu'en tant que la Compagnie ne dispose de fonds suffisants pour le but visé.

---

## REASSURANCE IN LIFE ASSURANCE

BY

Dr. D. P. MOLL, The Hague.

---

In the first part of his report, the author deals with the questions raised by the scientific programme, viz:

- a. The majority of Dutch Companies have passed obligatory agreements with foreign reinsurance offices. The principal

clauses of such treaties, which mostly are of similar character, have been fully given in the report.

- b. The limit of risk (retention) kept by Dutch Companies on a single life is generally very low and independent of the age of the insured as well as of the class of policy.
- c. Direct reinsurances reciprocated between Dutch Companies are mostly considered as giving good financial results, whereas the foreign reinsurance business, according to the general opinion in Holland, is said to be rather of speculative nature and undesirable character. Such unfavourable opinion, however, has not been confirmed up to now by actuarial examinations.

One among the larger Dutch Companies having put at the author's disposal its whole experience with regard to accepted reinsurances, the investigations made led to the conclusion that — contrary to the above opinion — the rates of mortality in respect of those contracts have been very low.

In the second part of his report, the author considers the question if and to what extent the maximum amount of Risk Limit could affect the safety of a Company or cause fluctuations in its divisible surpluses; the conclusions arrived at are the following:

1. In the case of smaller Companies only, reinsurance is to be considered as necessary for considerations of safety.
2. In order to meet fluctuations of divisible surplus, reinsurance is but of a little use; besides, the financial losses caused by reinsurance are, even in the case of full reciprocity, much more considerable than the advantages which could be secured;
3. The best way for guaranteeing the stability of divisible surpluses is to constitute special mortality fluctuation reserve funds; only in so far as such funds are not at the Company's disposal, reinsurance will be of absolute necessity.

# LA RÉASSURANCE DANS L'ASSURANCE-VIE EN ESPAGNE.

PAR

ERNESTO BAZIN, Barcelona.

Au début d'une étude concernant l'assurance-vie en Espagne, s'impose un avertissement préliminaire qui ne manque ni d'intérêt ni d'utilité, même si l'étude doit se limiter à la réassurance.

Dans ce pays, les risques sont pour la plus grande partie courus par des compagnies étrangères, les compagnies nationales n'intervenant au total que dans le rapport de 2 à 5.

Les plus récentes statistiques laissent prévoir que cette situation tend à changer. On assiste, actuellement, en effet, à une véritable renaissance de l'assurance nationale; les premières manifestations en remontent à quelque 10 ans, et, au 31 décembre 1910, ce fut pour la première fois une compagnie nationale qui se présenta en tête de liste, avec le plus fort chiffre de risques en cours.

Cet exposé sommaire de la situation générale me conduit à solliciter au bénéfice de l'Espagne une légère modification du titre, pour l'adapter mieux à son cas particulier.

Les compagnies étrangères, en majorité à la fois en nombre et en capitaux, ont sans doute conservé, en matière de réassurance, les méthodes qui leur sont propres dans leurs pays d'origine; aussi, les observations qui suivront, dérivent-elles de ce qu'il est possible de constater, sinon dans le pays tout entier, au moins uniquement dans les compagnies espagnoles.

En se tenant dans un cadre ainsi réduit aux seules compagnies nationales, il apparaît tout d'abord que deux d'entre elles couvrent approximativement les  $\frac{2}{10}$  des risques, et que l'une assure un total de capitaux égal environ au double des capitaux assurés par l'autre. Si j'y ajoute qu'il existe une entente entre ces deux



compagnies et que, sur la plus importante je suis mieux documenté, je puis espérer donner un rapport exact des conditions de la réassurance-vie en Espagne, et dans les limites que j'ai pris soin de tracer.

\* \* \*

La plus ancienne compagnie nationale d'assurance sur la vie, en Espagne, n'a pas encore un demi siècle d'existence ; mon investigation porte donc sur un temps relativement court, et cependant, un souci constant de perfectionnement, d'une part, et l'assujettissement à une réglementation nouvelle, de l'autre, ont amené de profondes modifications dans les méthodes en usage.

En raison de ces modifications, le temps écoulé depuis la date de fondation des compagnies nationales peut être divisé en trois périodes :

la première s'étend de l'origine à la fin du siècle dernier, époque à laquelle se place cette renaissance à laquelle j'ai fait allusion ; la deuxième commence avec le siècle présent et s'étend jusqu'à la fin de 1908, date de l'entrée en application de la loi du 14 mai de la même année ; la troisième est celle dans laquelle nous nous trouvons aujourd'hui

a. Une absence totale de principes généraux ou de règles fixes, c'est surtout la caractéristique de la première période.

Toutes les fois qu'une administration jugeait ne pas devoir conserver la totalité du risque qu'elle avait accepté, elle passait l'excédent à une compagnie ayant représentation sur la place. Toute autre question de convenance mise à part, la seule déterminante paraît avoir été la comparaison des tarifs ; on se décidait pour le tarif le plus bas.

Une fois l'excédent accepté, généralement par une compagnie étrangère, anglaise le plus souvent, copie des pièces du dossier était adressée à l'entreprise choisie. Celle-ci suivait le sort du contrat principal pour la partie réassurée, mais aux seules conditions générales de ses polices, ou numériques de ses tarifs ; c'est-à-dire que, ayant considéré, dès l'acceptation, le premier assureur comme un intermédiaire ordinaire, et lui ayant payé une commission au même taux qu'à tout autre producteur en titre, le réassureur assimilait l'assuré à quelconque de ses clients directs, dans tous les accidents qui pouvaient survenir à la police.

Ce système, sans inconvénient si le contrat parvenait toujours à son terme naturel, échéance ou sinistre, ou s'il était abandonné peu après la souscription, pouvait facilement devenir préjudiciable à l'assureur dans le cas où, la police ayant plus de trois ans de durée, l'assuré exigeait la réduction ou le rachat.

Les valeurs de liquidation du réassureur pour sa part et suivant ses conditions propres étaient, en effet, inférieures à celles que l'assureur principal donnait proportionnellement; d'où, entre le prix de rachat reçu par l'assureur pour la part réassurée et la somme versée au client pour cette même part, une différence qui dépassait toujours la capitalisation du bénéfice réalisé chaque année, par suite de la différence des primes.

L'inconvénient s'accroissait d'avantage pour l'assureur dans les cas où la police de réassurance était établie dans une forme autre que celle de la police principale, p. ex., une assurance combinée, dont on ne réassurait que le seul risque de décès en vie entière à primes temporaires; car, outre le rachat et la réduction qui étaient déjà deux causes de perte éventuelle, la liquidation totale à l'échéance en constituait une troisième.

Ce mode de procéder dont présentement on ne se dissimule nullement l'imperfection, m'a personnellement mis deux fois en correspondance avec mon collègue d'une compagnie réassureur: une première fois à propos du prix de rachat d'un contrat réassuré pour partie dans sa propre forme, une seconde fois à propos du prix de rachat d'une combinée, réassurée en vie entière à primes temporaires.

Je m'empresse de dire que, dans l'un et l'autre cas, la compagnie réassureur voulut bien accorder une valeur de rachat supérieure à celle qui résultait de son échelle accoutumée, et plus rapprochée de sa réserve au jour de la liquidation, faveur qui diminuait d'autant le préjudice éprouvé par le premier assureur.

Toutefois, à l'occasion de la combinée réassurée en vie entière, une objection me fut faite, qui me paraît intéressante à rappeler. «Il ne semble pas,» m'écrivit-on, «que notre police soit une réassurance de la vôtre, mais bien un contrat indépendant, avec ses conditions propres». J'eus à peine besoin de faire observer dans ma réponse que nos prédécesseurs n'avaient jamais eu en vue, en présentant la rétrocession, autre chose que la réassurance d'une partie du risque qu'ils avaient accepté.

Ce seul souvenir nous montre en passant que si l'on est

généralement d'accord sur la définition de la réassurance en tant qu'opération, on l'était moins alors, c'est-à-dire hier, sur la définition d'un contrat réassuré. Il reste établi, en tout cas, qu'une police réassurée sous une forme autre que celle pour laquelle elle fut souscrite, pouvait prêter à discussion. Pour ma part, j'ai toujours distingué le contrat direct du contrat réassuré par ce que celui-ci est signé, à titre de contractant, par le premier assureur, et qu'il repose sur la tête d'un tiers qui est l'assuré, tandis que celui-là porte la signature du client lui-même, contractant ou assuré.

Je n'ai pu retrouver sur quel criterium se basaient les assureurs d'alors, pour décider des quotités à rétrocéder; aujourd'hui, à distance, j'incline à penser qu'on se fixait sur les conditions extérieures du risque (valeur physique et morale de l'assuré, rapport médical, etc. . . .) plutôt que sur son importance numérique; élément fragile à la vérité, mais en l'employant les administrateurs croyaient peut-être développer une plus grande somme de prudence.

**b.** Ces pratiques, ou pis, ces erreurs furent maintenues jusqu'à ce que les compagnies anglaises ayant modifié leurs tarifs dans le sens d'une augmentation des primes, l'assureur espagnol trouva moins avantageuses leurs conditions de réassurance. Cette circonstance le conduisit à la seconde période de notre division chronologique qui se caractérise par l'adoption simultanée par l'assureur et le réassureur, de dispositions précises qui furent successivement le simple accord, la convention facultative et le contrat obligatoire. Que cette dernière énumération s'appuie sur une terminologie elle-même conventionnelle, c'est hors de doute; mais on m'excusera, je l'espère, d'avoir choisi des mots qui, tout en étant au fond quasi synonymes dans le langage courant, restent suffisamment dissemblables, pour désigner des actes qui comportent entre eux des différences essentielles.

Le simple accord s'établissait à la suite d'un échange de lettres au moyen desquelles les correspondants décidaient d'un capital maximum, variable avec la catégorie d'assurance et l'âge de l'assuré, et que le réassureur aurait la faculté d'accepter ou de refuser.

Le maximum des capitaux susceptibles d'être proposés en réassurance, avait été choisi comme suit:

**Assurances vie entière.**

Jusqu'à l'âge de 40 ans inclusivement	}	sur une tête	25.000 Ptas.
		sur deux têtes	20.000 »
de 40 ans 1/4 à 50 ans.....	}	sur une tête	20.000 »
		sur deux têtes	15.000 »
de 50 ans 1/4 à 59 ans.....	}	sur une tête	15.000 »
		sur deux têtes	10.000 »

A partir de 60 ans inclusivement, on n'accepta que dans des cas très spéciaux et jusqu'à 10.000 pesetas sur une tête, et 5.000 pesetas sur deux têtes ; mais on appliqua le tarif complet, c'est-à-dire sans réduction de 10 0/0 tout en stipulant la renonciation à la participation dans les bénéfices.

**Assurances mixtes.**

Jusqu'à 40 ans inclusivement.....	25.000 Ptas.
de 40 ans 1/4 à 50 ans.....	20.000 »
de 50 ans 1/4 à 59 ans.....	10.000 »
à partir de 60 ans.....	—.— »

**Assurances à terme fixe.**

Jusqu'à 40 ans inclusivement.....	30.000 Ptas.
de 40 ans 1/4 à 50 ans.....	25.000 »
de 50 ans 1/4 à 59 ans.....	15.000 »
à partir de 60 ans.....	—.— »

**Assurances temporaires.**

Jusqu'à 40 ans et pour les durées de 5 ans au plus	15.000 Ptas.
de 40 ans 1/4 à 50 ans inclus.....	10.000 »
à partir de 50 ans.....	—.— »

**Assurances de survie.**

Jusqu'à 40 ans (âge de l'assuré)...	}	capital.....	15.000 Ptas.
		rente annuelle.	2.000 »
de 40 ans 1/4 à 50 ans.....	}	capital.....	10.000 »
		rente annuelle.	1.000 »
de 50 ans 1/4 à 59 ans.....	}	capital.....	5.000 »
		rente annuelle.	500 «
à partir de 60 ans.....			—.— »

On s'était en outre accordé sur les bases des commissions et sur les taux à employer, pour calculer celles-ci : on payait une commission de première année et une commission d'encaissement les années suivantes.

La convention facultative, intermédiaire entre le simple accord et le contrat obligatoire, se rapproche d'avantage à ce dernier, en tant que ses stipulations se trouvent codifiées par articles dans un acte en due forme.

L'assureur reste libre d'offrir ou non au réassureur intervenant, toute part convenue de ses excédents, mais celui-ci renonce au droit de refuser l'offre qui lui est faite.

L'assureur impose sa propre règle et son propre sort à son réassureur qui doit le suivre dans toutes les opérations relatives à la police réassurée, proportionnellement au capital rétrocédé.

L'usage s'établit de constater les opérations à l'aide d'un bulletin et d'une police de réassurance usités encore aujourd'hui.

Fixation du taux des commissions, règles de comptabilité spéciale, soumission à l'arbitrage des divergences qui peuvent surgir sur l'interprétation ou l'application de la convention, durée de celle-ci et conditions de sa prolongation, sont autant de points prévus dans l'acte, mais qui, presque sans variante, doivent se retrouver dans les contrats obligatoires de date plus récente ce pourquoi je ne m'y arrête pas pour le moment.

C'est dans un exemple de convention facultative que, pour la première fois, nominativement et numériquement, les compagnies se déclarent leurs pleins.

Ils sont à cette époque, pour l'une ;

25.000 pesetas pour les vie entière ;

35.000 pesetas pour les mixtes ou combinées ;

50.000 pesetas pour les termes fixes ;

et pour l'autre :

50.000 pesetas pour toutes les combinaisons.

Chacune des compagnies cédait facultativement à l'autre, qui s'obligeait à l'accepter, l'excédent de ses pleins sur les assurances acceptées directement par elle, en un ou plusieurs contrats, aux conditions de la police et avec les tarifs de la compagnie cédante, à la condition expresse que la somme conservée par celle-ci sur des contrats nouveaux ou anciens, s'élevât au moins à une somme égale à celle qu'elle cédait. Il était entendu, d'ailleurs, que les deux compagnies ne pouvaient mutuellement s'offrir une somme supérieure à leurs pleins respectifs.

Dans l'esprit de ceux qui avaient rédigé cette clause, la réciprocité devait jouer un grand rôle dans les opérations de réassurance; toutefois, la réalité ne répondit pas à cette prévision, et, ni simples accords ni conventions facultatives, ne gagnèrent l'importance qu'on les avait attribuée.

C'est exclusivement entre compagnies nationales que des actes de ce genre avaient été passés, et, parmi trois sociétés sur lesquelles j'ai conservé des traces, l'une a disparu après avoir transmis son portefeuille-vie, la seconde s'est dispersée sur diverses branches, et la troisième s'est adressée à des compagnies étrangères pour le placement de ses excédents.

C'est ensuite que furent signés par celle-ci et par l'assureur espagnol des contrats obligatoires qui, modifiés ou non, sont encore en vigueur.

Assez généralement, ces contrats ont été souscrits avec des compagnies s'occupant plus spécialement du placement des excédents. Leur texte, du fait même de cette circonstance, est établi sur un type communément répandu, modèle uniforme qui, au cours du temps ne subit que des modifications de détail; il fixe les usages de la pratique, et bien qu'on puisse à priori le supposer connu, je le reproduis ci-après, en désignant, pour plus de simplicité, l'assureur par *A* et le réassureur par *R*.

#### ARTICLE I.

*A* s'engage à céder l'excédent de ses pleins en réassurance à *R* qui s'engage à l'accepter jusqu'à concurrence de ..... fois le plein qu'il conserve sur toutes les réassurances consenties directement par lui, en un ou plusieurs contrats, en conformité des conditions générales de ses polices et de ses tarifs, à condition que la somme conservée par *A*, sur anciens ou nouveaux contrats, se monte au maximum à ..... pesetas. Cette somme pourra être réduite à ..... pesetas pour les assurances reposant sur des têtes âgées de plus de 55 ans ou se rendant dans des pays sujets à surprimes.

#### ARTICLE II.

L'application d'une réassurance sera faite de droit par l'envoi à *R* d'un avis de réassurance dûment rempli suivant le formulaire adopté.

Dès qu'une réassurance ainsi notifiée aura été régularisée, *A* remettra à *R* une copie de la police principale et des pièces relatives à la proposition d'assurance, et, en double expédition, la police de réassurance dont un exemplaire sera retourné à *A*, revêtu de la signature de *R*.

Dans le cas cependant où la réassurance s'élèvera à 10.000 pesetas ou plus, les copies des pièces relatives à la proposition d'assurance seront envoyées en même temps que l'avis de réassurance.

### ARTICLE III.

Les réassurances seront acceptées par *R* aux clauses et conditions des polices de *A*, à l'exception toutefois des clauses relatives à la participation dans les bénéfices de la compagnie, qui sont sans effet pour *R*.

*R* s'engage à suivre *A* dans toutes les modifications qui pourraient être apportées aux contrats des assurés de *A*, notamment pour le fractionnement des primes ainsi que pour les autorisations données par lui à ses assurés de voyager en pays étrangers, avec ou sans surprime. *R* recevra par contre toute surprime que *A* recevra lui-même.

### ARTICLE IV.

Les réassurances seront cédées aux primes des tarifs de *A*. Il sera fait une déduction de 10 % pour les assurances souscrites avec participation, et cela, pour réduire la réassurance au tarif sans participation.

### ARTICLE V.

Les réassurances, le paiement des primes et le règlement des sinistres se feront en pesetas, quelle que soit la monnaie du pays où l'assurance est contractée.

### ARTICLE VI.

Les rachats, comme les réductions, seront calculés sur les tarifs de *A*, et *R* devra y participer au prorata de la somme couverte par lui.

Dans le cas d'annulation pour cause de non paiement de la prime par l'assuré, *R* restituera à *A* son prorata sur les primes non rentrées, diminué de la commission y afférente.

## ARTICLE VII.

En cas de décès d'un assuré, *A* informera *R* dès que l'avis de décès lui sera parvenu, et lui adressera une copie certifiée conforme des actes de naissance et de décès et du certificat post-mortem ainsi que de la quittance du sinistre, dès que son règlement aura été effectué.

Dans le cas où *A* ne paierait qu'une partie de la somme assurée, la contribution de *R* se réduirait dans la même proportion que la somme principale.

## ARTICLE VIII.

Les réassurances seront faites aux commissions ci-après . . . . .

## ARTICLE IX.

Les primes et commissions, de même que les contrats échus, les sinistres et les rachats se régleront en compte non susceptible d'intérêts.

Les comptes seront établis par *R* au plus tard un mois après chaque trimestre naturel.

La partie créancière règlera dans la huitaine.

## ARTICLE X.

Toute contestation qui pourrait surgir sur l'interprétation du présent traité sera soumise au jugement de deux arbitres nommés par chacune des parties. En cas de désaccord, les deux arbitres nommeront un troisième la décision dans les limites de leurs votes.

Ils jugeront en dernier ressort et sans appel.

## ARTICLE XI.

Le présent contrat est fait pour une période de . . . . année . . . . à partir du . . . .

Il se continuera pour une période égale à moins que l'une des parties ne l'ait dénoncé à l'autre . . . . mois avant l'expiration de la période en cours.

Fait double, etc. . . .

Conformément à ce traité, ou à tout autre analogue au fond, l'assureur espagnol, environ depuis 1905, pratique la réassurance de ses excédents de risques,

Les bulletins et polices de réassurance en usage à cette fin de la seconde période, nous les retrouvons en usage à l'heure actuelle dans le courant de la troisième période dont j'exposerai tout-à-l'heure les particularités.

Il est de convention expresse que le bulletin de réassurance doit exprimer son numéro d'ordre, le numéro de la police souscrite, la classe à laquelle elle appartient, la somme assurée, la date de naissance de l'assuré, son nom et éventuellement celui du contractant ainsi que tous autres renseignements que nécessiterait le réassureur, s'il avait à émettre lui-même la police principale.

La police de réassurance est émise par l'assureur et signée à la fois par l'assureur et le réassureur; elle énonce que celui-ci a pris connaissance des conditions générales et particulières du contrat principal émis par celui-la; elle porte indication de la classe de la police principale, de la somme réassurée, de la prime correspondante, de la date d'échéance du contrat et des dates du paiement de la prime ou de ses fractions.

C'est en somme, réduite à ses éléments essentiels, une police complète, d'usage constant entre les compagnies et pour laquelle le contrat obligatoire ajoute ce qui pourrait y manquer.

c. Au commencement de 1909, date de l'entrée en vigueur de la loi du 14 mai 1908, l'assureur espagnol a dû envisager la situation que lui créait l'application d'une législation nouvelle et, en raison des circonstances même, deux ordres de faits se sont manifestés, relatifs l'un au rétablissement des rapports entre les compagnies nationales, l'autre aux mesures à prendre en ce qui concerne les réserves des capitaux réassurés.

Les compagnies nationales ont renoué leurs relations sur la base de la réciprocité rendue obligatoire par contrat, entente qui, tout d'abord, obligeait à une modification dans le texte du contrat qu'on vient de lire, l'article I recevant la rédaction que voici:

»A s'engage à céder à R qui s'engage à l'accepter, les  $\frac{n}{m}$  de l'excédent de ses pleins, jusqu'à concurrence de trois fois le plein conservé par lui, pour des opérations sur des têtes ne dépassant pas l'âge de 50 ans, deux fois sur des têtes ne dépassant pas l'âge de 55 ans et une fois sur des têtes dépassant 55 ans.

»Les pleins conservés par A pour son propre compte sont les suivants:

Ptas. 25.000 pour les vie entière;  
 » 35.000 pour les mixtes et combinées;  
 » 50.000 pour les termes fixes.

» Ces pleins pourront être réduits respectivement à

Ptas. 15.000  
 » 25.000  
 » 35.000

pour des assurances reposant sur des têtes de 50 ans et plus, ou qui se rendent dans des pays sujets à surprimes.

» *A* aura le droit de souscrire des nouveaux contrats de réassurance pour les sous-pleins (différence entre le plein originaire et le plein réduit), sans que les conditions du traité soient modifiées; *A* devra cependant donner à *R* avis de pareilles conventions.

Cette disposition nouvelle permet à *A*, d'un côté, de s'engager dans tous les cas pour  $\frac{m-n}{m}$  de ses excédents en faveur d'autres réassureurs que je désigne par *C*, et, d'un autre côté, de diminuer dans une certaine mesure les pleins ci-dessus, pour donner en réassurance à *C*, la différence entre le plein ainsi réduit et le capital assuré, jusqu'à concurrence de la différence entre le plein primitif et le plein réduit.

Cette faculté a été rendue obligatoire par des traités qui ont également la nature de contrats de réassurance, mais qui, afin d'établir une distinction à propos de la provenance des sommes réassurées, ont reçu le nom de contrat de surplein et contrat de sous-plein.

Ainsi, p. ex. la Compagnie *A*, dans le cas d'une assurance vie entière de 60000 pesetas sur une tête de moins de 50 ans, et, en supposant qu'elle réduise ses pleins de 5000 pesetas en faveur de *C*, devra faire la répartition suivante:

Soit  $\frac{n}{m} = \frac{3}{4}$ .

à *R*, en exécution du contrat obligatoire

$\frac{3}{4} \times (60.000 - 25.000) = \dots\dots\dots 26.250$  Ptas.

à *C*, 1<sup>o</sup>. en exécution du contrat de surplein

$\frac{1}{4} \times (60.000 - 25.000) = \dots\dots\dots 8.750$  »

2<sup>o</sup>. en exécution du contrat de sous-plein. . . . . 5.000 »

*A* conserve pour lui-même. . . . . 20.000. »

Total. . . . . 60.000 Ptas.



Les traités, sur des bases numériques identiques ou différentes, établissent la réciprocité obligatoire de *C* vis-à-vis de *A*.

Si, par suite d'une production moins active ou pour toute autre cause, une compagnie a réassuré moins qu'elle n'a reçu en réassurance, le contrat pourvoit au rétablissement de l'équilibre sous forme de commission supplémentaire :

» Il sera procédé dans le premier trimestre de chaque année, à un décompte des cessions faites par chaque compagnie, en capitaux assurés au cours de l'exercice précédent.

» La comparaison en résultant donnera droit, au profit de la compagnie dont le chiffre de cessions sera le plus élevé, à un rappel de commission décompté à raison d'un pourcentage sur les primes de seconde année correspondant à l'écart entre les capitaux cédés et les capitaux reçus en réassurance«.

Un simple avis d'application adressé au réassureur chaque fois qu'un contrat prend son effet, suffit pour rendre effective la réassurance.

Par conséquent, pas de copies de pièces, pas d'étude préalable d'un dossier plus ou moins volumineux ; pas de surcroît de besogne immédiate dans les bureaux, ceux-ci se bornant à dresser plus tard et uniquement pour régularisation, une fiche de réassurance signée par la compagnie cédante.

Les sociétés nationales montrent la tendance à rechercher et à propager ces contrats de réciprocité obligatoire avec compensation ; elles ont trouvé là un heureux procédé de division des risques, sans pertes dans la production, et elles se montrent décidées pour l'avenir à généraliser cette méthode dans la mesure du possible ; elles ne feront leurs cessions d'excédents que sous réserve qu'elles recevront des quantités égales de rétrocessions.

Outre les avantages que, au point de vue industriel ou financier, ces contrats d'ordre particulier peuvent présenter pour les compagnies qui les ont adoptés, ils ont eu cette heureuse conséquence de faire revivre entre les compagnies espagnoles, le principe de l'acceptation des réassurances. J'ai déjà signalé qu'avec l'abandonnement des simples accords ou des conventions facultatives, ce principe était précédemment tombé en désuétude.

C'est ici la place pour une courte remarque :

Si l'on observe les chiffres des capitaux en cours et des capitaux

réassurés pour les deux principales compagnies nationales, on s'aperçoit que l'une d'elles a rétrocedé environ 20 % de ses risques en cours, tandis que l'autre, et c'est la plus importante, ne réassure guère plus de 8 % de son portefeuille.

Bien que ce ne soit pas le lieu d'analyser une telle différence, on peut évidemment l'attribuer aux chiffres du plein, beaucoup plus élevés dans une société que dans l'autre.

Par contre, dans l'état actuel de la publicité imposée aux compagnies, aucun document ne permet de se rendre compte des sommes acceptées en réassurance par l'ensemble des entreprises nationales; tout ce que je puis dire, c'est que jusqu'à la fin de 1909, la Compagnie qui utilise mes services, liée par le traité dont j'ai rappelé la teneur, a placé tous ses excédents, tandis que c'était dans sa règle d'administration de n'accepter que très extraordinairement les réassurances qui lui étaient proposées; les quelques rares polices de ce genre ont été confondues avec les affaires directes dans les mêmes catégories, et elles sont en si petit nombre que, même mises à part, elles ne sauraient donner lieu à aucune conclusion d'expérience.

Quant aux réassurances acceptées en vertu des traités de sous-plein ou de surplein, bien qu'après une seule année d'observation, leur nombre soit relativement important, elles sont de souscription trop récente pour qu'elles puissent se prêter à une statistique utile.

Je donne cela tout de suite comme excuse valable de l'impossibilité où je me trouverai de traiter le troisième point du thème en question, pour faire suivre encore quelques lignes à propos du second.

\* \* \*

Les compagnies espagnoles ne se sont livrées à aucune recherche spéciale en vue de la détermination du plein qu'elles adopteraient pour chaque combinaison.

C'est absolument au jugé, et en se comparant à d'autres sociétés d'une importance à peu près identique qu'elles se sont arrêtées à des pleins d'une certaine importance pour les vie entière, plus importantes pour les mixtes, plus importantes encore pour les termes fixes.

On peut même affirmer que la fixation empirique des chiffres du plein a été inscrite dans la limitation des pouvoirs des

administrateurs et sous réserve que l'expérience démontrerait si ces chiffres avaient été adoptés judicieusement.

On a seulement demandé que les pleins ainsi établis permissent, toutes autres conditions remplies, d'établir l'équilibre de la balance comptable de telle façon que celle-ci fut approuvée.

Il en a été ainsi jusqu'à présent; tant qu'il en sera de même, et à moins de conventions particulières sous forme de contrats de sous-plein, il y aura peu de chances de variation dans les chiffres actuellement en usage.

Ces chiffres que j'ai eu l'occasion d'énoncer pour une compagnie, en reproduisant les articles des contrats obligatoires, sont les suivants:

	Pour des têtes de:	
	50 ans au plus	plus de 50 ans
Vie entière	Ptas. 25.000	Ptas. 15.000
Mixtes et combinées	» 35.000	» 25.000
Termes fixes	» 50.000	» 35.000

Ils peuvent être réduits par le fait d'un contrat de sous-plein.

Dans une autre compagnie, le plein est uniformément de Pesetas ..... 15.000.

Une troisième compagnie nationale a passé avec une société à l'étranger un contrat de réassurance en vertu duquel elle a, depuis sa fondation, rétrocédé environ 50 % de tous ses risques; n'ayant pas souscrit des fortes affaires elle n'a sans doute pas eu à convenir d'un maximum bien élevé à conserver par devers elle sur ses diverses combinaisons; au surplus, prise à l'instant entre les exigences de ses traités à l'étranger et celles de la réglementation espagnole, elle se considère comme obligée à la cession de ses affaires-vie.

Trois ou quatre autres sociétés nationales se livrent plus particulièrement ou exclusivement, sur des têtes jeunes (en vue de la conscription, par exemple) à des opérations qui ne se prêtent pas à la réassurance et ne portent que sur de petits capitaux; pour cette raison, elles n'ont pas eu à se poser la question du plein.

J'ai déjà cité, et je le répète ici pour mémoire, qu'une société aujourd'hui disparue, conserva pour sa propre part un maximum de 50.000 pesetas sur toutes les combinaisons: il n'est peut-être pas trop exagéré de supposer que l'adoption d'un chiffre aussi élevé par une compagnie qui se fondait, n'est pas étrangère aux raisons de la brèveté de son existence éphémère et de la vente de son portefeuille.

Dans la pratique des rétrocessions, des divergences d'appréciation se sont produites dans certains cas sur l'estimation même du plein.

Supposons un premier contrat souscrit en vie entière par une tête de moins de 50 ans et pour un capital de 20.000 pesetas. Il n'y a pas lieu à la réassurance.

Supposons une seconde tête, dans les mêmes conditions d'âge, souscrivant une mixte de 30.000 pesetas. Il n'y a pas lieu non plus à la réassurance.

Que, simultanément ou successivement, une seule et même tête souscrive ces deux contrats, en raison du plein de quelle catégorie convient-il de compter l'excédent?

Si par plein l'on entend la quantité maximum pour laquelle l'assureur s'engage en cas de sinistre, le plein sera celui de la vie entière; mais si l'on admet que le réassureur puisse rétrocéder en totalité le contrat de vie entière, le plein sera celui de la mixte.

On s'est arrêté à un moyen terme; on réassure l'excédent des capitaux souscrits au-dessus du plein de la combinaison pour laquelle il est le plus élevé.

Supposons maintenant qu'une même tête intervienne, dans divers contrats d'une même catégorie ou de catégories différentes, les uns sur cette seule tête, les autres sur cette tête groupée avec d'autres; elle est seule assurée pour une mixte de 35.000 pesetas (plein) et assurée avec une seconde tête pour une autre mixte de 20.000 pesetas, comment calculer l'excédent?

À ne regarder que la combinaison, et si les deux têtes ont moins de 50 ans, le plein sera 35.000 et le second contrat devra être réassuré en totalité. Mais, à considérer que le second contrat repose sur deux têtes, on se demande s'il ne faut pas diviser le capital du second contrat en deux parties, proportionnellement à l'évaluation du risque que chaque tête impose à l'assureur, et, une fois effectuée cette division, réassurer seulement la part correspondante à la seule tête sur laquelle le plein est déjà épuisé.

C'est à la première solution qu'on s'est arrêté; toute tête assurée dans un groupe est traitée comme assurée isolément et pour le capital total souscrit par le groupe.

\* \* \*

Pour terminer, et en substitution de cette troisième partie du

programme que, plus haut, je me suis déclaré empêché d'aborder, il ne me reste plus qu'à noter quel a été, sur les relations entre l'assureur espagnol et ses réassureurs à l'étranger, l'effet de la loi du 14 mai 1908, entrée en application le 1<sup>o</sup> janvier 1909.

Le législateur, et après lui le réglementateur, paraît avoir eu un grand souci de surveillance sur les opérations de réassurance effectuées par les compagnies sur les contrats par elles acceptés.

Si l'on se reporte aux modèles des états qui, en exécution de l'article 14 de la loi, doivent être publiés et fournis au Commissariat Général des Assurances, on observe tout d'abord qu'une séparation précise est imposée entre ce qui s'est fait avant et après le 1<sup>o</sup> janvier 1909.

Ainsi, au compte de Profits et Pertes (Etat No. 2) les compagnies doivent porter au débit :

1<sup>o</sup>. pour les opérations réalisées antérieurement au 1<sup>o</sup> janvier 1909, les réserves mathématiques déduction faite de la portion réassurée ;

2<sup>o</sup>. pour les opérations réalisées postérieurement au 1<sup>o</sup> janvier 1909, les réserves mathématiques sans déduction de la portion réassurée.

L'état No. 3, relatif au mouvement des capitaux pendant l'exercice auquel il se rapporte, implique qu'une distinction doit être faite entre les affaires directes et les affaires de réassurance.

Les états No. 4 et 4bis rendent compte uniquement des réassurances, et sous le titre de »Capitaux et Primes cédés aux Réassureurs, et Réserves correspondantes«, ils renseignent, le premier sur les affaires réassurées jusqu'au 31 décembre 1908, le second sur les affaires réassurées ultérieurement ; l'un et l'autre demandent la division des capitaux, des primes et des réserves en deux groupes, selon que le réassureur est autorisé ou non à opérer en Espagne ; en outre, l'état No. 4 exige la liste, spécifiée par nom et domicile, des compagnies réassureurs autorisés ou non ; à l'état No. 4bis, il suffit de donner la liste des réassureurs autorisés.

Cette abondance de documentation sur les réassurances a paru indispensable au législateur, pour surveiller efficacement l'existence et le placement des réserves mathématiques, étant donné que, aux termes de l'article 17 de la loi, le 50 pour cent des réserves au minimum doit être versé à la caisse des Dépôts ou à la Banque d'Espagne.

La réglementation n'a rien changé à la situation des réassureurs

établis en Espagne; comme tous les assureurs de ce pays, ils ont eu seulement à se soumettre à la loi commune; de même qu'antérieurement à la promulgation de celle-ci, ils peuvent continuer à constituer les réserves des contrats qu'ils réassurent, et à gérer ces réserves cumulées avec celles des affaires directes.

Il en est autrement pour les compagnies réassureurs étrangères qui n'ont pas sollicité leur inscription, aux termes de la loi: elles peuvent, comme par le passé continuer à réassurer les risques espagnols, mais alors pour elles, la distinction posée par les états N° 4 et 4bis entre en jeu: la loi excluant la rétroactivité, elles continuent à gérer les réserves portées à l'état N° 4, mais elles doivent abandonner à l'assureur la gestion des réserves qui leur reviennent et qui sont portées à l'état N° 4bis.

Cette dualité devait fatalement donner naissance à une perturbation dans les rapports entre assureurs et réassureurs non inscrits: elle s'est produite; une société à laquelle j'ai fait allusion et qui, à son contrat de réassurance avait joint des conditions de garantie et de solidarité, s'est vue, pour des raisons qu'elle expose dans son compte rendu de l'exercice 1910, dans l'obligation d'entamer des pourparlers pour la cession de son portefeuille.

A part cet accident, dû seulement à un état de choses imprévu, les réassureurs non inscrits ont reconnu la nécessité pour l'assureur de constituer à son seul nom leurs propres réserves de l'état No. 4bis.

En conséquence il s'est établie la pratique d'une règle nouvelle: à la fin de l'exercice, le réassureur non inscrit dépose auprès de l'assureur, le montant des réserves qui lui reviennent pour les contrats réassurés depuis le 1° janvier 1909, et reçoit de l'assureur le produit de son placement.

Une dernière remarque: au point de vue technique, il a été d'usage jusqu'ici d'exprimer la cession d'un portefeuille en disant que le cédant réassure complètement ses opérations chez l'acquéreur. L'autorité de surveillance espagnole prohibe l'emploi des contrats de réassurance dans les cas analogues, et autorise seulement l'acquéreur à s'instituer liquidateur des opérations du cédant. Toute critique serait inutile; après avoir changé le titre du traité, le texte et les effets de celui-ci restent les mêmes.

Ces résultats de l'application d'une législation relativement récente m'ont paru assez importants pour mériter d'être signalés.

\* \* \*

En commençant ce travail, j'avisais que la situation générale de l'assurance en Espagne exigeait presque une modification du titre en faveur de ce pays; en terminant, je m'accuse d'avoir moi-même modifié le plan.

On me pardonnera, il fallait bien, en présentant un rapport espagnol sur ce sujet, se résigner à n'apporter d'Espagne que ce que celle-ci pouvait donner, et c'est à cela que je me suis essayé.

---

## DIE RÜCKVERSICHERUNG IN DER LEBENSVERSICHERUNG IN SPANIEN.

VON

ERNESTO BAZIN, Barcelona.

---

Gegenwärtig ist in Spanien mehr als die Hälfte der laufenden Risiken bei auswärtigen Gesellschaften versichert; nur der Rest entfällt auf die nationalen Anstalten, welche auch an Zahl hinter den ausländischen Gesellschaften zurückstehen. Der gegenwärtige Bericht soll nur die Rückversicherungsmethoden der spanischen Gesellschaften, u. zw. während einer Beobachtungszeit von nahezu einem halben Jahrhundert umfassen.

In der ersten Zeit rückversicherte man ohne jegliches feste Prinzip; der einzige Gesichtspunkt war, die Rückversicherungen zu möglichst billigen Tarifen zu placieren. Allmählich wurden — zuerst durch freie Korrespondenz, dann in Vertragsform — Vereinbarungen getroffen. Durch diese Vereinbarungen wurden zunächst nur bestimmte Höchstbeträge für die abzugebenden Rückversicherungen festgesetzt, jedoch ohne Annahmepflicht des Rückversicherers; später setzten die Gesellschaften ihre Selbstbehalte fest und behielten sich vor, die Exzedenten in Rückversicherung abzugeben, während sich der Rückversicherer zur Annahme dieser Exzedenten in gewissen Grenzen verpflichtete. Schliesslich wurden Verträge gemacht, welche sowohl die Überweisungs- als auch die Annahmepflicht in dem vertraglich vorgesehenen Umfange bindend stipulierten. In diesen Verträgen wurden auch die Bedingungen der Rückversicherungen genau festgelegt; in der Regel erfolgten

die Rückversicherungen zu Originalprämien, bei Gewinnanteilversicherungen mit Abzug von 10% für Ausschluss des Dividendenrisiko.

In letzterer Zeit hat sich das Prinzip eingebürgert, sei es an Stelle, sei es neben den früheren einseitigen Rückversicherungsverträgen, obligatorische, gegenseitige Rückversicherungsvereinbarungen mit Austauschpflicht einzuführen. Von zwei Gesellschaften, welche einen derartigen gegenseitigen Rückversicherungsvertrag abgeschlossen haben, ist diejenige, welche im Laufe eines Jahres weniger Überweisungen abgegeben als erhalten hat, verpflichtet, für die Differenz eine Provision an die andere Gesellschaft zu bezahlen.

Die spanischen Gesellschaften haben, wiewohl sie seit Langem ihre Exzedenten rückversichern, bis auf die letzten zwei Jahre, d. i. bis zum Inkrafttreten der gegenseitigen Rückversicherungsvereinbarungen, nur wenig Retrozessionen erhalten. Die Statistiken, die sie aus ihren Erfahrungen inbezug auf übernommene Rückversicherungen ableiten könnten, wären daher unbedeutend.

Die Selbstbehalte sind auf rein empirischer Basis gewählt; man betrachtete sie als richtig, wenn sie den nötigen Ausgleich der Risiken herbeiführten, um eine glatte Betriebsrechnung aufstellen zu können.

Einige Schwierigkeiten ergaben sich bei Festsetzung der Selbstbehalte, wenn auf dasselbe Leben Versicherungen nach verschiedenen Tarifen abgeschlossen wurden, oder wenn eine und dieselbe Person eine Versicherung auf ihr Leben allein bereits laufen hatte und dann gemeinsam mit einer zweiten eine weitere Versicherung auf zwei Leben abschloss. Durch die Praxis wurden auch hier gewohnheitsmässige Normen geschaffen.

Das spanische Gesetz scheint der Überwachung der Rückversicherungen grosse Bedeutung zuzuschreiben; die Durchführungsverordnungen ziehen eine scharfe Grenze zwischen den Rückversicherungen vor und nach dem Inkrafttreten des Gesetzes (1. Januar 1909). Die spanischen Gesellschaften dürfen vom 1. Januar 1909 an Rückversicherungen an solche Anstalten, welche die gesetzlichen Zulassungsbedingungen nicht erfüllt haben, nur dann abgeben, wenn die Reserven bei dem Erstversicherer deponiert bleiben. Demgemäss müssen die Rückversicherer der bezeichneten Art für neue Geschäfte die Reserven in Verwaltung der Erstversicherer belassen. Für dieses Depot werden ihnen seitens der Erstversicherer Zinsen zu dem üblichen Satze vergütet.

## RE-ASSURANCE IN LIFE ASSURANCE IN SPAIN.

BY

ERNESTO BAZIN, Barcelona.

In our time, more than half of all risks in Spain are carried by foreign Companies; they exceed also in number the national Societies of the country, which are limited up to now to not quite fifty percent of the whole national life insurance business. The present report endeavours to show the reinsurance methods, as cultivated by the Spanish Companies during an observation period of nearly half a century.

At first reassurances were effected without any fixed principles, the only idea being to place the risks at most profitable premiums. Successively reinsurance agreements were taken, — in the beginning by simple correspondance, then by regular contract forms. By the said agreements certain limits were established for the sums to be reassured, without obligation on the part of the Guaranteeing Office to accept the risks offered for reinsurance. Later, the Companies proceeded to a determination of their own retention limits; they left at their own liberty to reassure the exceeding risks, whereas the reassurers were bound to accept such risks within certain limits. Finally, regular contracts were executed on terms equally binding for both parties, the one being obliged to give and the other to accept reinsurances under the conditions and within the limits agreed upon. — Generally, reinsurances are subject to the conditions of the Principal Office, the premium rate being that of the original policy; in the case of With Profit contracts, reinsurance premiums are to be calculated by deducting 10 % as equivalent for the exclusion of bonus payments to the policyholders.

Recently, it has become more and more frequent among the Spanish Companies to take — either instead of or in addition to the old unilateral reinsurance contracts — new bilateral agreements for the purpose of mutual exchange of risks. In the case of such bilateral reinsurance contracts, the Office having within one year received more business than it could give from its own, will be

obliged to pay, for the balance, the usual réinsurance commissions to the other contract partner.

The Spanish Companies, although reinsuring the excess of their business since many decades, did never receive réinsurance business to a remarkable extent, excepted the last two years when the bilateral agreements have been started. Consequently, they could not, at the present moment, give any reliable statistics, with regard to received réinsurances.

The limits to be retained are fixed on a merely empirical basis. Mostly, the limit is considered as a satisfactory one, if providing for sufficient stability to avoid adverse fluctuations which could affect the annual surplus results.

Some difficulties are to be met in such cases, where two policies are taken on the same risk, in base of different tariff forms or where one and the same person is insured once by a policy on his single life and then by a joint life policy. By practice however, satisfactory rules have been developed also for such special cases.

The new Spanish supervision law seems to consider the control of réinsurances as an especially important point. The official regulations draw a very sharp line between réinsurances effected before and after the operation of the law (January 1st 1909). After this date, Spanish Companies are not allowed to pass réinsurances to such Offices which do not comply with the new legal admission formalities, if the premium reserves are to be left in the hands of the reinsuring Company. Consequently, the said Réinsurance-Offices are obliged to leave the entire premium reserves in the hands of the Principal Company which, of course, has to refund to the Reinsuring Office, on the deposited amounts, interests at the usual rate.

---

# RE-ASSURANCE IN LIFE ASSURANCE

BY

J. S. B. WILSON, F. F. A.

The Century Insurance Company, Limited, Edinburgh.

---

The elementary principle of Life Assurance is one of protection. In the early years of Life Assurance the contracts were effected mainly as a provision for widows or other dependants. With the increase in the wealth of the country and the enlightenment of the community to the advantages of Life Assurance, however, the scope of Insurance has been enormously extended and more especially during the last generation, until at the present time Life Assurance is now used to cover all sorts of contingencies in which human life is involved. It has furthermore been introduced in connection with business requirements and among the wealthy and higher classes in ways which its founders probably did not foresee.

Mention may be made of a few of the causes which have led to the extension of the business.

A Merchant in a large way of business may wish to make for his wife and family a provision which cannot be lost in event of adverse circumstances arising. In order to do so he effects a policy for a large amount, in Scotland under the Married Women's Policies of Assurance (Scotland) Act 1880, or in England under the Married Women's Property Act 1882. Again, in connection with a partnership business a policy on the joint lives or policies on the individual lives are usually effected for a substantial amount in order to replace the loss of capital due to the death of any of the partners. Then again, policies for large amounts are frequently effected as collateral security in connection with loans, or in connection with the sale of or an advance on Life Interests and



Reversions. Further, assurance is sometimes required to protect the interests of a huge industrial concern and a temporary policy for a large amount is therefore effected on the life of the Managing Director or some other responsible person in order to provide against any pecuniary loss in the event of his death during a fixed period. Moreover, successful Professional men who are at present making a large income, may desire to make provision for the time when their ability to make such income deteriorates, and with this object in view are induced to take out Endowment Assurances for substantial amounts. In recent years members of the aristocracy as well as all wealthy men have found it necessary to effect large policies to provide for the enormous duties now payable when death takes place.

The foregoing examples and many others might be cited as cases in which large policies are often required, larger indeed than the majority of Offices would care to retain on one life, on account of the probability of a heavy loss occurring which would exceed the bounds of prudential administration.

The inability to carry the full amount offered on a life naturally led to the introduction of Re-assurance, and recently, for the causes mentioned, its extension has been very marked. It is difficult to say how much is given and received by Offices in this way in the course of any year but according to the last available returns to the Board of Trade the amount of Re-assurances is stated to be close on £ 44,000,000 or rather more than 5 per cent of the total amount of Assurances in force.

At first Reassurances were no doubt usually given and received without profits as it was considered difficult for one Office to issue a policy giving the same terms and bonus as another in which the principles were not the same, and the method of dividing profits was altogether different. There has been of late, however, a great extension, and it is quite a common thing for one Office to issue a policy and get the reassuring Office to follow its terms and conditions in every respect. On the whole this course appears to fulfil the object of reassuring which is simply to reduce the amount of risk and not to obtain any particular gain or advantage.

The extent to which risks are interchanged in this country renders it of great importance that a clear understanding should exist as to the rights and liabilities of each Office under such contracts. With the great extension in Life Assurance, and as the

Offices became sensible of the advantages of the system, it became necessary to have these rights and liabilities based upon principles of perfect fairness and equality. Accordingly regulations were drawn up by the Managers and Actuaries of several Assurance Companies.

"As it is for the benefit of Life Assurance Offices that they should have facilities for re-assuring with each other portions of the Assurances offered to them on such terms as shall leave no doubt with regard to the rights and liabilities of each Office" an Agreement was entered into in 1849 by the Associated Scottish Life Offices. In 1873 a Supplementary Agreement was issued and in 1887 a Revised Agreement cancelled the foregoing. The latter Agreement remained in force until 1900 when a new Agreement known as "The Reassurance Agreement 1900" was drawn up by the Life Offices' Association and is at the present time in operation. Of course, Offices are not prohibited by this Agreement from entering into a special Inter-Office Agreement applicable to all reassurances or to individual cases.

Before we go further it might be as well to consider the rules which apply to re-assurances effected under the "Reassurance Agreement 1900". The Office placing the reassurance risk is termed the "Principal Office", and the Office to which the risk is offered is termed the "Guaranteeing Office". The term "Original Assurance" is used to denote all Assurances of similar nature and for the same term, issued concurrently by the Principal Office on the same risk, and the term "Original Policy" includes all the Policies in connection with such assurances.

The following is a summary of the rules:

1. The Principal Office to state in writing the amount and the terms of any existing assurances, also the amount of the new assurance to be retained, and the terms thereof.
2. All information bearing on the eligibility of the risk to be furnished to the Guaranteeing Office along with copies of the papers containing such information. Particulars of any previous proposals to be also given, and if required, the papers connected therewith to be exhibited. Reassurance not to be invalidated by any error or omission in describing the risk or in giving information, but case to be referred to referees in event of dispute.

3. Guaranteeing Office to obtain in writing consent of Principal Office before Sub-Reassuring.
4. Guaranteeing Office not to be on risk until after acceptance intimated. Guaranteeing Office to be then on risk concurrently with Principal Office, provided proposal completed within one month from date of acceptance. Otherwise Principal Office to obtain and to communicate to the Guaranteeing Office satisfactory evidence of continued eligibility of the risk.
5. In event of the Guaranteeing Office, after acceptance, wishing to withdraw, it shall do so in writing and state the reasons for so doing. The acceptance to become void after the expiry of one week or immediately upon the withdrawal of the Principal Acceptance or the Acceptance of the reinsurance elsewhere. If the Principal Office, however, be on the risk, the acceptance by the Guaranteeing Office must remain in force.
6. Upon commencement of risk the first premium to be paid to the Guaranteeing Office or pending payment notice to be sent stating the amount reassured and the date of commencement of the risk.
7. In case of claim before payment of premium or issue of notice, the Principal Office to be liable for amount intimated as its retention, the balance to be paid by the Guaranteeing Office or Offices in proportion to the amount accepted, said amount in no case to exceed the amount of the acceptance.
8. Reassurance contract to be evidenced by a Guarantee endorsed on a copy of the Original Policy, or of one issued by the Principal Office, or by a policy of the Guaranteeing Office endorsed to the effect that it is a reinsurance of the policy or policies (to be specified) of the Principal Office. The Guarantee to be subject to the conditions of the original Policy and to any alteration thereon, provided such alteration does not change the term or premium payable or introduce any new risk. A claim under a reinsurance to be payable only if a claim under the Original Assurance becomes payable.

The following is a specimen form of Guarantee which

should be executed in the manner in which policies issued by the Guaranteeing Office are executed:

(Place and Date) In terms of the "Reassurance Agreement 1900", the (A) Assurance Company hereby guarantee the (B) Assurance Company the sum of ..... Pounds of the within Assurance on the (With or Without) participation scale at the (yearly or otherwise) premium of ..... according to the rate of the said (A or B) Company. (Here insert any clause limiting liability to the amount of Capital Stock and Funds.)

9. Guaranteeing Office to be liable for a rateable proportion of the Stamp Duty on the Original Policy.
10. When rate of premium payable is that of Principal Office, Guaranteeing Office to be held as agreeing to follow Principal Office, provided as follows:
  - (a.) In event of extra premiums being imposed, not provided for in Original Policy or in any published rules of Principal Office, and any license under which such premium may be waived, Guaranteeing Office to be consulted before arriving at any decision.
  - (b.) Guaranteeing Office to follow Principal Office in commutation or alteration of premium or adjustment of premium or sum assured in event of error in age. Principal Office, however, not to remit or to reduce any extra premium originally imposed without consent of Guaranteeing Office.
  - (c.) Rate of Bonus or value thereof in case of With Profit contracts to be according to practice of Principal Office.
  - (d.) Surrender Values and Paid-Up Policies to be according to practice of Principal Office.
11. When rate of premium payable is that of Guaranteeing Office, the reinsurance to be subject to the terms and conditions of the Guaranteeing Office as regards Bonuses, Surrender Value, Paid-Up Policy and alteration or commutation of premiums. Extra premiums and licenses to be subject to provisions of clause 10 (a) and practice of Principal Office to apply to any adjustment for error in age.

The Guaranteeing Office to be liable for amount accepted only so long as Original Assurance remains in force. When, by operation of non-forfeiture regulations, Original Assurance would remain longer in force than reinsurance, Guaranteeing Office to remain on risk concurrently with Principal Office, but Principal Office to pay pro rata premium (if any) to keep reinsurance in force. When, for a like cause, reinsurance would remain longer in force than Original Assurance the liability of Guaranteeing Office to cease concurrently with Original Assurance, but Guaranteeing Office to be liable for balance of Surrender Value (if any). Principal Office may keep reinsurance in force by payment of reinsurance premium while Original Assurance is in force by the operation of non-forfeiture regulations.

12. When both Offices have the same rates of premium the reinsurance to be held to be at the rate of the Principal Office, unless otherwise arranged.
13. Premiums on reinsurance to be payable on same days as on Original Assurance and payment of renewal premiums to Principal Office to bind Guaranteeing Office as if reinsurance premium had been simultaneously paid.
14. Risk of Guaranteeing Office to cease concurrently with that of Principal Office, whether renewal premium paid or not. If premium not paid to Principal Office then premium paid to Guaranteeing Office (less commission deducted at time of payment) to be returned on demand to Principal Office.
15. Principal Office may during subsistence of Original Assurance, claim Surrender Value or Paid-Up Policy, if any, in whole or in part as if Original Policy were surrendered or converted into Paid-up Policy.
16. When Original Assurance is wholly discontinued the liability of Guaranteeing Office to cease. When Original Assurance is reduced, then if Principal Office has retained no part thereof, it shall reduce to same extent some or all of the reinsurances, so that it shall never receive a larger sum assured, irrespective of Bonus, than it is liable to pay.  
Principal Office not to reduce its own risk without reducing reinsurances in like proportion.

17. If Principal Office be interested in assurance in connection with loan or other transaction it may continue reassurances, in whole or in part, although Original Assurance shall have become void, but Guaranteeing Office only to be liable for amount necessary to save Principal Office from actual loss and only to extent of amount accepted. If loss be less than amount reassured, such sum shall be rateably apportioned between Guaranteeing Offices according to amounts accepted including Bonus additions,
18. Evidence of age and certificates in proof of claim accepted by Principal Office to be accepted by Guaranteeing Office who shall have right to inspect such proofs. When collecting amount payable by Guaranteeing Office, Principal Office to state in writing either that claim has been paid, or the date that it expects to pay, or that interest is to be allowed on claim, in which case Guaranteeing Office may pay its proportion of Interest in lieu of immediate payment of claim.
19. Commission on reassurances, unless otherwise arranged, in the case of Whole Life and Endowment Assurance risks to be at the rate of either 10 per cent of first year's premium and 5 per cent on renewal premiums or £ 1. per cent on the Sum Assured and 2<sup>1</sup>/<sub>2</sub> per cent on renewal premiums. Rate of Commission to be stated at time of offering reassurance.
20. Any difference or dispute relating to reassurance effected under this Agreement to be referred to three of the Principal Officers of Offices which are parties hereto, and who are not interested in the matter, one to be selected by each Office interested, and the third by mutual agreement of the referees. The decision of the majority to be binding.

Before the completion of a reassurance the Principal Office submits to the Guaranteeing Office a proposal for reassurance in a form somewhat as follows:

*Proposal for Reassurance.*

Made by.....

To.....

Name and Designation of Person whose Life is to be Assured	
Date of Birth	
Sum to be Reassured and whether with or without Participation in Profits.	£..... at a..... premium of £..... per cent with..... Profits (at the Bonus rate of the..... Office) The..... is retaining £..... viz., Under the new Assurance £..... Under existing Assurance £.....
Class of Assurance	
Mode in which the Reassurance is to be effected.	
Date of commencement of risk under the Principal Policy	
Terms of Commission on the Reassurance.	

For all particulars as to health, habits, age and other information relative to the person above designated, reference is made to the proposal papers of the ..... Office, of which copies have been furnished to the ..... Office whose <sup>Policy</sup> Guarantee for £..... is requested in terms of "The Reassurance Agreement, 1900."

Signed at ..... the ..... day of ..... 191.....

Signature..... Manager, Secretary or Actuary.

The "Reassurance Agreement 1900" may be said to be mainly applicable to those Offices which are in a position to reciprocate the reassurances which are placed with them, that is, what the one Office gives off by way of sum reassured, it receives back from the other Office by way of direct business. In this way the account between the two Offices is duly balanced.

There are, however, certain Offices to which the "Reassurance Agreement 1900", in its entirety, is scarcely applicable as a basis for reassurance arrangements. For example it does not seem to be applicable to those Offices which, owing to the large amount of business transacted, are in the position to give off by way of reassurance considerably more than they can expect to receive from some of the Offices with which they usually place their surplus business. These Offices have realised that few of their neighbours are in a position to keep their reassurance accounts duly balanced in accordance with the theory on which the Offices are content to give and take reassurances on the ordinary scale of commission. The result of such a position of affairs is that recourse is had to Inter-Office Agreements. It is not to be inferred from these remarks that this is the only case to which the Inter-Office Agreement is applicable, although the opinion may be expressed that this is the usual reason for such Agreements.

These Agreements are of at least two different kinds:—

First, the Reassurances to be Without Profits, the premiums to be net rates according to an agreed upon basis, the Surrender Values and Paid-up Policies to be also calculated on a liberal basis.

Second, the Reassurances to be either With or Without Profits according to the proposal to the Principal Office, the premiums to be as per the premiums of the Principal Office, the Commission payable by the Guaranteeing Office to be a rate which may roughly be taken as representing the proportionate cost of the business after allowing for all such items as Branch and Head Office upkeep.

Otherwise than on the points indicated these Inter-Office Agreements may be said to follow in the main the "Reassurance Agreement 1900."

It was at one time suggested that the premiums upon the assurances of maximum amount should be treated as a separate fund from which the claims under such policies should be paid. In order to fulfil such a condition the premiums annually received upon such assurances would require to prove sufficient for the satisfaction of the claims. These policies were to be looked upon as a distinct class, and were to be numerically sufficient to provide, out of the premium income, their own claims. Taking 42 as an average age, investigation shows that for a probable deviation of  $\pm 10$  per cent of the expected deaths 6400 policies of a maximum amount would require to be dealt with, and for a deviation of  $\pm 1$  per cent 640,000 policies of the maximum amount would require to be at risk.

This suggestion is purely theoretical and of no practical importance, for no Office could expect to obtain within a reasonable period a sufficient number of maximum policies to give of themselves average results. On consideration, therefore, this theory must be discarded.

In fixing the Limit of Risk the chief consideration is the effect which two or three claims of maximum amount would have upon the divisible surplus. A Company therefore making an annual investigation cannot with safety retain so large a limit as one which investigates quinquennially as the valuation period is too short in which to obtain average results. If, however, a mortality fluctuation reserve fund be formed, then other things being equal, both Offices may have the same limit. Apart from this, however, a Company must fix its limit as a function not of the aggregate risks of that special class, but of all classes. The profits and losses are shared by all, and therefore a fluctuation affects not merely some particular section, but the entire business.

The Limit of Risk depends upon the age of the Office and its experience under large cases and through certain connections. Again, the class of Policy must be considered. Is it to be by Single Payment, or for a short period Endowment Assurance and to be With or Without Profits? The British Life Offices Experience (1863—1893) indicates that the retention under Without Profit Policies should be less than under With Profit Policies. It is indeed unfortunate that in the very classes, where the rate of mortality is heaviest, the reserves are very small e. g. Contingent and Short Term Insurances.

With regard to the rate of mortality and the Class of Policy,

it has been proved that the higher the rate of premium as between class and class, the lower is the rate of mortality. For this reason an Office could afford to keep a larger limit under Endowment Assurances and Limited Payment Policies than under Contingent or Short Term Insurances. Moreover the actual amount at risk is rapidly decreasing on account of the accumulating reserve.

The age at entry in certain cases affects the limit to be retained. In the first place lives entering between ages 20 and 24 and in a still more marked degree those entering between ages 25 and 29 show better rates of mortality at all ages passed through than the average, while in the second place it is difficult to get a sufficient number of new entrants at the older ages to admit of average results. In this connection it is important to keep in view that in a recent Investigation into the Experience of aged lives for Assurance (G. W. RICHMOND, T. F. A. IV—265) it was shown that the lives entering at the older ages do contribute their due share to the profits.

The Limit of Risk must be fixed with regard to the loading or surplus, since any fluctuation would require to be met out of the loading or surplus available. Where there is, however, a substantial margin an Office could afford to assume a risk of fluctuation. If the premium is insignificant such a step would be unwise unless the loading was materially increased.

An Office would appear to be justified in retaining more under a Last Survivor Policy than under one on either of the single lives, since there is bound to be a fair reserve accumulated against the Policy by the time it becomes a claim. Joint Life Assurances on two or more lives would appear to be special, although it may be remarked that in the case of the two lives Policy the reserve is in excess of that under Policies for half the sum assured on each life.

Under-average assurances would require to be specially considered, each case upon its merits. An Office, however, which treats such cases by an addition to the age, thus looking upon the risk as a normal one at the rated up age, would appear to be justified in keeping its full retention. There is nevertheless the difficulty in gauging accurately the extra risk, and for this reason, if for no other, an Office would be wise to limit its retention in the case of under-average lives. Unconditional policies to Officers in the Army and Navy call for special treatment. Under these Policies the limit should be either reduced or a special reserve accumulated out of the yearly extra premiums received. An Office transacting a large

business under such policies might be seriously hampered in the event of a National War. In this connection, we must keep in view that service on submarines is now compulsory. There is now also a further extra risk in Aviation not only in the Army and Navy, but also in private life.

A young Company should under no circumstances retain at risk a larger sum than from £1000. to £2000., since it will not have a sufficient number of cases under observation to admit of average results. Moreover, its fluctuation account would be inconsiderable. As the business extends, the limit of risk may gradually be increased until eventually £10,000., or even £20,000. may be retained with comparative safety. Of course, every Office must be guided by its own experience. A well established Office however, with a sufficient number of lives at risk to admit of average results, and issuing each year policies for £100. and upwards and averaging £500. and making quinquennial valuations may retain between £7000. and £8000. Under especially favourable circumstances a risk of £10,000. might be retained and when otherwise perhaps only £5000. or even less. Of course, this is assuming that a considerable profit, including profit from mortality, is made from which to meet adverse fluctuation.

All policies for maximum amounts should be carefully considered on their merits and any exceptional feature noted, the more so if the rate obtainable is not very remunerative. There is a tendency, probably due to present day competition, to rush through large cases. Climate or female extras and even restrictions in regard to occupation are often abandoned. The medical report is sometimes not absolutely first class although scarcely demanding an extra, or again the rate of premium is so fine that there is little or no profit in the business. Over and above all these, the Offices are called upon to guarantee Surrender Values and Paid-up Policies to such an extent that the rate of profit is materially reduced. Where there is an option against the Office or a difficulty in accurately estimating the risk, the retention should be well within the usual limit.

The present subject might be assisted by a mortality investigation. The rates of financial loss for the provident classes would not perhaps be of great importance. What about the financial classes however? Here the option against the Office, both as regards the class of Assurance and the Sum Assured, is considerable. The rate

of financial loss therefore might with advantage be worked out year by year for the different ages at entry among the financial classes and compared with the rates of mortality. In this connection the expected deaths and expected claims experience might be kept in view. In arriving at the expected claims the table employed in the Valuation is, as a rule, used. This Table, however, may or may not represent the rate of financial loss to be expected by the particular Office. If for example the actual claims were consistently in excess of the expected, although the reverse held with the deaths the Office might have to consider whether it had not fixed its limit of risk too high.

The Limit of Risk under Annuity Contracts calls for careful consideration.

In this class of Life Business the competition among the Offices is exceedingly keen, the rates of some of the Offices approaching net  $3\frac{1}{2}$  to  $3\frac{3}{4}$  per cent rates after allowing for Commission and Stamp Duty. The margin in the rate of Interest is the only source of profit to the Office and out of this profit has to be met the balance of the expenses of the Office, the loss arising from greater longevity than the expected and any depreciation in the Investments etc.

In fixing the limit to be retained regard must be had to the age of the Office and to the amount of its Annuity Fund, to the extent of the Annuity Business, also to the age of the Annuitant and to the class of the Annuity.

The Immediate Annuity is the most important class and here the limit should be so fixed that there are several Annuities at or about the same figure. It must be carefully kept in view that although the theory of averages may for the particular Office be in order for the business as a whole yet the Annuities that fall in during the early years of duration may be for small amounts, while the Annuities that fall in during the later years may be for large amounts.

The present day tendency is to give special rates for Annuities on under-average lives. Well, even under-average Annuitants have a tendency to live to extreme age and such cases should receive very careful consideration when fixing the limit to be retained, if only for the reason that it must be difficult to get a sufficient number of these cases to give average results and it can scarcely be claimed that for the purpose of average results such lives may be included in the general body.

It might be pointed out here that if under-average lives are to get an increased return for each £ 100. of Purchase Money then strictly speaking first class lives should get a diminished return since clearly the Tables of Annuity Values are worked out on the basis of average Annuitants.

The rates of premium for Deferred Annuities are as a rule worked out on the basis of a Pure Endowment for the equivalent Purchase Price, the Purchase Price being calculated on a rather more stringent basis than the Immediate Annuity. Further, the Annuitant is given the option to take a cash payment in lieu of the Annuity for an amount equal to or in some cases less than the amount of the Pure Endowment. On this basis, assuming of course that the Purchase Price at maturity is fixed on a conservative basis, an Office would be safe in retaining a Deferred Annuity for practically any amount. Here we are assuming that any re-assurance necessary will be effected at the date of entry upon the Annuity. If on the other hand the rates of premium for the Deferred Annuity are deduced as per the ordinary formula, treating the Life as ultimate at the date of entry upon the Annuity then, in fixing the retention, the Office must have regard *inter alia* to the limit for the Immediate Annuity and to the extent of the probationary term.

The Reversionary Annuity is really of the nature of a decreasing Contingent Insurance, the Sum Assured in the first year being  $(1 + a_{x+1})$  and in the second year being  $(1 + a_{x+2})$  and so on. This is evident from the formula

$$a_y/x = v p_x q_y (1 + a_{x+1}) + v^2 {}_2p_x 1/q_y (1 + a_{x+2}) + v^3 {}_3p_x 2/q_y (1 + a_{x+3}) + \text{etc.}$$

It is clear that in fixing the limit the transaction must be looked upon more in the nature of an Insurance than of an Annuity. A rough and ready rule is to divide the yearly premium for, say, a Reversionary Annuity of £ 100. to (X) after (Y) by the yearly premium for a Contingent Insurance payable should (Y) predecease (X) and look upon this as the average Sum Assured at risk. It will be found that this formula is of assistance in arriving at the retention.

There are no statistics, as far as can be ascertained, which give the rate of mortality or the financial results in respect of reinsurance contracts. It is indeed difficult to believe that any good purpose would be served by instituting an investigation on the lines indicated. The sums reassured form part of larger transactions and any investigation would ultimately resolve itself into an investigation into the financial results or the rates of mortality in respect of policies for large amounts. Several such investigations, although none of a recent date, have been made, and there appears to be no reason why the results of these investigations would not apply to reassurances, bearing in mind that the object of reassuring is not to get rid of undesirable risks but to minimise the risk of fluctuation. These investigations, in this country and elsewhere, however, seem to lead to very conflicting conclusions.

About quarter of a century ago one or two investigations were made into the mortality experience of policyholders who effected policies of different amounts. One writer from the investigations he made came to the conclusion that the mortality decreased as the sum insured increased.

The experience of the Equity & Law was that the mortality among policies under £ 300 was greater than that among policies for £ 5000 and upwards. This was confirmed by the experience of the "Gotha Life Office" where it was found that the holders of small policies were subject to a heavier rate of mortality than those for large amounts. The results derived from the Mortality Experience of the Scottish Life Assurance Offices to 31st December 1863 show no tendency either way.

It might fairly be assumed from these figures that the rates of mortality in respect of policies for large sums assured are lighter than the rates of mortality in respect of policies for small sums assured; in other words, that the rates of mortality in respect of those contracts which are reassured in part are lower than the rates of mortality in respect of the business as a whole.

Too much importance should not be attached to these results, if for no other reason than that the figures are out of date. There is also the influence of present day competition, greater now no doubt than during the period covered by the investigations mentioned, and the result of this keener competition might be shown in the comparative rates of mortality of to-day. In any case it would be of great interest to have up to date figures on

the same basis and these, not for an individual Office, but for all the Offices combined.

The result of similar investigations into the experience of American Offices is the reverse of the British Offices, that is to say the rates of mortality in America among policies for large amounts would appear to be higher than among policies for small amounts. We find this result brought out by the investigation into the experience of the "Connecticut Mutual" and the Thirty American Offices. Still later we learn from the American Special Class Investigation of 1903 that in the case of persons insuring for large amounts the mortality is unfavourable except upon young entrants, and increasingly so with the increase of the age at entry. The old entrants are by far the worst. The inference therefore is that assurances for large amounts on old lives should be accepted with extreme care.

The object of the assurance must undoubtedly have some bearing on the results. For example, policies effected as an investment or as a family provision will probably show more satisfactory results than those policies effected by creditors as security for loans. Furthermore, policies of large amount are usually effected after careful consideration by the lives assured, and are therefore likely to show a less rate of discontinuance than policies for smaller amounts.

The experience of Offices with regard to policies for large amounts would probably differ considerably, much depending upon the class of the business and the standard of acceptance. When, however, the lives are carefully selected and the cost of procuring the business leaves a reasonable margin for contingencies, there appears to be no reason why policies for large amounts should not lead to favourable results.

Much of the foregoing has already been ably dealt with by other writers. Nevertheless the hope may be expressed that these notes may lead to a fruitful discussion.

## LA RÉASSURANCE DANS L'ASSURANCE-VIE

PAR

J. S. B. WILSON, Edimbourg.

Le principe élémentaire de l'assurance sur la vie est celui de la prévoyance. Au début de l'institution les contrats d'assurances sur la vie ont été souscrits principalement en faveur de la famille, de la veuve et des descendants. Au fur et à mesure du progrès économique d'un pays et de la vulgarisation de l'idée de l'assurance en général, un champ d'opération bien plus vaste s'est ouvert à l'assurance sur la vie. Actuellement, on se sert de l'assurance dans toutes sortes de transactions qui dépendent directement et indirectement de la vie humaine. C'est ainsi que l'assurance sur la vie a trouvé une clientèle très répandue également parmi les couches les plus aisées de la population.

Voici quelques exemples : Un commerçant souscrit une assurance sur un capital important en faveur de sa famille, en vue des bénéfices et privilèges réservés aux dits contrats par les dispositions légales (en Écosse la loi de 1880 sur les droits des femmes mariées dans les polices d'assurances sur la vie, en Angleterre la loi analogue de 1882). Dans le cas de raisons commerciales, la police d'assurance sur la vie est souvent un élément de garantie important entre les sociétaires ; de même, dans les grands concerns industriels, la police-vie est souvent employée comme sécurité contre des événements qui pourraient ébranler les bases financières de l'entreprise. Les personnes employées dans les professions industrielles et libérales trouvent souvent dans l'assurance sur la vie la meilleure forme de se créer un capital de retraite en cas de vieillesse ; enfin, dans les dernières années, les membres de l'aristocratie et de la haute finance se sont convaincus de l'utilité d'une police-vie, pour faire face aux droits de mutation qui sont devenus très sensibles.

Les polices émises dans des pareils cas portent généralement sur des capitaux très importants. Evidemment, ces capitaux sont trop élevés pour que la plupart des Compagnies puissent être disposées à les conserver pour leur propre compte et à s'exposer à des graves sinistres qui pourraient être évités par une administration prudente.

C'est l'impossibilité de courir pour son propre compte la totalité

des risques acceptés qui conduisait à l'organisation de la réassurance. Dans le premier temps, les réassurances furent cédées et consenties, sans tenir compte de la participation dans les bénéfices; dans l'ère moderne de la réassurance, on ne voit pas de difficulté à céder et à accepter des excédents aux conditions originales du contrat, y compris la participation des assurés dans les bénéfices. C'est ce développement qui tend à réaliser le véritable but de la réassurance, c. à d. de diminuer le risque, mais non de présenter des avantages spéciaux ou d'ouvrir des nouvelles sources de bénéfice.

Le développement de la réassurance dans notre pays a exigé, dans l'intérêt général, d'établir nettement les droits et les obligations des assureurs directs tant que des réassureurs. C'est ce qui a été fait par un modèle de contrat rédigé par les directeurs et les actuaires des Compagnies les plus importantes.

Les conditions qui sont actuellement en vigueur pour les contrats de réassurances, ont été établies en 1900; on les connaît sous le nom de „conditions de réassurances de 1900”.

L'auteur donne dans son rapport un extrait des dites conditions de réassurances; il ajoute un modèle de la clause d'acceptation qui est généralement opposée par le réassureur en dos d'une copie de la police, et enfin un modèle d'une offre de réassurance.

Bien que la plupart des réassurances soient faites sur base des conditions de 1900, quelques Compagnies ont pourtant pris leurs arrangements de réassurances sur une base différente. Ces exceptions s'imposent surtout dans le cas des Compagnies dont la production et le nombre des affaires sont très inégales, de sorte que l'échange de réassurances ne peut guère se faire sur base de la réciprocité. Il y a en principe deux systèmes pour des pareils accords spéciaux:

- 1<sup>o</sup>. Les réassurances sont consenties sans participation dans les bénéfices; les primes de réassurance sont des primes *purés* calculées sur les bases convenues. Les valeurs de rachat et de réduction sont établies d'après des principes libéraux.
- 2<sup>o</sup>. Les réassurances sont consenties avec ou sans participation, aux primes de l'assureur direct. Les commissions de réassurance sont fixées de manière à ce qu'elles représentent approximativement une contribution proportionnelle du réassureur dans la totalité des frais d'administration, y compris la quote part des frais de l'administration centrale et de l'organisation des succursales.

En ce qui concerne la détermination du plein (c. à. d. de la somme maximum conservée par l'assureur pour son propre compte), il faut d'abord se rendre compte de l'influence que 2 ou 3 sinistres dans l'importance du plein pourraient exercer sur le bénéfice annuel à distribuer. Le plein de la Compagnie doit être fixé comme fonction uniforme des mêmes éléments pour toutes les combinaisons d'assurances; les profits et les pertes touchant la totalité des assurés, c'est cette totalité et non seulement le groupe adhérent à une combinaison spéciale qui doit ressentir les fluctuations des résultats de l'exercice.

Ceci posé, le plein dépend en particulier de l'âge de la Compagnie, des expériences faites dans les affaires à capitaux importants et enfin — dans certaines conditions — de la forme d'assurance.

La table de mortalité déduite des observations des Compagnies anglaises (1863—1893) fait ressortir des divergences dans les taux de mortalité pour les différentes catégories de tarifs. De même, l'âge d'entrée pourra influencer dans certaines limites le montant du plein à retenir.

Enfin, il faut tenir compte, en déterminant le plein, des charge-ments de primes disponibles, pour couvrir les frais d'administration et pour contribuer aux bénéfices, étant donné que les fluctuations dans la mortalité devraient être supportées par les dits fonds ou prélevées sur les sources de bénéfice respectives. Pourvu que les dites sources de bénéfices soient largement alimentées, la Compagnie pourra s'exposer à des fluctuations du risque qui, autrement, ne sauraient guère être approuvées.

Les assurances sur deux têtes, les assurances de survie ainsi que les polices incontestables pour les officiers de l'armée et de la marine devront être considérées à part. Le plein pour chacune de ces catégories sera fixé d'après les expériences individuelles.

De même, chaque cas spécial devra être examiné individuellement, s'il s'agit de risques anormaux.

Il sera important d'examiner soigneusement tous les risques qui portent sur le plein entier, et d'en noter les particularités, notamment si le taux de prime réalisable est plutôt réduit. Actuellement, on paraît incliné à faire des concessions spéciales pour les affaires de capitaux importants, — évidemment à la suite de la concurrence acharnée du dernier temps.

Cette partie du rapport pourrait être complétée par une investi-

gation sur les résultats financiers de la mortalité, faite séparément pour les diverses catégories de capitaux assurés.

Des considérations spéciales s'imposent pour les pleins de rentes viagères. En établissant ces pleins, il faudra tenir compte de l'âge de la Société, du montant de ses réserves pour rentes viagères, de l'importance de son portefeuille de rentes en cours, de l'âge du rentier individuel et des modalités de la rente.

A ce qu'il paraît, il n'existe pas d'investigations statistiques, permettant de juger sur les taux de mortalité ou sur les effets financiers de la mortalité dans les réassurances. D'ailleurs, des investigations pareilles ne seraient que d'une importance limitée, étant donné que les réassurances ne présentent qu'un élément dans une totalité plus large d'opérations.

Les investigations qui s'appliquent généralement à une différenciation des risques d'après l'importance des capitaux assurés, arrivent aux conclusions suivantes :

1<sup>o</sup>. La mortalité la plus défavorable est rencontrée parmi les risques qui ne portent que sur les petits capitaux.

2<sup>o</sup>. Les affaires importantes présentent les meilleurs risques au point de vue de la mortalité.

Toutefois, ces résultats ne proviennent que de l'expérience de Compagnies individuelles ; il serait donc intéressant de soumettre cette matière à un examen commun de toutes les Compagnies.

Il va sans dire que le but de l'assurance n'est pas entièrement sans effet sur les résultats de la mortalité. En outre, les affaires importantes sont généralement souscrites par les assurés après examen soigneux de toutes les conditions du contrat, de sorte que le taux des annulations sera plutôt inférieur à celui des petites affaires.

---

## DIE RÜCKVERSICHERUNG IN DER LEBENSVERSICHERUNG

VON

J. S. B. WILSON, Edinburgh.

---

Das ursprüngliche Prinzip der Lebensversicherung ist der Fürsorgegedanke. In früherer Zeit wurden Lebensversicherungsverträge hauptsächlich zur Versorgung von Witwen oder sonstigen

Hinterbliebenen abgeschlossen. Mit dem wachsenden Wohlstande eines Landes und der zunehmenden Verbreitung des Versicherungswesens hat sich auch das Anwendungsgebiet für Lebensversicherungsverträge ganz bedeutend ausgedehnt. Heute werden solche Verträge im Hinblick auf alle möglichen Ereignisse und im Zusammenhange mit allen möglichen Geschäften und sonstigen Handlungen abgeschlossen, bei welchen die Lebensdauer mit in Betracht kommt. Damit hat sich auch die Verbreitung der Lebensversicherung unter den wohlhabenden und reichsten Klassen der Bevölkerung ausserordentlich erhöht.

Einige Beispiele mögen hiefür angeführt werden. Ein Kaufmann schliesst eine Versicherung über einen höheren Betrag zur Familienversorgung ab, im Hinblick auf die durch die gesetzlichen Vorschriften (in Schottland das Gesetz von 1880 über die Rechte verheirateter Frauen an Lebensversicherungspolizzen, in England das analoge Gesetz vom Jahre 1882) hiefür geschaffenen Rechtswohltaten. Bei Gesellschaftsfirmen bildet die Lebensversicherungspolizze heute oft ein wichtiges Deckungselement für das Gesellschaftsverhältnis. Bei grossen Industrieconcerns dient die Lebensversicherung gleichfalls sehr häufig als Sicherheitsmittel gegen Veränderungen, welche bedeutende Vermögensschäden zur Folge haben könnten. Angehörige der gewerblichen und freien Berufe schliessen in der Regel Lebensversicherungspolizzen zur Altersversorgung ab und in der neuesten Zeit hat sich auch unter den Mitgliedern der Aristokratie sowohl als unter den Angehörigen des Grosskapitals die Erkenntnis Bahn gebrochen, dass es äusserst wichtig ist, durch Lebensversicherungspolizzen für die Bedeckung der jetzt sehr hohen Erbgebühren Sorge zu tragen.

Die Polizzen, welche in derartigen Fällen ausgestellt werden, lauten in der Regel über sehr namhafte Beträge. Jedenfalls sind diese Versicherungssummen zu hoch, als dass die Mehrheit der Gesellschaften geneigt sein sollte, sie voll auf eigene Rechnung zu behalten und sich der Gefahr grosser Schäden auszusetzen, deren Vermeidung durch die Vorsicht einer sorgfältigen Verwaltung geboten erscheint.

Diese Unmöglichkeit, das volle versicherte Risiko auf eigene Rechnung zu laufen, führte zur Einführung der Rückversicherung. In der ersten Zeit wurden die Rückversicherungen zweifellos ohne Rücksicht auf Gewinnbeteiligung abgegeben und übernommen. Heute indess werden anstandslos Rückversicherungen zu den gleichen

Bedingungen und mit Einschluss der gleichen Dividendenansprüche, wie sie für die Hauptversicherung gelten, überwiesen und akzeptiert. Diese Entwicklung entspricht auch der Verwirklichung des Zweckes der Rückversicherung; denn durch die Rückversicherung soll bloss das Risiko vermindert, nicht aber ein besonderer Vorteil oder eine besondere Gewinnquelle eröffnet werden.

Die Ausdehnungen des Rückversicherungsverkehres in unserem Lande liess es als ungemein wichtig erscheinen, dass die Rechte und Pflichten der Erstversicherer sowohl als der Rückversicherer klar umschrieben werden. Es wurde daher ein Vertragsschema seitens der Leiter und Aktuare der grössten Versicherungs-Gesellschaften festgelegt.

Die Bedingungen, welche dzt. für die Rückversicherungsverträge massgebend sind, wurden im Jahre 1900 entworfen und sind als „Rückversicherungs-Bedingungen 1900“ bekannt.

In dem Referate wird ein Auszug aus diesen Rückversicherungs-Bedingungen mitgeteilt, weiters ein Formular für die Annahmeerklärung des Rückversicherers, welches in der Regel auf der Rückseite einer Abschrift der Polizza angebracht wird. Endlich enthält das Referat ein Schema für ein Rückversicherungsoffert.

Wiewohl sich das Rückversicherungsgeschäft hauptsächlich auf Grund der „Vereinbarungen von 1900“ abspielt, haben doch einzelne Gesellschaften besondere Rückversicherungsvereinbarungen getroffen. In der Regel finden solche besondere Vereinbarungen zwischen Gesellschaften statt, deren Geschäftsumfang ein sehr verschiedener ist, so dass ein gegenseitiger Austausch von Rückversicherungen auf gleicher Basis nicht erfolgen kann. Es gibt im wesentlichen zweierlei Systeme für solche besondere Vereinbarungen:

1. Die Rückversicherungen werden ohne Gewinnbeteiligung abgeschlossen; die Rückversicherungsprämien sind Netto-  
prämien nach zu vereinbarenden Grundlagen; die Rückkaufs-  
und Reduktionswerte werden nach liberalen Grundsätzen  
berechnet.
2. Die Rückversicherungen werden mit oder ohne Gewinn-  
beteiligung abgeschlossen, u. zw. zur Prämie des Erstver-  
sicherers; die Rückversicherungsprovision wird so bemessen,  
dass sie annähernd dem verhältnismässigen Anteil des  
Rückversicherers an den gesamten Geschäftskosten, ein-  
schliesslich der Tangente für Zentralregie und Filialorgani-  
sation entspricht.

Bei Festsetzung des Selbstbehalts (Höchstbetrag des Risiko für eigene Rechnung) ist hauptsächlich die Einwirkung ins Auge zu fassen, welche 2 oder 3 Schäden in der Maximalhöhe auf den zur Verteilung bestimmten jährlichen Betriebsüberschuss ausüben können. Der Selbstbehalt der Gesellschaft muss als eine gleichförmige Funktion für alle Versicherungsarten festgesetzt werden. Gewinne und Verluste gehen alle Versicherten an, es werden also auch durch Schwankungen in den Betriebsergebnissen alle Versicherten und nicht etwa bloss die Angehörigen einer bestimmten Tarifgruppe in Mitleidenschaft gezogen.

Das Maximum hängt weiters von dem Alter der Gesellschaft, ihren Erfahrungen bei grossen Versicherungen im allgemeinen und bei gewissen Arten solcher Versicherungen — endlich von der Versicherungsart ab.

Die Sterbetafel aus Beobachtungen der englischen Lebensversicherungs-Gesellschaften (1863—1893) weist Schwankungen der Sterblichkeitssätze je nach Tarifgruppen aus. Weiters ist in gewissen Fällen auch das Eintrittsalter für die Höhe des Selbstbehalts von Einfluss.

Endlich muss bei Festsetzung des Selbstbehalts auf den verfügbaren Verwaltungs- oder Gewinnzuschlag Rücksicht genommen werden, da etwaige Schwankungen aus diesen Fonds, bezw. Gewinnquellen bestritten werden müssen. Dort, wo solche Zuschlagsquellen in reichlichem Masse zur Verfügung stehen, kann sich die Gesellschaft Risikoschwankungen aussetzen, welche sonst kaum zu billigen wären.

Versicherungen verbundener Leben, Ueberlebensversicherungen, endlich uneingeschränkte Polizzen für Offiziere der Armee und der Marine sind besonders zu beurteilen. Der Selbstbehalt für jede dieser Kategorien muss nach von ihr selbst gemachten Erfahrungen festgesetzt werden.

Eine individuelle Prüfung jedes einzelnen Falles hat bei unternormalen (minderwertigen) Versicherungen einzutreten.

Alle Polizzen, deren Versicherungssumme den Selbstbehalt erreicht, sollten sorgfältig auf ihre Qualität geprüft und alle besonderen Merkmale notiert werden, insbesondere dann wenn der erzielbare Prämienatz kein sehr reichlicher ist. Gegenwärtig besteht die Tendenz, bei Polizzen über grosse Beträge ausnehmend günstige Bedingungen zu konzederen — offenbar die Folge des heftigen Wettbewerbes in der letzten Zeit.

Dieser Teil der Abhandlung könnte durch eine Untersuchung

über die finanziellen Wirkungen der Sterblichkeit in den verschiedenen Kategorien versicherter Summen ergänzt werden.

Einer besonders sorgfältigen Erwägung bedarf der Selbstbehalt bei Leibrentenverträgen. Bei Fixierung der einschlägigen Maxima wird man folgende Punkte ins Kalkül ziehen müssen: Das Alter der Gesellschaft, die Höhe ihrer Leibrentenreserven, den Umfang ihres Rentengeschäftes, das Alter des einzelnen Rentners und die Art der Rentenversicherung.

Soweit bekannt, bestehen keine statistischen Untersuchungen, welche speziell über die Sterblichkeitssätze oder die finanziellen Ergebnisse der Sterblichkeit in bezug auf Rückversicherungsverträge Aufschluss geben könnten. Es hätte auch kaum einen Zweck, solche Untersuchungen anzustellen, da die Rückversicherungen nur einen Bestandteil eines grösseren Komplexes von Erscheinungen bilden.

Untersuchungen, welche sich im allgemeinen auf die Differenzierung des Geschäftes nach der Höhe der versicherten Summen erstrecken, führen zu folgenden Ergebnissen:

1. Die Sterblichkeitsergebnisse sind am ungünstigsten bei jenen Risiken, welche nur über kleine Beträge versichert sind;
2. die auf hohe Beträge versicherten Risiken weisen die günstigste Lebensdauer auf.

Diese Ergebnisse sind aus den Erfahrungen einzelner Gesellschaften herausgearbeitet. Es wäre indessen interessant, hierüber durch eine gemeinsame Untersuchung aller Gesellschaften weiteres Material zu erhalten.

Der Zweck der Versicherung muss zweifellos auch mit den Ergebnissen aus der Sterblichkeit in einem gewissen Zusammenhange stehen. Ueberdies werden Polizzen über hohe Beträge in der Regel nach sorgfältiger Erwägung auf seiten der Versicherten abgeschlossen; es dürfte sich daher ein geringerer Stornosatz ergeben als bei kleineren Versicherungen.

# ZUR THEORIE DES MAXIMUMS

VON

BIRGER MEIDELL, Christiania.

---

Von den beiden Hauptansätzen zur Berechnung des Maximums der Versicherungssumme, die eine Gesellschaft für eigene Rechnung übernehmen darf — dem Ansätze von LAURENT und demjenigen von LANDRÉ — liefert der letztere bekanntlich die kleinsten Resultate.

Es ist daher wohl empfehlenswert von diesem Ansatz auszugehen wenn man ein Maximum abschätzen will, ohne andere Rücksichten zu nehmen als die theoretischen.

Der Ansatz von LANDRÉ lautet, dass das relative mittlere Risiko <sup>1)</sup> durch das Hinzukommen *einer* neuen Versicherung nicht grösser werden soll. In dem Falle der Versicherung auf kurze Dauer (*ein* Jahr), und unter Voraussetzung gleicher Versicherungssummen und gleicher Sterbenswahrscheinlichkeit aller Versicherten findet LANDRÉ in dieser Weise das Doppelte der Versicherungssumme als das Maximum, über welches hinaus keine Versicherung angenommen werden darf.

Hieraus schliesst er, dass das Doppelte des mittleren versicherten Betrages — auch im Falle nicht gleicher Versicherungssummen — ein zutreffendes Maximum sein dürfte.

In der vorliegenden Arbeit werden wir unter anderem diesen Analogieschluss näher untersuchen, indem wir uns von der Voraus-

<sup>1)</sup> Wie Dr. ALF GULDBERG bemerkt, ist es nicht erlaubt das mathematische Risiko an Stelle des mittleren Risikos zu setzen, wie es in dem Buche von LANDRÉ getan ist (Mathem.-techn. Kapitel zur Lebensversicherung Jena 1895). Denn die Formel  $R_2 = R_1^2 + R_2^2 + \dots$ , die man anwenden muss, ist nur richtig, wenn die  $R_i$  sich auf eine grosse Anzahl Versicherungen beziehen, also nicht wenn nur *eine* Versicherung hinzukommt, wie es vorausgesetzt wird.

Dagegen gilt dieselbe Formel *immer*, wenn  $R$  nicht das mathematische sondern das mittlere Risiko bedeutet.

setzung gleicher Versicherungssummen freimachen werden. Diese Voraussetzung, die sich in der Litteratur überall eingebürgert hat, lässt sich nicht ohne weiteres auf die Verhältnisse der Praxis übertragen, denn die Anzahl der Versicherten variiert hier sehr stark mit der Grösse der Versicherungssumme.

Wir wollen im Folgenden mit  $f_x$  resp.  $f_{(x)}$  die Anzahl derjenigen Personen bezeichnen, die zu der Versicherungssumme  $x$  versichert sind.

Das relative mittlere Risiko ist alsdann gleich

$$\frac{\sqrt{q(1-q)}}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{\sqrt{x_1^2 f_{x_1} + x_2^2 f_{x_2} + \dots}}{x_1 f_{x_1} + x_2 f_{x_2} + \dots}, \quad (1)$$

wenn die Sterbenswahrscheinlichkeiten  $q$  alle gleich sind. Der Ansatz von LANDRÉ liefert zur Bestimmung des Maximums  $M$  die Gleichung

$$\frac{\sqrt{x_1^2 f_{x_1} + x_2^2 f_{x_2} + \dots}}{x_1 f_{x_1} + x_2 f_{x_2} + \dots} = \frac{\sqrt{M^2 + x_1^2 f_{x_1} + x_2^2 f_{x_2} + \dots}}{M + x_1 f_{x_1} + x_2 f_{x_2}}, \quad (2)$$

vorausgesetzt dass die Sterbenswahrscheinlichkeit des neu hinzutretenden auch gleich  $q$  ist.

Hieraus folgt

$$M = \frac{2 \sum_a^A x^2 f_x}{\sum_a^A x f_x - \frac{\sum_a^A x^2 f_x}{\sum_a^A x f_x}}, \quad (3)$$

wenn man mit  $a$  die kleinste und  $A$  die grösste Versicherungssumme bezeichnet.

Hieraus folgt, weil  $f_x$  immer positiv ist:

$$M > \frac{2 \sum_a^A x^2 f_x}{\sum_a^A x f_x} \quad (4)$$

Man überzeugt sich aber sofort, dass die rechte Seite dieser Ungleichung einen Annäherungswert des Maximums liefert; denn der Subtrahend im Nenner von (3) —  $\frac{\sum x^2 f_x}{\sum x f_x}$  — ist jedenfalls kleiner als  $A$ , was neben  $\sum x f_x$  — der Gesamtsumme der versicherten Beträge — immer sehr klein sein muss, sobald es sich um eine grosse Anzahl von Versicherungen handelt.

Angenähert gilt also

$$M = \frac{2 \sum_a^A x^2 f_x}{\sum_a^A x f_x} \quad (5)$$

Betrachten wir nun einen Bestand von Versicherungen mit verschiedenen Sterbenswahrscheinlichkeiten  $q, q_2, \dots$  und ist  $q$  die Sterbenswahrscheinlichkeit der neuen Versicherung, so liefert der Ansatz von LANDRÉ

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sqrt{q_1 (1-q_1) \sum_{a_1}^{A_1} x^2 f_{x_1} + q_2 (1-q_2) \sum_{a_2}^{A_2} x^2 f_{x_2} + \dots}}{q_1 \sum_{a_1}^{A_1} x f_{x_1} + q_2 \sum_{a_2}^{A_2} x f_{x_2} + \dots} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sqrt{q (1-q) M^2 + q_1 (1-q_1) \sum_{a_1}^{A_1} x^2 f_{x_1} + \dots}}{q M + q_1 \sum_{a_1}^{A_1} x f_{x_1} + \dots} \end{aligned}$$

zur Bestimmung von  $M$  die Gleichung:

$$M = 2 \frac{q_1 (1-q_1) \sum_{a_1}^{A_1} x^2 f_{x_1} + q_2 (1-q_2) \sum_{a_2}^{A_2} x^2 f_{x_2}}{q \left[ (1-q_1) \sum_{a_1}^{A_1} x f_{x_1} + (1-q_2) \sum_{a_2}^{A_2} x f_{x_2} + \dots \right] - (1-q) U}$$

wo

$$U = \frac{q_1 (1-q_1) \sum_{a_1}^{A_1} x^2 f_{x_1} + \dots}{(1-q_1) \sum_{a_1}^{A_1} x f_{x_1} + \dots}$$

Eine ähnliche Betrachtung wie oben erlaubt uns aber, den Subtrahend im Nenner zu vernachlässigen, vorausgesetzt dass  $q$  — die Sterbenswahrscheinlichkeit der neuen Versicherung — neben den übrigen nicht sehr klein ist. Wir bekommen dann in Analogie mit (5) die angenäherte Gleichung:

$$M q = 2 \frac{\sum_i q_i (1-q_i) \sum_{a_i}^{A_i} x^2 f_{x_i}}{\sum_i (1-q_i) \sum_{a_i}^{A_i} x f_{x_i}} \quad (6)$$

Wir setzen voraus dass zu jeder der Sterbenswahrscheinlichkeiten  $q_i$  eine grosse Anzahl Versicherungen gehört.

Beachten wir nun, dass nach (5)

$$2 \sum_{a_i}^{A_i} x^2 f_{xi} = M_i \sum_{a_i}^{A_i} x f_{xi} \quad (7)$$

und dass  $\sum_{a_i}^{A_i} x f_{xi}$  die Gesamtsumme  $S_i$  aller Versicherungssummen mit der Sterbenswahrscheinlichkeit  $q_i$  bedeutet, so liefert (6) (wenn wir  $(1-q)$  gleich  $p$  setzen) die Gleichung:

$$M \cdot q = \frac{p_1 q_1 S_1 M_1 + p_2 q_2 S_2 M_2 + \dots}{p_1 S_1 + p_2 S_2 + \dots} \quad (8)$$

Mit Hilfe dieser Gleichung bestimmt sich das Maximum des gesammten Bestandes durch die Maxima der verschiedenen Bestände die durch Gruppierung nach dem Alter entstehen.

Wir können uns daher darauf beschränken eine Gruppe von Versicherten gleichen Alters zu betrachten.

Wir wenden nun folgenden Satz an:

Wenn  $\psi(x)$  im Intervalle  $(a-A)$  überall nach unten convex ist, und  $K(x)$  im selben Intervalle positiv aber sonst willkürlich ist, dann ist

$$\psi \left( \frac{\sum_a^A K_x \varphi(x)}{\sum_a^A K_x} \right) < \frac{\sum_a^A K_x \psi(\varphi(x))}{\sum_a^A K_x} \quad (9)$$

wo  $\varphi(x)$  willkürlich ist.

Wenn  $\varphi(x)$  concav ist, gilt das umgekehrte Zeichen, und wenn  $\psi(x)$  gerade ist, gilt das Gleichheitszeichen <sup>1)</sup>. Je kleiner die Krümmung der Funktion  $\psi$  ist, um so kleiner wird also der Fehler, den man begeht, wenn man das Gleichheitszeichen an Stelle des Ungleichheitszeichens setzt.

Setzen wir nun  $K_x = f_x$ ,  $\varphi_x = x$  und  $\psi(x) = x^2$ , so haben wir:

$$\left( \frac{\sum_a^A x f_x}{\sum_a^A f_x} \right)^2 < \frac{\sum_a^A x^2 f_x}{\sum_a^A f_x}$$

also:

$$\frac{\sum_a^A x^2 f_x}{\sum_a^A f_x} > \frac{\left( \sum_a^A x f_x \right)^2}{\sum_a^A f_x}; \quad (10)$$

<sup>1)</sup> JENSEN: Sur les fonctions convexes. Acta mathematica XXX 1906.

mit (4) giebt dies nun

$$M > 2 \frac{\sum_a^A x f_x}{\sum_a^A f_x} \quad (11)$$

wo  $f_x$  also willkürlich sein kann.

Wir können dies schreiben

$$M > 2 m \quad (12)$$

wenn man mit  $m$  den mittleren versicherten Betrag bezeichnet.

Bei den gemachten Voraussetzungen ist dabei der Satz bewiesen:

*Das Maximum ist immer grösser als das Doppelte des mittleren versicherten Betrages.*

Fixieren wir aber das Maximum nach (5) und beachten dass die Krümmung der Funktion  $x^2$  — dass heisst die Krümmung von  $\psi$  in der Ungleichung (9) — um so kleiner wird je grösser  $x$  wird, so dass auch diese Ungleichung — und damit auch (10) — bei grossen Werten von  $x$  angenähert in eine Gleichung übergeht, so leuchtet ein — erstens — dass *der mittlere versicherte Betrag einen angenäherten Wert des Maximums darstellt* und zweitens, dass *bei einer bestimmten Verteilung der Anzahl der Versicherungssummen zwischen einem Minimum und einem Maximum, deren Differenz  $(A - a)$  konstant bleibt, der mittlere versicherte Betrag einen um so besseren Annäherungswert des Maximums darstellt, je grösser sein absoluter Wert ist.*

Die Grösse des Maximums hängt von der Verteilung ( $f_x$ ) der Versicherungssummen ab.

Wir wollen im Folgenden  $f$  als eine stetige Funktion betrachten. Man sieht, dass alles Voranstehende ebensogut unter dieser Voraussetzung hätte entwickelt werden können, denn sowohl die Ungleichung (9) wie die anderen Beziehungen bleiben richtig wenn

man das Summenzeichen  $\left[ \sum_a^A \right]$  durch das Integralzeichen  $\left[ \int_a^A \right]$

ersetzt.

Es ist klar dass es bei zwei bestimmten Grenzen ( $a$  bis  $A$ ) der Versicherungssummen unendlich viele Funktionen  $f_{(x)}$  giebt, die ein bestimmtes Maximum liefern. Es wäre aber interessant, zu untersuchen, *wie die Verteilung der Versicherungssummen — d. h. die Funktion  $f_{(x)}$  — sein muss, damit das Maximum gerade mit dem*

grössten versicherten Werte ( $A$ ) zusammenfällt — unabhängig von den Grenzen  $a$  und  $A$ . Eine solche Gruppierung der Versicherungssummen drängt sich geradezu als eine natürliche auf.

Ist doch die ideale Voraussetzung (die zwar nie zutrifft) aller Versicherung die, dass die Versicherungssummen alle gleich gross sind, weshalb eine vereinzelt vorkommende grosse Versicherungssumme jedenfalls nicht als natürlich erscheint. Eine einzige neu hinzukommende Versicherung auf das Maximum würde sich aber bei der angegebenen Verteilung an die anderen eng anschliessen und daher nicht vereinzelt vorliegen, anders dagegen, wenn alle Versicherungssummen gleich gross wären, in welchem Falle das LANDRÉ'sche Maximum doppelt so gross ist wie die anderen Versicherungssummen.

Nach (5) haben wir also die Aufgabe zu lösen: die Funktion  $f_{(x)}$  zu finden welche die Gleichung:

$$\frac{2 \int_a^A x^2 f_{(x)} dx}{\int_a^A x f_{(x)} dx} = A \quad (13)$$

identisch befriedigt, was auch die positiven Grössen  $a$  und  $A$  seien.

Setzen wir:

$$f_{(x)} = \frac{\varphi''(x)}{x} \quad (14)$$

und  $A = a + h$ , so haben wir also:

$$2 [x \varphi'(x) - \varphi(x)]_a^{a+h} = (a+h) [\varphi'(x)]_a^{a+h} \quad (15)$$

daher

$$2 [(a+h) \varphi'(a+h) - \varphi(a+h) - a \varphi'(a) + \varphi(a)] - (a+h) [\varphi'(a+h) - \varphi'(a)] = 0$$

Nach der Voraussetzung soll diese Gleichung erstens für alle Werte von  $a$  gelten. Durch zweimalige Differentiation nach  $a$  gelangen wir zur Gleichung:

$$(a+h) \varphi'''(a+h) - (a-h) \varphi'''(a) = 0 \quad (16)$$

Setzen wir zur Abkürzung:

$$a(a+h) \varphi'''(a+h) = p(a) \quad (17)$$

so sehen wir, dass (16) nach Multiplication mit  $a$  übergeht in:

$$p(a) - p(a-h) = 0 \quad (18)$$

Es ist also  $p$  eine periodische Funktion mit der Periode  $h$ .

Nach (17) ist nun

$$\varphi'''(x) = \frac{p(x)}{(x-h)x} \quad (19)$$

und nach (14)

$$f(x) = \frac{1}{x} \left[ c, + \int \frac{p(x)}{x(x-h)} dx \right] \quad (20)$$

Wählt man aber die periodische Funktion  $p$  gleich Konstans so gelten jedenfalls die Gleichungen für jeden Wert von  $h$ , also was auch die beiden Grenzen  $a$  und  $A$  seien, wie es vorausgesetzt war.

Wie haben dann:

$$f(x) = \frac{1}{x} \left[ c, + p \int \frac{dx}{x(x-h)} \right]$$

oder nach Ausführung der Integration

$$f(x) = \frac{C}{x} (C_2 + \lg(x-h) - \lg x) \quad (21)$$

Durch Einsetzen in die Hauptgleichung (13) findet man leicht das  $C_2$  gleich  $\frac{h}{a} = \frac{A-a}{a}$  ist. Wir erhalten demnach

$$f(x) = \frac{C}{x} \lg e^{\frac{A-a}{a}} \left[ 1 - \frac{A-a}{x} \right] \quad (22)$$

wo  $C$  eine Konstante ist

Wie man sieht, ist  $f(x)$  nur reell, wenn  $\frac{A-a}{x}$  kleiner als 1 ist.

Damit sie im Punkte  $x=a$  reell sei, muss also sein:

$$A < 2a \quad (23)$$

Entwickeln wir den Logarithmus in eine Reihe und setzen  $x=a$ , so finden wir

$$f(a) = \frac{C}{a} \left[ -\frac{(A-a)^2}{2a^2} - \dots \right] \quad (24)$$

und es muss also  $C$  negativ sein, damit  $f(a)$  positiv werde. Wie wir aber leicht sehen werden, wird  $f(x)$  an einer Stelle zwischen  $a$  und  $A$  gleich Null: An dieser Stelle müsste nämlich sein

$$e^{\frac{A-a}{a}} \left[ 1 - \frac{A-a}{x_0} \right] = 1$$

also

$$x_0 = \frac{A-a}{1 - e^{-\frac{A-a}{a}}} \quad (25)$$

Setzen wir nun wiederum  $A-a=h$  (also  $\frac{h}{a} < 1$ ), so können wir dies auch schreiben

$$x_0 = \frac{h}{1 - e^{-\frac{h}{a}}} = \frac{a}{\frac{a}{h} \left( 1 - e^{-\frac{h}{a}} \right)}$$

also

$$x_0 = \frac{a}{1 - \frac{h}{2!a} + \frac{h^2}{3!a^2} - + \dots} > a \quad (26)$$

Andererseits ist

$$x_0 = \frac{A}{\frac{A}{h} \left( 1 - e^{-\frac{h}{a}} \right)} = \frac{A}{\left( 1 + \frac{a}{h} \right) \left( \frac{h}{a} - \frac{1}{2!} \frac{h^2}{a^2} + - \dots \right)}$$

also

$$x_0 < \frac{A}{\left( 1 + \frac{h}{a} \right) \left( \frac{h}{a} - \frac{h^2}{2a^2} \right)} = \frac{A}{1 + \frac{h}{2a} - \frac{h^2}{2a^2}} < A$$

also ist

$$a < x_0 < A \quad (27)$$

(Man sieht auch dass die Ableitung der Funktion an dieser Stelle das umgekehrte Zeichen des Funktionenwertes an der Stelle  $x = a$  hat:

$$f'(x_0) = \frac{C}{x_0} \frac{\frac{A-a}{x_0^2}}{1 - \frac{A-a}{x_0}} = \frac{ch}{x_0^2(x_0-h)} = \frac{C}{x_0^2 \left( \frac{1}{1 - e^{-\frac{h}{a}}} - 1 \right)} \quad (28)$$

Da hier der Nenner positiv so ist, wird also nach (24)  $\frac{f(a)}{f'(x_0)}$  negativ). Zwischen  $a$  und  $A$  ist also  $f(x)$  erst positiv und dann negativ oder umgekehrt. Obwohl also (22) die Lösung von (13) ist, so kann die so gefundene Funktion  $f(x)$  nicht für unseren Fall angewandt werden — weil die Anzahl der Versicherungssummen ja nie negativ werden kann.

Wir wollen daher die Aufgabe etwas anders anfassen, indem wir zuerst  $A = \lambda a$  setzen (wo  $\lambda$  nach dem Vorherigen grösser als 2 voraussetzen wäre, was mit den Verhältnissen der Praxis wohl auch in Übereinstimmung steht, da der Fall, dass die grösste Versicherungssumme nur doppelt so gross als die kleinste ist, nur selten vorkommen dürfte).

Entsprechend der Gleichung (15) bekommen wir nun:

$$2 [a \varphi' - \varphi]_a^{\lambda a} = \lambda a [\varphi']_a^{\lambda a} \tag{29}$$

oder

$$\lambda a \varphi'(\lambda a) - \varphi(\lambda a) - a \varphi'(a) + \varphi(a) - \frac{\lambda a}{2} (\varphi'(\lambda a) - \varphi'(a)) = 0 \tag{30}$$

was also wiederum für alle Werte von  $a$  gelten müsste. Durch zweimalige Differentiation nach  $a$  erhalten wir:

$$\frac{\lambda^3}{2} \varphi'''(\lambda a) + \left(\frac{\lambda}{2} - 1\right) \varphi'''(a) + (\lambda - 1) \frac{\varphi''(a)}{a} = 0 \tag{31}$$

wir finden sofort — ohne die allgemeinste Lösung zu suchen — dass

$$\varphi''(x) = C x^{-m} \tag{32}$$

diese Gleichung befriedigt; denn setzen wir diesen Wert von  $\varphi$  in (31) ein so hebt sich  $a^{-m-1}$  fort und es bleibt zur Bestimmung von  $m$  die Gleichung:

$$\frac{\lambda^3}{2} m \lambda^{-(m+1)} + \left(\frac{\lambda}{2} - 1\right) m - (\lambda - 1) = 0 \tag{33}$$

Setzen wir  $m + 1 = n$  und beachten dass  $f = \frac{\varphi''}{x}$ , so finden wir:

$$f(x) = C x^{-n} \tag{34}$$

wo  $C$  eine Konstante ist;

und (33) geht nach Umformung über in

$$(n-1) (\lambda^{3-n} + \lambda - 2) - 2\lambda + 2 = 0 \tag{35}$$

$$\text{wo } \lambda = \frac{A}{a}.$$

Wie man sieht, wird (35) identisch befriedigt durch  $n = 2$  und  $n = 3$ . Die entsprechenden Werte von  $\lambda (= \frac{A}{a})$  finden sich durch Einsetzen in die Hauptgleichung (13), und die Ausführung der Zahlenrechnung ergibt:

$$\left. \begin{aligned} \text{für } f(x) = C x^{-2} \dots\dots\dots \frac{A}{a} = 5,1\dots \\ \text{und für } f(x) = C x^{-3} \dots\dots\dots \frac{A}{a} = 3,2\dots \end{aligned} \right\} \tag{36}$$

Man sieht aber leicht, wenn man die Funktion

$$F(n) = (n-1) (\lambda^{3-n} + \lambda - 2) - 2\lambda + 2 \tag{37}$$

näher untersucht dass sie ausser für  $n = 2$  und  $n = 3$  auch eine Wurzel zwischen  $n = 1$  und  $n = 2$  besitzt, die sich dem Werte 1 um so mehr nähert, je grösser  $\lambda$  ist.

(Wir haben nämlich:

$$F'(n) = \lambda + \lambda^{3-n} - (n-1) \lambda^{3-n} \lg \lambda - 2 \tag{38}$$

also

$$F'(2) = 2\lambda - 2 - \lambda \lg \lambda \tag{39}$$

was jedenfalls, wenn  $\lambda > e$  ist, negativ wird. Auch ist  $F(1) = -2(\lambda - 1)$  negativ und die Curve an dieser Stelle um so steiler ( $F'(1) = \lambda + \lambda^2 - 2$ ) je grösser  $\lambda$  ist).

Schreibt man (35) in der Form

$$n = 1 + 2 \frac{\lambda - 1}{\lambda^{3-n} + \lambda - 2} \quad (40)$$

so erhalten wir, wenn wir  $n$  auf der rechten Seite — bei grossen Werten von  $\lambda$  — in erster Annäherung gleich 1 setzen als zweite Annäherung

$$n = 1 + 2 \frac{\lambda - 1}{\lambda^2 - \lambda - 2} = \frac{\lambda + 4}{\lambda + 2} = \frac{\frac{A}{a} + 4}{\frac{A}{a} + 2} \quad (41)$$

(Man sieht leicht dass dieser Wert von  $n$  die Stelle angiebt wo die Tangente zu  $F(n)$  im Punkte  $x=1$  die  $n$ -Achse schneidet).

Wir wollen das Voranstehende in dem folgenden Satze zusammenfassen:

*Wenn das Maximum eines Versicherungsbestandes mit der grössten vorliegenden Versicherungssumme zusammenfallen soll, so muss die Häufigkeit ( $f(x)$ ) der Versicherungen rasch mit der Höhe ( $x$ ) der Versicherungssumme abnehmen, und zwar so dass  $f(x) = Cx^{-n}$  ist, während  $n$  sich aus der Gleichung bestimmt  $(n-1)(\lambda^{3-n} + \lambda - 2) - 2(\lambda - 1) = 0$ , wo  $\lambda$  das Verhältnis  $\frac{A}{a}$  zwischen der grössten und kleinsten Versicherungssumme bedeutet. Der Fall  $n=3$  entspricht dem Falle wo  $\frac{A}{a} = 3, 2, \dots$  und der Fall  $n=2$  entspricht dem Falle  $\frac{A}{a} = 5, 1, \dots$ . Mit wachsendem  $\lambda$  nähert sich  $n$  dem Werte  $\frac{\frac{A}{a} + 4}{\frac{A}{a} + 2}$ , so dass bei relativ grossen Werten des Verhältnisses zwischen der grössten und kleinsten Versicherungssumme die Häufigkeit der Versicherungen nur wenig rascher abnehmen muss als umgekehrt proportional mit der Höhe der Versicherungssumme.*

In der Praxis der Versicherungsgesellschaften zeigt die Funktion  $f(x)$  — die dort natürlich nur als eine statistische Funktion mit grossen Sprüngen vorliegen kann — meistens eine ziemlich rasche Abnahme.

Man würde geneigt sein zu glauben, dass  $f(x)$  — jedenfalls bei obligatorischer Versicherung — *grosso modo* proportional der Anzahl derjenigen Personen sei, die ein Einkommen in der Höhe von  $x$  haben.

Nach PARETO scheint die Anzahl derjenigen Personen die ein Einkommen *höher* als  $x$  haben durch  $Nx^{-\alpha}$  ausgedrückt werden zu können, und zwar scheint  $\alpha$  im Durchschnitt etwa  $\frac{3}{2}$  zu sein. Danach sollte  $f(x)$  gleich  $Cx^{-3/2}$  gesetzt werden können und erscheint somit als ein interessantes Beispiel unserer Funktion  $Cx^{-\alpha}$ . Wenden wir den oben ausgesprochenen Satz auf den vorliegenden Fall an, so finden wir, dass das Maximum mit der grössten Versicherungssumme zusammenfällt, wenn das Verhältniss  $\frac{A}{a}$  zwischen dem grössten und kleinsten versicherten Betrage gerade gleich 4 ist, und sonst würde das Maximum sein

$$M = \frac{2 \int_a^A x^{-1/2} dx}{\int_a^A x^{-3/2} dx} = \frac{2(\sqrt{A} - \sqrt{a})}{\frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{A}}}$$

Durch die Einführung der stetigen Funktion  $f(x)$  haben sich die obigen Beziehungen sehr einfach gestaltet und es dürfte daher dieses Verfahren auch für andere ähnliche Betrachtungen mit Vorteil angewandt werden können.

---

## SUR LA THÉORIE DU PLEIN

PAR

BIRGER MEIDELL, Christiania.

---

M. LANDRÉ 1) a trouvé que la valeur du plein est égale au double de la somme assurée; ceci pour le cas d'assurances temporaires d'un an et en supposant que toutes les polices soient souscrites pour le même capital et sur base du même âge d'entrée. Il en tire la conclusion que le double de la moyenne des capitaux assurés doit donner une assez bonne valeur pour le maximum du plein.

Dans le présent travail, l'auteur examine d'un peu plus près cette conclusion ainsi que quelques autres relations qui s'y rattachent.

Ensuite l'auteur fait observer que dans la théorie du risque on suppose souvent que toutes les sommes assurées soient égales. Cette

1) LANDRÉ, Mathem. techn. Kapitel zur Lebensversicherung, Jena 1895, pag. 340.

supposition ne s'accordant guère avec la pratique, l'auteur introduit d'abord la fonction statistique  $f_x$  et ensuite la fonction continue  $f_{(x)}$ , donnant le nombre des personnes assurées pour le capital  $x$ . Il remarque que, dans la pratique, cette fonction est en général assez rapidement décroissante.

Si  $M_1, M_2, \dots$  sont les différentes valeurs du plein pour un groupe réunissant tous les assurés du même âge (pourvu toujours que le nouvel assuré ait l'âge du groupe) et si  $S_1, S_2, \dots$  représentent les sommes assurées correspondantes, on a d'une façon approximative

$$M \cdot q = \frac{q_1 (1 - q_1) S_1 M_1 + q_2 (1 - q_2) S_2 M_2 + \dots}{(1 - q_1) S_1 + (1 - q_2) S_2 + \dots},$$

où  $M$  représente le plein du groupe entier, lorsque  $q$  est la probabilité de décès du nouvel assuré.

En conséquence, on peut se limiter, en recherchant les conditions du plein, à examiner un groupe de personnes assurées du même âge. Dans ce cas, il est démontré en outre :

1. Le plein dépasse le double de la moyenne des sommes assurées.
2. Cette valeur est une limite approximative du plein.
3. Pourvu que la différence entre la plus grande et la plus petite des sommes assurées soit constante — la répartition des capitaux restant d'ailleurs inaltérée — la valeur du plein est représentée par le double de la moyenne des capitaux assurés avec autant plus d'exactitude que son chiffre absolu s'augmente.

La valeur du plein dépend de la répartition des capitaux assurés c. à d. de la fonction  $f_{(x)}$ .

L'auteur démontre enfin la thèse suivante :

Pourvu que  $f_{(x)}$  soit égal à  $Cx^{-n}$  où  $n$  satisfait à l'équation  $(n-1)(\lambda^{3-n} + \lambda - 2) - 2(\lambda - 1) = 0$  et qu'on comprenne par  $\lambda$  le rapport  $\frac{A}{a}$  entre le plus grand et le plus petit des capitaux assurés, le plein correspond au plus grand des capitaux. Les cas  $n = 3$  et  $n = 2$  qui n'entrent pas dans l'équation de condition, correspondent à  $\lambda = 3.2\dots$  et  $\lambda = 5.1\dots$ . Si  $\lambda$  est relativement grand,  $n$  s'approche à  $\frac{\lambda + 4}{\lambda + 2}$ .

L'auteur considère comme la plus naturelle la répartition déterminée ci-haut des capitaux assurés pour laquelle le plein correspond au capital le plus grand.

Un exemple intéressant se présente en considérant la loi de M. PARETO, relative aux revenus. D'après M. PARETO, le nombre des personnes qui possèdent un revenu supérieur à  $x$  peut être expliqué par la formule  $N = c x^{-\alpha}$  (où  $\alpha$  semble être environ  $\frac{3}{2}$ ). Si donc — en cas d'assurance obligatoire — on supposait que les sommes assurées soient proportionnelles aux revenus, il en résulte comme valeur de la fonction  $f_{(x)} : C x^{-(\alpha+1)}$ .

En supposant  $\alpha = \frac{3}{2}$ , on trouve que le plein correspond au plus grand des capitaux assurés, pourvu que le rapport entre celui-ci et le capital le plus petit soit égal à 4.

---

## ON THE THEORY OF MAXIMUM

BY

BIRGER MEIDELL, Christiania.

---

According to LANDRÉ's 1) investigations, the exact value of maximum is equal to the double of the sum assured, if considering simple short term policies for one year and provided further that all these policies are made out for the same amount and for the same age at entry. He concludes therefrom that also in the case of different amounts assured the mean amount would give an approximately admissible basis for calculation of the maximum of risk.

In the present report the author proposes to submit this conclusion as well as some correlations connected therewith to a somewhat nearer consideration.

The author points out that investigations on the theory of risks often start from the rather fictive assumption of equality of amounts assured. This assumption being strictly opposite to the actual conditions of business, the author recurs at first to the statistical function  $f_x$  and then to the constant function  $f_{(x)}$ , showing the number of persons assured each for the amount  $x$ . The said function, of course, tends to decrease rapidly, if  $x$  increases.

Let  $M_1, M_2, \dots$  be the different values of maximum for groups including all policy-holders of a certain age (provided always that

---

1) LANDRÉ, Math. Techn. Kapitel zur Lebensversicherung Jena 1895, p. 340.

the new risk corresponds to the same age at entry) and let  $S_1, S_2, \dots$  represent the respective amounts assured, then we find as approximate relation

$$M \cdot q = \frac{q_1 (1-q) S_1 M_1 + q_2 (1-q_2) S_2 M_2 + \dots}{(1-q_1) S_1 + (1-q_2) S_2 + \dots}$$

where  $M$  denotes the maximum for the whole insurance stock, if  $q$  shows the probability of death of the new entering risk.

Consequently, in fixing the limit of risk, it will be possible to confine the investigations to a group of policy-holders of a given age at entry. Starting from this result, the author, in the further course of his considerations develops the following principles:

1. The maximum exceeds generally the double of the mean amount assured.
2. The latter value is an approximate limit for the maximum.
3. If the difference between the largest and the smallest insured amount is considered to be a constant one — without any further regard to the distribution of insured amounts — the 'double of the mean insured capital will equal the value of maximum with the more accuracy, when its absolute amount is an important one.

More especially, the amount of maximum depends on the distribution of the sums insured over the whole insurance stock, i. e. of the function  $f(x)$ .

Finally, the author develops the following thesis:

Let  $f(x)$  be equal to  $Cx^{-n}$  where  $n$  is defined by the equation  $(n-1)(\lambda^{3-n} + \lambda - 2) - 2(\lambda - 1) = 0$ , and where  $\lambda$  denotes the proportion  $\frac{A}{a}$  between the largest and the smallest insured amounts,

then the maximum of the whole insurance stock will be identical to the largest insured amount at risk. The special cases  $n = 3$  and  $n = 2$  which cannot be derived from the above equation, correspond to  $\lambda = 3.2\dots$  and  $\lambda = 5.1\dots$  When  $\lambda$  increases proportionally,  $x$  is approaching the limit  $\frac{\lambda + 4}{\lambda + 2}$ .

The author considers as the most natural one this distribution of insured amounts, where the maximum is found to be in accordance with the largest amount at risk.

An interesting application of the above theory results from a consideration of PARETO'S formula as to the distribution of income. According to PARETO'S formula, the number of persons with an

income exceeding  $x$  is represented by the formula  $N = c x^{-\alpha}$  (where the value of  $x$  is near to  $\frac{3}{2}$ ). Supposing — in the case of compulsory insurance for instance — that the individual insured amounts are proportionate to the personal income of the policyholders, our function  $f(x)$  would result in the value  $C x^{-(\alpha+1)}$ . Considering finally the above said value of  $\alpha = \frac{3}{2}$ , we have to conclude that the maximum is equal to the largest amount at risk, if the proportion between this and the smallest amount insured approaches to 4.

---

7

## LA REASSURANCE DANS L'ASSURANCE SUR LA VIE

PAR

L. FRANÇOIS, Bruxelles.

---

La première question qui doit faire l'objet des discussions du Congrès d'Amsterdam n'est pas nouvelle. La théorie du plein, notamment, a été donnée de différentes façons par de nombreux auteurs et a fait l'objet d'un rapport de M. LANDRÉ au Congrès de Londres en 1898. Les méthodes de réassurance n'offrent d'ailleurs au point de vue technique aucune difficulté sérieuse; je pense donc que la partie la plus intéressante de cette question est celle relative aux résultats financiers. Malheureusement, il ne m'est pas possible d'apporter à ce sujet des éléments d'appréciation, ne disposant pas d'un matériel statistique suffisant. Je me bornerai donc à quelques considérations sur la théorie du plein et les méthodes de réassurance.

Les règles à adopter dans la réassurance dépendant nécessairement de la façon dont on envisage le risque, je me propose de renverser l'ordre fixé et de commencer par traiter du plein. Je n'ai d'ailleurs nullement la prétention de donner ici une théorie nouvelle d'une question qui a déjà fait l'objet de tant d'études approfondies; je voudrais simplement émettre quelques idées et montrer que, s'il est impossible de fixer un maximum «ne varietur» qu'un assureur ne pourrait dépasser sans danger, il n'est cependant pas difficile de donner des indications assez précises qui peuvent servir de guide à une Compagnie dans la limitation de ses risques.

Je dis qu'il n'est pas possible de condenser en une simple formule les conditions de stabilité d'un organisme assureur. En effet, cette stabilité dépend d'un grand nombre d'éléments parmi lesquels la répartition des risques est généralement loin d'être un des principaux.

La théorie du plein, basée sur la loi des écarts, ne peut évidemment tenir compte que des seules erreurs accidentelles. Elle suppose exactes, les bases du calcul: table de mortalité et taux d'intérêt. L'absence du grand nombre constitue, lorsqu'on étudie le plein, le seul aléa contre lequel il faut se prémunir.

Ceci suppose que, dans l'ensemble, les résultats financiers doivent être favorables. Les à-coup de la mortalité peuvent amener des variations tantôt dans un sens tantôt dans l'autre, mais qui doivent à la longue être équivalentes.

Il faut donc uniquement éviter que l'écart maximum possible ne puisse dépasser la capacité de perte de l'organisme. Or, cette capacité est essentiellement variable suivant la plus ou moins grande prudence qui préside à la gestion de la Société. La constitution de réserves spéciales importantes, une politique prévoyante dans les placements, un choix rationnel de la table de mortalité et du taux d'intérêt servant de base au calcul des tarifs sont autant de causes qui ont une influence sur la capacité de bénéfices d'une Compagnie et par le fait même sur la possibilité de supporter certaines pertes.

La variation de ces divers éléments doit nécessairement avoir une influence sur la fixation du maximum assurable.

Il n'en est pas moins vrai qu'il est nécessaire qu'une formule puisse donner un chiffre auquel il ne faudra certes pas attribuer une importance absolue, mais qui donnera une mesure de la prudence à observer.

La belle théorie donnée par LAURENT d'abord dans son «Calcul des Probabilités» et ensuite dans son «Traité des Assurances» a donné lieu à de nombreuses critiques dont un certain nombre paraissent justifiées; mais ces critiques portent toutes, non sur la méthode employée, mais bien plutôt sur l'application des formules à des cas particuliers.

Il est un résultat acquis sur lequel il n'est pas besoin de revenir et qui donne la solution du problème suivant: Etant donné un certain nombre de têtes assurées, la probabilité  $P$  que l'écart entre les sinistres probables et les sinistres réels soit compris entre  $-l$  et  $+l$  est donnée par l'intégrale bien connue

$$P = \Theta(\gamma) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\gamma} e^{-\gamma^2} d\gamma$$

dans laquelle on a

$$\gamma = \frac{l}{\sqrt{2 \Sigma (z - x^2)}}$$

Dans cette formule,  $x$  représente l'espérance mathématique des sommes assurées. Si un assuré  $O_i$  est susceptible de recevoir différentes sommes dont les valeurs actuelles sont  $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ij}, \dots$  ayant des probabilités d'arrivées  $p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{ij}, \dots$

on a:  $x_i = \Sigma p_{ij} a_{ij}$

Quant à  $z$  il est donné par la formule

$$z_i = \Sigma p_{ij} a^2_{ij}$$

L'écart  $l$  est donc donné par la relation  $l = \gamma \sqrt{2 \Sigma (z - x^2)}$  et pour les mêmes valeurs de  $z$  et  $x$ ,  $l$  varie avec  $\gamma$ , donc avec la probabilité  $P$ .

Ainsi pour  $P=0,99$ ,  $\gamma = 1,821$ ; pour  $P = 0,999$ ,  $\gamma = 2,328$ , pour  $P = 0,9999$ ,  $\gamma = 2,751$  et pour  $P = 0,99997$ ,  $\gamma = 3$ .

LAURENT admet cette dernière valeur de  $P$  pour la certitude, et il en déduit que l'écart maximum qui puisse se produire est égal à

$$l = 3 \sqrt{2 \Sigma (z - x^2)}$$

Cela étant, nous nous proposons de résoudre les 2 problèmes suivants:

- 1<sup>o</sup>) Une Compagnie assure un certain nombre de têtes pour des capitaux déterminés. Quelle est la somme maximum qu'elle puisse accepter sur une nouvelle tête, pour que les chances de perte relative ne soient pas modifiées?
- 2<sup>o</sup>) Rechercher si l'importance des risques couverts par une Compagnie n'est pas de nature, indépendamment de toute autre cause, à avoir une influence défavorable sur sa situation financière, ou, inversement, s'il n'y a pas intérêt à augmenter le plein.

D'une façon plus explicite, nous pourrions énoncer le premier problème de la façon suivante:

Une Compagnie couvrant un certain nombre de risques représentés par une somme  $\Sigma C$ , il existe une probabilité  $P = \Theta(\gamma)$  que la perte ou le bénéfice ne dépassera pas

$$l = \gamma \sqrt{2 \Sigma (z - x^2)}$$

La perte relative sera la perte rapportée à l'unité de capital soumis au risque. Elle sera donc égale à  $\frac{l}{\Sigma C}$ . Dans ces conditions,

quelle est la somme maximum que la Compagnie puisse accepter sur une nouvelle tête pour que l'on ait la même probabilité  $P = \theta(\gamma)$  que la perte relative ne dépassera pas  $\frac{l}{\Sigma C}$

Je ne m'occuperai que des assurances en cas de décès, la question du plein pour les assurances en cas de vie étant d'un intérêt très secondaire. En général, on a cherché à évaluer séparément le plein de chaque catégorie d'assurances en calculant la valeur actuelle de la perte maximum que l'assureur pourra subir pendant toute la durée du contrat. A cet effet, il faut tenir compte non seulement, des sinistres probables mais également des recettes probables de primes. Outre que cette méthode conduit à des formules dont la traduction en chiffres est assez pénible par suite de l'introduction de différents taux d'intérêt, elle présente certains défauts sur lesquels nous aurons l'occasion de revenir.

De plus, à mon avis, elle est peu rationnelle, car il importe moins de connaître la valeur de la perte *totale possible* que l'écart *maximum* qui peut se produire pendant un exercice. Or, il est facile de calculer cet écart en examinant séparément les parties constitutives d'une prime. Il est, en effet, à remarquer que, parmi les différentes obligations contractées par un assureur, il n'en existe qu'une qui, par sa nature même, est soumise aux lois du hasard. Cette obligation est la même pour toutes les catégories d'assurances : elle consiste à payer une certaine somme au moment du décès (pour les assurances à terme fixe cette somme est égale à la valeur actuelle du capital assuré).

Il est donc nécessaire de décomposer la prime en ses éléments constitutifs comprenant : 1<sup>o</sup>) la prime du risque servant à couvrir le risque de mortalité pendant l'année en cours ; 2<sup>o</sup>) le supplément destiné à constituer les réserves. Cette partie seule varie suivant les combinaisons. La réserve qui constitue l'avoir de l'assuré diminue d'autant le risque couru par la Société. Il en résulte que toutes les assurances en cas de décès peuvent être considérées au point de vue de la théorie du plein, comme équivalentes à condition de calculer l'engagement de l'assureur comme étant égal à la différence entre le capital total assuré et la réserve mathématique constituée. C'est ce que nous appellerons le capital soumis au risque. Il est d'ailleurs à remarquer que le bénéfice ou la perte de mortalité peut s'évaluer par la relation

$$\Sigma C (q_{x+t-1} - q'_{x+t-1}) \cdot (1 - t V_x)$$

dans laquelle  $q$  est le taux de mortalité donné par la table,  $q'$  le taux réel et  ${}_tV_x$  la réserve mathématique après  $t$  années. Il en résulte que les capitaux soumis au risque de mortalité pendant le courant d'un exercice sont égaux à  $\sum C (1 - {}_tV_x)$  c'est à dire la somme des capitaux assurés diminuée de la réserve des primes.

Dès lors, si nous substituons le capital risque au capital assuré, il sera inutile d'établir une distinction entre les diverses catégories d'assurances.

Nous examinerons d'abord un cas très simple. Supposons un organisme comprenant  $L_x$  individus d'âge  $x$ , le capital soumis au risque étant le même pour chaque assuré et égal à  $a$ . En vertu de la formule rappelée plus haut nous aurons une probabilité  $P = \Theta(\gamma)$  que la perte ne dépassera pas :

$$l = \gamma \sqrt{2 \sum (z - x^2)}$$

$$\text{Or } x = q_x a; \quad z = q_x a^2$$

$$\text{d'où } z - x^2 = q_x a^2 (1 - q_x) = p_x q_x a^2$$

$$\text{et } \sum (z - x^2) = L_x p_x q_x a^2$$

$$\text{d'où } l = \gamma a \sqrt{2 L_x p_x q_x} = \gamma a \sqrt{2 p_x q_x} \sqrt{L_x}$$

La perte relative sera égale à  $\gamma \frac{\sqrt{2 p_x q_x}}{\sqrt{L_x}}$  le total des capitaux

soumis au risque étant égal à  $L_x \cdot a$ . Le problème à résoudre est actuellement le suivant: Quelle est la somme maximum que l'assureur puisse accepter sur une nouvelle tête de même âge  $x$  pour que la perte relative ne soit pas modifiée. 1)

Désignons par  $X$  cette somme.

$$\text{Nous aurons: } l = \gamma \sqrt{2 p_x q_x (L_x a^2 + X^2)}$$

$$\text{et la perte relative sera: } \gamma \sqrt{2 p_x q_x} \frac{\sqrt{L_x a^2 + X^2}}{L_x a + X}$$

1) Remarquons que l'écart proportionnel au capital risque ne nous permet pas de fixer le minimum de têtes nécessaires au fonctionnement normal d'un organisme assureur.

L'écart maximum doit être comparé non au capital assuré mais au montant des sinistres probables, c'est à dire à la prime totale du risque. On obtient alors comme valeur relative  $\gamma \frac{\sqrt{2 p_x q_x}}{\sqrt{L_x q_x}}$ , formule qui montre bien que plus le risque à couvrir est faible, plus grand doit être le nombre d'assurés sur lesquels il doit se répartir.

Nous devons donc avoir: 
$$\frac{\sqrt{L_x a^2 + X^2}}{L_x a + X} = \frac{1}{\sqrt{L_x}}$$

On en tire  $X = \frac{2 L_x a}{L_x - 1}$

et comme  $L_x$  est assez grand, on aura très approximativement:  $X = 2 a$ , c'est à dire que le *maximum à accepter sur une seule tête est égal au double du capital soumis au risque pour chaque contrat.*

Il est à remarquer que cette méthode a pour avantage de faire disparaître le coefficient  $\gamma$  sur la valeur duquel on peut discuter suivant que l'on admet comme représentant la certitude pour la probabilité  $P$ , les valeurs 0,999, 0,999... etc.

Nous avons supposé que toutes les têtes étaient assurées pour le même capital, ce qui ne se présente évidemment pas dans la pratique. Admettons donc qu'il y ait  $l_x$  personnes assurées pour un capital  $a$ ,  $l'_x$  pour un capital  $a'$ , etc.... avec la relation:

$$L_x = l_x + l'_x + l''_x + \dots\dots\dots$$

Nous aurons:  $l = \gamma \sqrt{2 p_x q_x} \sqrt{l_x a^2 + l'_x a'^2 + \dots\dots}$

Désignons par  $\alpha$  le capital qui pourrait être assuré sur chaque tête pour que la perte probable  $l$  soit la même. On aura:

$$l_x a^2 + l'_x a'^2 + \dots\dots = L_x \alpha^2$$

( $\alpha$  est plus grand que la moyenne arithmétique). On est ainsi ramené au premier cas, et on pourra poser  $x = 2 \alpha$ , et si nous appelons  $\alpha$  risque moyen, nous dirons que la somme maximum à accepter sur une tête est égale au double du *risque moyen.*

Supposons actuellement que les âges soient également différents. Nous aurons

$$l = \gamma \sqrt{2 p_x q_x (l_x a_x^2 + l'_x a'_x^2 + \dots) + 2 p_{x+1} q_{x+1} (l_{x+1} a_{x+1}^2 + \dots) + \dots}$$

nous calculerons un âge moyen  $x'$  au moyen de la relation suivante

$$q_x (l_x a_x + l'_x a'_x + \dots) + q_{x+1} (l_{x+1} a_{x+1} + l'_{x+1} a'_{x+1} + \dots) + \dots = q_{x'} \Sigma C.$$

On aura donc:  $q_x (l_x a_x + l'_x a'_x + \dots) + q_x + 1 = q_{x'} \Sigma C$   
 $\Sigma C$  étant le total des capitaux soumis au risque.

$x'$  est donc l'âge qui donnerait le même nombre de sinistres attendus.

Le risque moyen sera alors donné par la formule

$$\sqrt{2 p_{x'} q_{x'}} \sqrt{L \alpha^2} = \sqrt{2 p_x q_x (l_x a_x^2 + \dots) + 2 p_{x+1} q_{x+1} (l_{x+1} a_{x+1}^2 + \dots) + \dots}$$

et on a encore  $X = 2\alpha$

Ceci suppose que l'âge à l'entrée du nouvel assuré soit précisément égal à  $x'$ ; d'une façon générale, si  $x$  est l'âge à l'entrée, nous aurons:

$$\frac{\sqrt{2 p_{x'} q_{x'} \alpha^2 L + 2 p_x q_x X^2}}{\alpha L + X} = \frac{\sqrt{2 p_x q_x}}{\sqrt{L}}$$

et en désignant par  $K$ , le rapport:  $\frac{p_x q_x}{p_{x'} q_{x'}}$

$$\frac{\sqrt{\alpha^2 L + K X^2}}{\alpha L + X} = \frac{1}{\sqrt{L}}$$

$$\text{d'où } X = \frac{2}{K} \alpha$$

Il en résulte que pour  $x < x'$ ,  $X > 2\alpha$  et inversement pour  $x > x'$ ,  $X < 2\alpha$ . Ainsi, supposons que l'âge moyen soit  $x' = 40$ , pour lequel le produit  $p_{x'} q_{x'} = 0,00965$ , d'après la table A F.

$$\text{Si } x = 30, K = \frac{693}{965} = 0,7 \text{ d'où } X = 3\alpha \text{ environ}$$

$$\text{Si } x = 50, K = \frac{1611}{965} = 1,66 \text{ d'où } X = 1,20\alpha$$

Le maximum qu'une Compagnie puisse accepter sur une tête diminue donc avec l'âge. Mais pratiquement on ne tiendra compte de cette propriété que dans une faible mesure.

Ainsi, en fixant le plein à  $2\alpha$ , on agit avec prudence, et ce ne sera guère que pour les âges avancés qu'il sera nécessaire de rester en-dessous de ce chiffre.

*Remarques. I.* — Cette méthode présente l'inconvénient de ne tenir compte que de la situation de la première année. Or l'écart maximum étant proportionnel à  $\sqrt{2 p_x q_x}$  augmente avec l'âge.

Mais d'un autre côté, le capital soumis au risque diminue avec la durée du contrat (excepté pour les assurances temporaires pour lesquelles la réserve est souvent négligeable). Il en résulte que le produit  $\sqrt{2 p_{x+n-1} q_{x+n-1} (1 - {}_n V_x)}$  pourra augmenter ou diminuer quand  $n$  augmente, suivant la nature du contrat. Ainsi, pour les assurances mixtes, cette quantité va en diminuant de sorte que l'écart maximum probable se produit la première année. Pour l'assurance Vie Entière, le phénomène inverse a lieu ainsi qu'il résulte du tableau suivant,

Age à l'origine : 30 ans.

Age ( $x+n-1$ )	$p_{x+n-1} \cdot q_{x+n-1}$	$(1 - {}_n V_x)$	$p_{x+n-1} \cdot q_{x+n-1} (1 - {}_n V_x)^2$
30	0,00693	0,9883	0,00677
40	0,00965	0,8548	0,00705
50	0,01611	0,6932	0,00774
60	0,03110	0,5159	0,00828
70	0,06421	0,3456	0,00767

Si  $X$  représente le capital assuré au lieu du capital risque, nous devrions poser  $K = \frac{p_{x+n-1} q_{x+n-1} (1 - {}_n V_x)^2}{p_{x'} q_{x'}}$  et nous voyons que pour un âge moyen  $x' = 40$ ,  $K$  reste toujours plus petit que 1.

Il en résulte que pour les assurances mixtes, on pourra dépasser quelque peu le chiffre de  $2\alpha$  tandis que pour les assurances Vie Entière il faudra rester aux environs de cette valeur.

II. — La méthode qui consiste à escompter toutes les pertes futures possibles présente cet inconvénient de ne pas faire ressortir l'écart *maximum* qui pourra se produire au cours d'un exercice.

Or, il est bien certain que c'est cet écart qui doit permettre de fixer le plein.

Nous croyons donc que le procédé que nous venons d'indiquer, tout en conduisant à des formules simples, donne assez approximativement une limite prudente des risques à assurer. Nous avons ainsi résolu le premier problème que nous nous étions posé.

La solution du second paraît beaucoup plus malaisée. Car elle dépend principalement de la situation financière de la Compagnie. J'ai d'ailleurs évité à dessein d'employer dans l'énoncé le mot stabilité. Si la répartition des risques doit intervenir pour déterminer le degré de stabilité d'une Compagnie, elle est loin d'en constituer l'élément essentiel, si l'on excepte naturellement les organismes très jeunes.

Les variations de la mortalité dues, *uniquement* à des causes accidentelles ne peuvent exercer sur la situation financière d'une Compagnie qu'une influence négligeable vis à vis d'autres éléments tels que fluctuations du taux d'intérêt, nature des placements, importance des réserves spéciales, modification de la loi de mortalité.

Il n'en est pas moins vrai qu'un des soucis constants d'une

Compagnie doit être de répartir les risques de manière à éviter les variations trop considérables dans les sinistres. D'un autre côté, la réassurance entraînant généralement l'abandon d'une partie des bénéficiaires, il y a intérêt à conserver le maximum de risques compatible avec la sécurité de l'organisme.

Comment peut-on juger si le plein adopté n'est pas exagéré ou s'il est trop faible?

Deux méthodes peuvent être suivies pour résoudre ce problème: une méthode purement expérimentale qui se contente d'observer les événements et une méthode théorique.

Nous essayerons d'abord de trouver une solution théorique.

On pourrait y arriver en comparant l'écart maximum qui puisse se produire avec l'ensemble des réserves extraordinaires *susceptibles d'être absorbées par une perte de mortalité*.

L'écart maximum sera donné par la relation  $l = \gamma \sqrt{2 \Sigma (z - x^2)}$  dans laquelle on donne à  $\gamma$  une valeur telle que  $P = \theta(\gamma) = 1 - \varepsilon$ ,  $\varepsilon$  étant très petit.

Supposons, par exemple, une Compagnie assurant 100 millions de capitaux en 10.000 contrats de 10.000 Frs. et soit  $q_x = 0,01$ .

Prenons  $\gamma = 3$ , ce qui correspond à  $P = 0,9999779$

Nous aurons:  $l = 3 \sqrt{2 \times 0,01 \times 0,99 \times 10.000^3} = 420.000$

Si l'on veut prendre pour  $P$  une valeur encore beaucoup plus voisine de l'unité, on n'obtient pas pour  $l$  un nombre bien différent. Ainsi pour  $P = 0,9999940$   $\gamma = 3,2$ ; d'où  $l = 448.000$  Frs.

Les sinistres attendus s'élevant à 1.000.000, l'écart maximum est donc inférieur à 45 % de cette somme.

Supposons au contraire que le capital total de 100 millions ne repose que sur 5.000 têtes, assurées chacune pour 20.000 Frs.

Nous aurons alors  $l = 0,42 \times 20.000 \sqrt{5.000} = 594.000$

Cette situation est évidemment moins favorable que la précédente; peut-on cependant dire qu'elle présente un certain danger pour la stabilité de l'organisme? Pour se prononcer, il faudrait tenir compte des réserves spéciales créées par la Compagnie et des procédés de gestion.

D'autre part, dans quelles proportions peut-on admettre que ces réserves puissent être absorbées *uniquement* par une différence de mortalité? Il y a là un grand nombre de facteurs qui doivent

intervenir et une formule ne pourrait les renfermer tous. L'écart maximum ne peut donc donner qu'une indication très vague.

Je pense qu'il est possible d'aborder cette question d'une autre façon, en considérant non plus l'écart maximum, mais ce que DORMOY appelle l'écart moyen, c'est à dire l'espérance mathématique de tous les écarts probables.

On peut en effet concevoir théoriquement la réassurance de la façon suivante :

L'assureur direct paye à son réassureur une prime globale au moyen de laquelle celui-ci le garantit contre toute perte de mortalité. Cette prime n'est autre chose que l'espérance mathématique de toutes les pertes probables. Il est facile de la calculer :

En adoptant les notations de LAURENT, nous avons en effet, pour la probabilité de payer une somme totale  $A$ ,

$$P = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{2 \Sigma (z - x^2)}} e^{-\frac{(A - \Sigma x)^2}{2 \Sigma (z - x^2)}}$$

et comme  $\Sigma x$  représente la somme probable à payer,  $A - \Sigma x = u$  est la perte ayant pour probabilité,  $P$ . L'espérance mathématique de toutes les pertes probables peut donc se représenter par

$$E = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{2 \Sigma (z - x^2)}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2 \Sigma (z - x^2)}} u \, du$$

$$\begin{aligned} \text{où } E &= \sqrt{\frac{2 \Sigma (z - x^2)}{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\gamma^2} \gamma \, d\gamma = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2 \Sigma (z - x^2)}{\pi}} \\ &= 0,28 \sqrt{2 \Sigma (z - x^2)} \end{aligned}$$

$$= 0,28 \sqrt{2 [p_x q_x l_x a_x^2 + p_{x+1} q_{x+1} l_{x+1} a_{x+1}^2 + \dots]}$$

Dans le cas de têtes de même âge, assurées pour un capital identique, nous avons simplement :  $E = 0,40 a \sqrt{L p_x q_x}$ ,  $a$  étant le capital assuré et  $L$  le nombre de têtes.

Dans le 1<sup>er</sup> exemple choisi plus haut, nous aurions :

$$E = 0,40 \times 10.000 \sqrt{10.000 \times 0,01 \times 0,99} = 39.800.$$

et dans le second

$$E = 0,40 \times 20.000 \sqrt{5000 \times 0,01 \times 0,99} = 56.000$$

Donc, dans le premier cas, la Compagnie devrait verser à son réassureur une somme de 39.800 Frs et dans le deuxième 56.000 Frs.

La situation pourra être considérée comme satisfaisante, si cette somme ne dépasse pas le chargement des primes qui peut être absorbé par les écarts de la mortalité. Si nous admettons le chargement habituel des tarifs français soit 3,50 ‰ des capitaux assurés, et si nous supposons que les frais de gestion n'absorbent pas plus de 3 ‰, on pourra admettre un écart moyen de 0,50 ‰, soit pour 100 millions de capitaux 50.000 Frs. Dans le second exemple donné plus haut le plein serait donc trop élevé. D'une façon générale si nous représentons par  $a$  ‰ le chargement qui peut être absorbé par la mortalité, on devra avoir

$$E = 0,40 \sqrt{\Sigma (z - x^2)} \ll \frac{a \times \Sigma C}{1000}$$

Il est d'ailleurs à remarquer qu'il existe un rapport constant entre les quantités  $E$  et  $l$ .

$$\frac{E}{l} = \frac{1}{2 \gamma \sqrt{\pi}} \text{ soit pour } \gamma = 3, \frac{1}{10,62}$$

On pourrait donc établir une théorie du plein en considérant uniquement la quantité  $E$ , sans rechercher la valeur de l'écart maximum. Toutefois cet écart présente un intérêt évident pour l'assureur, puisqu'il lui donne une mesure des pertes auxquelles il peut s'attendre par le seul fait des lois du hasard.

Lorsqu'on a  $E < \frac{a \times \Sigma C}{1000}$ , l'assureur peut augmenter son plein.

Dans quelles proportions doit-il le faire? Si  $\Delta E$  est l'accroissement de  $E$  résultant de l'introduction dans le groupe, d'un contrat d'importance  $X$  on peut avoir:  $\Delta E = \frac{a \cdot X}{1000}$

Posons  $X = m \alpha$  nous aurons:  $E = 0,40 \sqrt{p_x q_x} \alpha \sqrt{L}$

et  $\Delta E = 0,40 \sqrt{p_x q_x} \alpha \left[ \sqrt{L + m^2} - \sqrt{L} \right]$

$$= 0,40 \sqrt{p_x q_x} \alpha \frac{1}{2} \frac{m^2}{\sqrt{L}}$$

$m$  étant très petit par rapport à  $L$ .

Nous aurons donc:  $0,40 \sqrt{p_x q_x} \alpha \frac{1}{2} \frac{m^2}{\sqrt{L}} = \frac{a m \alpha}{1000}$

D'où  $m = \frac{a \sqrt{L}}{200 \sqrt{p_x q_x}}$ . On voit donc que  $m$  croît proportion-

nellement à  $\sqrt{L}$ .

Reprenons l'exemple donné plus haut

$$L = 10.000; a = 0,5; m = \frac{50}{19,9} = 2,50 \text{ environ.}$$

On pourra donc prendre pour plein:  $X = 2,50 \alpha$  au lieu de  $2\alpha$ . Il est cependant à remarquer qu'on ne peut prendre pour  $a$  une valeur très différente de  $\frac{E}{\Sigma C}$ . La formule serait alors illusoire; car elle conduirait à un plein manifestement exagéré. Ainsi supposons que l'on ait  $L = 100.000$ ; on aurait alors approximativement  $m = 8$ . Mais, dans ce cas,  $E = 0,126 \text{ ‰}$ . On ne pourrait donc passer directement de cette valeur à  $0,5 \text{ ‰}$ . Ce cas ne se produira d'ailleurs pas en pratique. Car le plein aura été augmenté progressivement afin de maintenir une valeur de  $E$  voisine du chargement adopté.

Mais en dehors de ce procédé purement théorique de vérification du plein, il existe une méthode pratique beaucoup plus sûre puisqu'elle s'appuie sur les faits eux-mêmes et tient compte de tous les facteurs qui interviennent dans ce problème.

Il ne faut en effet pas perdre de vue que toutes les formules basées sur la théorie des écarts supposent à priori qu'il n'existe que des erreurs accidentelles. En d'autres termes, on admet que la table de mortalité employée est conforme à la réalité et que le risque est indépendant de l'importance du capital assuré.

Lorsque des joueurs sont réunis autour d'une table de jeu, il est bien certain que la probabilité d'arrivée d'un évènement est indépendante de la mise.

En est-il de même en assurance sur la vie?

On ne pourrait l'affirmer. Outre qu'il y a lieu de supposer que la simulation et les fraudes doivent être plus fréquentes parmi les contrats à gros capitaux que parmi les autres, il est à remarquer que ces affaires se recrutent dans une classe spéciale de la société dont le genre de vie, souvent très différent de celui des classes moyennes qui forment la clientèle des petits contrats, peut avoir une influence directe sur la mortalité. Seule, l'expérience peut donner la solution de ce problème qui est d'ailleurs particulier à chaque Compagnie suivant la nature de sa clientèle.

Les résultats financiers d'une série d'exercices peuvent à cet égard donner des renseignements précieux par la comparaison des sinistres attendus et des sinistres réels.

Soit  $\Sigma C \times q_x$  le total des capitaux qu'une Compagnie s'attend à

devoir payer par suite de décès et soient  $S$  les sinistres réels. Il est évident qu'il faut tout d'abord que l'on ait en moyenne pour une suite d'exercices  $S \ll \Sigma C q_x$

Mais il est également utile de tenir compte du nombre de sinistres. Soit  $D$  le nombre réel de décès et  $A$  le capital moyen assuré.

Si la mortalité frappe indifféremment les assurés quelle que soit l'importance du contrat souscrit on aura, en moyenne :  $D \cdot A = S$ .

Si, au contraire, pour une série d'exercices, on a constamment  $S > D \cdot A$  c'est que la mortalité est plus forte parmi les gros contrats que parmi les autres; et si l'on a :

$$S > \Sigma C q_x > D A$$

il est nécessaire de se montrer plus sévère pour l'acceptation des gros risques et au besoin de diminuer l'importance du plein. Je crois inutile d'insister sur cette question bien connue et je vais passer à l'examen des procédés de réassurance.

\* \* \*

Pour être conforme à la théorie que nous venons d'exposer, la réassurance doit porter uniquement sur le risque de mortalité.

Un premier procédé consiste à décomposer la prime en ses éléments constitutifs et à réassurer uniquement le capital du risque.

Si  $C$  est le capital assuré sur une tête d'âge  $x$  et  ${}_nV_x \times C$  la réserve après  $n$  années, le capital soumis au risque la  $n^{\text{ème}}$  année est  $C (1 - {}_nV_x)$  et la prime pure correspondante :

$$v^{\frac{1}{2}} C (1 - {}_nV_x) q_{x+n-1}$$

Un traité de réassurance ne devrait alors fixer que 2 points :

1<sup>o</sup>) la table de mortalité

2<sup>o</sup>) le chargement qui peut être établi de façon qu'on n'ait plus à se préoccuper ni de commissions d'acquisition ni de commissions d'encaissement.

Le calcul des primes à céder se fait ainsi très aisément au début de chaque année en multipliant les capitaux soumis au risque par la prime d'inventaire d'une assurance temporaire. Il n'y a pas lieu de faire de distinction entre les diverses catégories de contrats.

Le réassureur ne doit donc s'occuper ni des tarifs commerciaux, ni des conditions relatives aux annulations et rachats. Les traités qu'il conclut peuvent être tous établis sur les mêmes bases sans avoir égard à la diversité des combinaisons et des conditions de police. Cette méthode réduit ainsi au minimum les clauses à insérer dans les traités. Au point de vue comptable, aucune difficulté ne

se présente. Dans certaines catégories, l'assurance vie entière, par exemple, il arrive un moment où la prime du risque devient supérieure à celle du tarif. L'assureur doit alors décaisser plus qu'il ne reçoit; mais il n'y a là aucune anomalie, puisqu'il trouve dans la réserve la somme qui lui manque.

Je n'insisterai pas sur cette question qui a d'ailleurs fait l'objet d'une communication de Mr. LEMBOURG dans le bulletin de l'association des actuaires belges en 1902.

Malgré sa simplicité, souvent d'ailleurs plus apparente que réelle ainsi que nous le montrerons, ce système n'est guère en faveur parce qu'il présente un défaut capital: il réduit au minimum les profits du réassureur, celui-ci ne pouvant escompter d'autre bénéfice que celui provenant d'une différence de mortalité.

Mais une question se pose: La réassurance doit-elle nécessairement produire des bénéfices?

Il faut ici faire la distinction entre les compagnies dites de réassurances, dont le but social consiste uniquement à traiter ce genre d'opérations et les compagnies d'assurances proprement dites qui n'acceptent de risques d'autres compagnies que pour faire équilibre aux excédents qu'elles ne peuvent garder.

Pour celles-ci la question des bénéfices est évidemment très secondaire. Dès lors, si deux Compagnies ont conclu un traité réciproque établi sur des bases telles qu'il procure à chacune d'elles le même aliment, on accordera la préférence à la méthode la plus simple. On pourrait donc se contenter d'établir un tarif d'assurances temporaires, avec un chargement convenable. Toute autre est la situation des Compagnies de réassurances qui ne peuvent attendre de bénéfices que des affaires reçues des assureurs directs; il en est de même des Sociétés qui cherchent à augmenter leur production en acceptant les excédants d'autres organismes.

Dans ce cas, la méthode des primes temporaires n'est guère possible.

Le procédé le plus élémentaire consiste à céder le risque tel qu'on le reçoit. Le contrat de réassurance est alors établi sur les mêmes bases que la police directe, la prime étant celle du tarif commercial. Dans ce cas, le réassureur a la charge de constituer les réserves mathématiques; mais d'un autre côté, il garde la totalité du bénéfice d'intérêt qu'il peut réaliser.

Par contre, l'assureur direct est privé de tout contrôle sur les placements, ce qui peut offrir certains dangers, la créance qu'il possède vis à vis de son réassureur n'étant pas privilégiée.

C'est pour cette raison que certaines lois de surveillance exigent que la Compagnie cédante garde la totalité des réserves mathématiques de ses contrats (à moins que le réassureur ne soit lui-même soumis au contrôle). On est ainsi amené à un troisième système qui, théoriquement, est identique au premier, mais qui présente l'avantage de permettre d'intéresser le réassureur dans une partie des bénéfices. Voici en quoi il consiste: la prime cédée est égale à celle du tarif; mais à la fin de chaque exercice, la partie de la prime servant à l'augmentation de la réserve est restituée à la Compagnie cédante.

Ces réserves peuvent être considérées soit comme la propriété du cédant soit comme un dépôt du réassureur. Cette différence de conception n'a aucune influence sur le côté théorique de la question.

Si  ${}_{n-1}V_x$  et  ${}_nV_x$  sont les réserves successives d'un contrat, la somme à verser en fin d'année par le réassureur sera égale à  ${}_nV_x - {}_{n-1}V_x (1 + i)$ .

Comme il a reçu au début de l'exercice la prime  $P_x$ , la somme qu'il conserve est de:  $P_x (1 + i) - [{}_nV_x - {}_{n-1}V_x (1 + i)] = q'_{x+n-1} (1 - {}_nV_x)$ , c'est à dire la prime de l'assurance temporaire. Il semble donc, à première vue, qu'il n'y ait aucune différence entre cette méthode et celle que nous avons donnée en premier lieu. Bien plus, elle paraît plus compliquée et nécessiter des mouvements de fonds inutiles, puisqu'on envoie au réassureur des sommes qu'il doit restituer à la fin de l'année. Cela serait exact, si l'intérêt bonifié aux réserves déjà constituées était égal à celui du tarif et si, d'un autre côté, les extinctions ne se produisaient que par suite de sinistres ou arrivées à terme. Mais il n'en est pas ainsi. Afin de faire participer le réassureur au bénéfice réalisé sur les placements, la Compagnie cédante lui accorde généralement un supplément d'intérêt sur les réserves. Dès lors, le versement à effectuer en fin d'année est de  ${}_nV_x - {}_{n-1}V_x (1 + i')$  avec  $i' > i$  et le bénéfice réalisé ainsi par le réassureur est égal à  ${}_{n-1}V_x (i' - i)$ . D'autre part, il est à remarquer qu'il intervient dans les bénéfices provenant des annulations et rachats. En effet, lorsqu'un contrat est annulé, la réserve correspondante disparaît, ce qui diminue d'autant le versement à effectuer en fin d'année; il en résulte que cette réserve est restituée automatiquement au réassureur par un simple jeu d'écritures. Il en est de même, en cas de rachat. Comme il a dû payer sa quote-part dans ce rachat, la différence



Il ne reste donc comme avantage à l'actif de cette première méthode que la facilité de conclure des traités et l'uniformité de leurs conditions. Je pense que c'est peu de chose en présence des défauts qu'elle présente.

Certaines questions d'ordre secondaire peuvent se poser lors de la conclusion d'un traité.

Ainsi, la participation dans les bénéfices s'effectue en général en dehors du réassureur. Dans ces conditions, la Compagnie cédante doit naturellement garder la totalité de la surprime exigée pour cette opération. Mais, il est à remarquer que certaines Sociétés basent leurs répartitions de dividendes aux assurés sur les bénéfices de résiliations qu'elles grossissent en n'accordant que de faibles valeurs de rachat. Elles ne peuvent alors laisser la totalité de ce bénéfice, pour les affaires cédées, entre les mains du réassureur.

Je n'insiste pas sur ces différents points qui ne présentent aucune difficulté technique et dont la solution dépend surtout de considérations d'ordre purement commercial.

La conclusion de cette étude est toute entière dans l'introduction : la première question posée au Congrès d'Amsterdam n'offre pas, à mon avis, un champ bien vaste à des investigations d'ordre actuariel et elle n'est pas suffisamment nouvelle pour qu'il soit possible de lui donner une solution réellement originale. En dehors des résultats financiers que peuvent produire ces opérations il n'y a guère que la question du plein qui puisse encore présenter quelque intérêt. Mais je pense que les théories qui en ont été données jusqu'à présent, débarrassées de certaines formules encombrantes, sont suffisantes, ainsi que j'ai essayé de le montrer, pour permettre une répartition rationnelle des risques.

Vouloir mettre en équation la stabilité d'un organisme d'assurance me paraît illusoire.

D'autre part, il ne peut guère y avoir qu'un intérêt académique à chercher de donner une grande précision à des formules dont les éléments constitutifs sont eux-mêmes soumis à des variations importantes qu'on ne pourrait prévoir. Mais la question de la répartition des risques ne se pose pas uniquement dans l'assurance sur la vie : elle est commune à toutes les opérations basées sur les lois du hasard et à ce point de vue général, elle présente peut-être des côtés intéressants. Je n'ai pas l'intention d'entrer dans cette voie, espérant que d'autres, plus autorisés, en auront pris l'initiative.

## DIE RÜCKVERSICHERUNG IN DER LEBENS- VERSICHERUNG

VON

L. FRANÇOIS, Brussel.

---

In Ermangelung statistischer Daten, welche es ermöglichen würden, die finanziellen Ergebnisse der Rückversicherung zu untersuchen, werde ich mich auf einige Betrachtungen über das Maximum und über die Grundsätze bei Limitierung und Verteilung der Risiken beschränken.

Ich mute mir keineswegs zu, eine neue Theorie über das Maximum aufzustellen, zumal diese Frage bereits das Thema vieler gründlicher Studien gebildet hat. Ich will bloss zeigen, dass die bereits gegebenen Formeln meiner Anschauung nach hinreichen, um diesem Problem eine für die Bedürfnisse der Praxis befriedigende Lösung zu geben.

Wir wollen von der bekannten Relation

$$P = \Theta(\gamma) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\gamma e^{-\gamma^2} d\gamma$$

ausgehen, welche die Wahrscheinlichkeit bezeichnet, dass die Abweichung zwischen den wahrscheinlichen und den tatsächlich eingetretenen Schadenfällen sich innerhalb der Grenzen  $-l$  und  $+l$  bewegen. In dieser Formel bedeutet, unter Verwendung der Bezeichnungen von LAURENT,

$$\gamma = \frac{l}{\sqrt{2 \sum (z - x^2)}},$$

wobei  $x_i = \sum p_{ij} a_{ij}$  und  $z_i = \sum p_{ij} a_{ij}^2$ ;  $a_{ij}$  bedeutet den gegenwärtigen Wert eines Kapitals, welches ein Versicherter  $O_i$  mit der Wahrscheinlichkeit  $p_{ij}$  erhalten wird. Aus obiger Formel ergibt sich:  $l = \gamma \sqrt{2 \sum (z - x^2)}$ .

Wir wollen nun zunächst die folgende Frage untersuchen:

Der Versicherungsstock einer Gesellschaft umfasst eine gegebene Anzahl von Risiken mit gleichfalls gegebenen Kapitalien. Welches Höchstkapital kann die Gesellschaft auf ein neu hinzutretendes Leben versichern, ohne das Maximum ihres relativen mathematischen Risiko (Risiko aus der Divergenz zwischen der erwartungsgemäss auszuzahlender und der infolge eingetretener Todesfälle

faktisch fällig gewordenen Versicherungssumme zu verändern? Wir nennen hiebei „relatives Risiko“ das Verhältnis  $\frac{l}{\Sigma C}$  zwischen dem absoluten Risikobetrage und dem gesamten versicherten Kapitalsbestande.

Zunächst ist hervorzuheben, dass es sich nicht darum handelt, den Wert aller wahrscheinlichen künftigen Verluste, sondern den Wert des Maximalverlustes kennen zu lernen, den der Versicherer während eines Versicherungsjahres erleiden kann. Nun lassen sich vom Standpunkte des Sterblichkeitsrisiko alle Versicherungskombinationen als gleichwertig betrachten, sofern man nur an Stelle des Nominalbetrages des versicherten Kapitals das tatsächlich unter Risiko stehende Kapital der Berechnung zugrundelegt. Dieses letztere, das Risikokapital, beträgt während des  $n^{\text{ten}}$  Versicherungsjahres  $C (1 - {}_nV_x)$ , wobei  ${}_nV_x$  die Prämienreserve am Schlusse des  $n^{\text{ten}}$  Versicherungsjahres bedeutet. Wir brauchen uns also um die Versicherungsart nicht mehr zu kümmern, sobald wir das Risikokapital dem Versicherungskapitale substituieren.

Wenn  $L_x$  Personen mit dem Alter  $x$  über je ein Kapital  $a$  versichert sind, so ergibt sich als relativer Verlust:  $\frac{\gamma \sqrt{2 p_x q_x}}{\sqrt{L_x}}$

Bedeutet  $X$  das Höchstkapital, das man bei Erfüllung obiger Bedingung auf ein neu eintretendes Risiko übernehmen darf, so erhält man:  $X = 2a$ .

Wenn die versicherten Kapitalien verschieden sind, so führen wir zunächst eine Grösse  $\alpha$  ein, welche das mittlere Risikokapital bedeutet, derart dass  $L_x a^2 = l_x a^2 + l'_x a'^2 + \dots$ . Auch hier ergibt sich:  $X = 2\alpha$ .

Wenn endlich auch die Alter verschieden sind, so kann man zunächst ein mittleres Alter  $x'$  berechnen, welches die gleiche Anzahl erwarteter Todesfälle ergibt. Wir erhalten dann:

$$q_x (l_x a_x + l'_x a'^x + \dots) + q_{x+1} (l_{x+1} a_{x+1} + l'_{x+1} a'^{x+1} + \dots) = q_{x'} \Sigma C.$$

Das mittlere Risikokapital ergibt sich sodann aus der weiteren Beziehung

$$\sqrt{2 p_{x'} q_{x'}} \sqrt{L \alpha^2} = \sqrt{2 p_x q_x (l_x a_x^2 + l'_x a'^2_x + \dots) + 2 p_{x+1} q_{x+1} (l_{x+1} a_{x+1}^2 + \dots) + \dots}$$

Wenn  $x$  das Eintrittsalter des neu hinzutretenden Versicherten

ist, so erhält man  $X = \frac{2}{K} \alpha$ , wobei  $K = \frac{p_x q_x}{p'_x q'_x}$ .

Hieraus folgt, dass das Maximum  $X \geq 2\alpha$ , je nachdem  $x \geq x'$ .

Man kann sonach, allgemein gesprochen, als Betrag des Maximums das Doppelte des mittleren Risiko annehmen.

Eine zweite Frage ist die folgende: Ist das Maximum einer bestimmten Gesellschaft, vom finanziellen Standpunkte aus betrachtet, zu hoch oder kann es im Gegenteil noch eine Erhöhung vertragen?

Zur Beantwortung dieser Frage möge man sich vorstellen, dass sich die Rückversicherung, theoretisch genommen, in folgender Weise abspielen könnte: Der Direktversicherer bezahlt seinem Rückversicherer eine Pauschalprämie, gegen welche der letztere sich zum Ersatze aller Sterblichkeitsverluste verpflichtet. Diese Prämie ist nichts anderes als der mathematische Erwartungswert aller künftigen Verluste. Sie ist im Uebrigen leicht zu bestimmen. Man findet

$$E = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2 \Sigma (z - x^2)}{\pi}} =$$

$$0.28. \sqrt{2 p_x q_x (l_x a^2 x + l'_x a'^2 x + \dots) + 2 p_{x+1} q_{x+1} (l_{x+1} a^2 x_{+1} + \dots) + \dots}$$

Das Maximum wird als hinreichend gross anzusehen sein, wenn das relative mathematische Risiko  $\frac{E}{\Sigma C}$  jenem Teil des in der Prämie enthaltenen Bruttozuschlags gleichkommt, welchen die Gesellschaft zur Absorbierung allfälliger Sterblichkeitsverluste zu widmen bereit ist. Wenn die Grösse  $\frac{E}{\Sigma C}$  bedeutend kleiner ist als diese Zuschlagsquote, so kann man das Maximum erhöhen, im gegenteiligen Falle wird es herabzusetzen sein.

*Methoden der Rückversicherung.* Um sich streng an die Theorie des Maximum anzuschliessen, dürfte die Rückversicherung ausschliesslich das Sterblichkeitsrisiko umfassen.

Die erste Methode der Rückversicherung besteht denn auch darin, die Prämie in ihre Elemente zu zerlegen und dem Rückversicherer lediglich die Risikoprämie zu überweisen. Diese beträgt im  $n^{\text{ten}}$  Versicherungsjahre  $v^n C (1 - v^n V_x) q_{x+n-1}$ . Diese Methode bietet auch die Annehmlichkeit, dass man nach Versicherungsarten überhaupt nicht zu unterscheiden, sondern für die Zwecke der Rückversicherung bloss einen temporären Todesfallversicherungstarif aufzustellen braucht; allein dem steht der Nachteil gegenüber, dass dem Rückversicherer alle sonstigen Gewinnquellen verschlossen

bleiben und dass er einzig und allein auf die Sterblichkeitsgewinne angewiesen ist. Aus diesem Grunde wird dieses Verfahren in der Praxis wenig verwendet.

Nach der zweiten Methode wird das Risiko in gleicher Weise rückversichert wie es der Erstversicherer übernommen hat. In diesem Falle ist es Sache des Rückversicherers, bei sich die Prämienreserve für die übernommenen Rückversicherungen zu bestellen, was unter Umständen gewisse Gefahren mit sich bringen kann. Der Erstversicherer ist genötigt, die Gebahrung seiner Rückversicherer zu überwachen, um über deren Zahlungsfähigkeit im Klaren zu sein.

Das Bedürfnis, diese Gefahren, welche sich aus schlechter Gebahrung der Rückversicherer ergeben könnten, zu beseitigen, hat zur Ausbildung eines dritten Systems geführt, welches das rationellste zu sein scheint. Seine Grundzüge sind folgende: Das Risiko wird zu Originalbedingungen rückversichert, allein die Prämienreserve für die volle Versicherung (einschliesslich des rückversicherten Teils) bleibt in Verwahrung und Verwaltung des direkten Versicherers. Der Rückversicherer hat im Schlusse jedes Geschäftsjahrs die Reserve-Ergänzung einzuschiessen. Diese Methode, welche theoretisch mit der ersten gleichbedeutend ist, ermöglicht es gleichwohl, den Rückversicherer an verschiedenen Gewinnquellen zu interessieren, und das bildet den Vorzug für die Bedürfnisse der Praxis.

---

## REASSURANCE IN LIFE ASSURANCE

BY

L. FRANÇOIS, Brussels.

---

In default of statistical data enabling to examine the financial results of reinsurance, I shall confine myself to some remarks as to the maximum and principles for limitation and distribution of risks.

I do not expect to advance a new theory of maximum, this question having been discussed thoroughly by so many important papers. I want only to point out that the well known formulas are — in my opinion — sufficient for giving to our problem a solution which seems to be quite satisfactory for practical application.

We take at first the known correlation

$$P = \Theta(\gamma) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\gamma e^{-\gamma^2} d\gamma$$

giving the probability that the deviation between the expected and actually occurred death claims will be within the limits  $-l$  and  $+l$ . According to LAURENT's denotation we have in this formula

$$\gamma = \frac{l}{\sqrt{2 \sum (z - x^2)}},$$

where  $x_i = \sum p_{ij} a_{ij}$  and  $z_i = \sum p_{ij} a_{ij}^2$ ;  $a_{ij}$  denotes the actual value of a sum payable to an insured  $O_i$ , whereas  $p_{ij}$  means the probability of this sum being received. We may write the above formula  $l = \gamma \sqrt{2 \sum (z - x^2)}$ .

We have further to examine the following question:

The insurance stock of a Company includes a given number of risks for equally given amounts. What is the largest amount which a Company will be able to retain on a new entering life, without modification of the limit of its relative mathematical risk, i.e. the risk resulting from divergencies between expected and actually paid death claims. We consider as 'relative risk' the proportion  $\frac{l}{\sum C}$  of the absolute amount at risk and the whole insurance stock.

At first, I should like to point out that it will not be our task to establish the value of *all* probable losses which may be expected in future. We have only to find out the maximum loss to which the Insurance Office could be exposed *within one insurance year*.

Further it is to be observed that under the heading of mortality risk, all insurance forms may be considered as equivalent, provided only that the respective calculations are based, instead of the face value of insured amounts, on the amounts being actually at risk. The latter amount, the „capital at risk” is during the  $n^{\text{th}}$  insurance year  $C (1 - {}_nV_x)$ , where  ${}_nV_x$  denotes the premium reserve at the end of the year. Consequently, we may neglect entirely the insurance form, if substituting the amount at risk to the nominal amount assured.

When  $L_x$  persons of the age  $x$  insure an amount  $a$  each, we find as relative loss:  $\frac{\gamma \sqrt{2 p_x q_x}}{\sqrt{L_x}}$

If  $X$  means the maximum amount which may be retained on a new entering life according to the above conditions, we find  $X = 2a$ .

In the case of different amounts assured, we shall introduce firstly a quantity  $\alpha$  denoting the mean capital at risk so that  $L_x \alpha^2 = l_x a^2 + l'_x a'^2 + \dots$ . Here we have again:  $X = 2\alpha$ .

If finally the ages at entry are equally different, we shall be able to determine at first a mean age  $x'$  giving the same number of expected death cases. Then we have

$$q_x (l_x a_x + l'_x a'_x + \dots) + q_{x+1} (l_{x+1} a_{x+1} + l'_{x+1} a'_{x+1} + \dots) \\ q_x \Sigma C.$$

The mean capital at risk results from the further relation

$$\sqrt{2 p_x q_x} \sqrt{L \alpha^2} = \\ \sqrt{2 p_x q_x (l_x a_x^2 + l'_x a_x'^2 + \dots) + 2 p_{x+1} q_{x+1} (l_{x+1} a_{x+1}^2 + \dots) + \dots}$$

When  $x$  denotes the age of the new entering life, we find

$$X = \frac{2}{K} \alpha, \text{ where } K = \frac{p_x q_x}{p'_x q'_x}$$

Therefore we get the maximum  $X \geq 2$ , when  $x \geq x'$ .

Consequently, in general terms, the double of the mean risk may be assumed as the amount of maximum.

A second question to be answered is the following one: What are the conditions for evaluation of the maximum of a given Insurance Company, i. e. for deciding if under certain circumstances the maximum is to be considered as a too high one or if, on the contrary, it ought rather to be still increased?

For answering this question, we shall have to imagine that theoretically reinsurance could be executed in the following way: In consideration of a bulk premium the reinsuring Office has to guarantee the principal Office against all losses from mortality. The said bulk reinsurance premium is, of course, nothing other than the mathematical value of expectation of future losses. It is easily to be found by the aid of the following formula:

$$E = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2 \Sigma (z - x^2)}{\pi}} = \\ 0.28 \sqrt{2 p_x q_x (l_x a_x^2 + l'_x a_x'^2 + \dots) + 2 p_{x+1} q_{x+1} (l_{x+1} a_{x+1}^2 + \dots) + \dots}$$

The maximum will be considered as sufficiently high, if the relative mathematical risk  $\frac{E}{\Sigma C}$  is equal to that portion of the loading contained in the tariff-premiums, which the Company could pass over, if necessary, for compensation of mortality losses. If  $\frac{E}{\Sigma C}$

is much inferior to the said portion of loading, there is no objection against increasing the maximum, whereas in the opposite case the maximum should rather be subject to a proportionate reduction.

*Methods of reinsurance.* If following strictly the theory of maximum, reinsurance has exclusively to be confined to the mortality risk.

Indeed, the *first* method of reinsurance was to divide the premiums into its elements and to pass over to the reinsurer only the natural risk premium, i. e. in the  $n^{\text{th}}$  insurance year  $v^{\frac{1}{2}} C(1 - {}_nV_x) q'_{x+n-1}$ . This method has the further advantage that — independently of the form of the original policy — all reassurances have to be made according to the same tariff for temporary life assurances. On the other hand, the said system involves a serious difficulty: the reinsurer is wholly excluded from all sources of benefit, with the sole exception of benefit from mortality. For this reason, its practical application was a very limited one.

According to the *second* method, reinsurance is subject to the same policy form as well as to all terms and conditions of the original contract. In this case it is the duty of the reinsurer to constitute among his own funds the premium reserves for accepted reassurances, a principle which of course could involve certain difficulties. The principal insurer is always obliged to watch over all transactions of his reinsurers, for being quite aware of their full solvency.

The tendency of eliminating the dangers which could result from bad management on the part of the reinsurer, has brought forward a *third* system which seems to be the most rational one. It is based upon the following principles: the risk is reassured at the terms of the original contract, with the modification that the premium reserve for the whole insurance (inclusive of the reassured part) remains in the hands and under the administration of the direct insurer. The reinsuring office is obliged, at the end of every year, to deposit with the Principal office the necessary amount for filling up the premium reserves. This method which theoretically seems to be identical to the first one, enables at the same time to have the reinsurer participating in the different sources of benefits; herein we have to find its principal advantage and its accomodation to the actual circumstances of practical business.